



ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ಜಿಲ್ಲಾ ಪಂಚಾಯತ್ ಮೈಸೂರು

ಕ್ಷೇತ್ರ ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿದಳು ಹಾದೂ ಕ್ಷೇತ್ರ ಸಮನ್ವಯಾಧಿಕಾರಿದಳ ಕಛೇರಿ
ತಿ.ನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಫೂರ್ತಿ

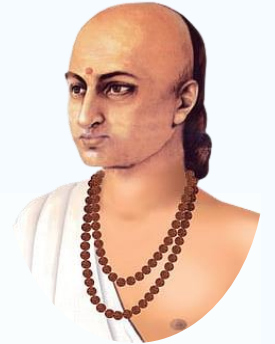
2024 - 25

ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ ಕಲಿಕಾಂಶ ಉತ್ತಮೀಕರಿಸಲು
ಕನಿಷ್ಠ ಕಲಿಕಾಂಶವನ್ನು ಆದರಿಸಿದ ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸರಣಿ



ಗಣಿತ

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ



ಮುನ್ನುಡಿ



ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರಾದ ನಾನು ತಿ.ನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕಿನ ಪ್ರೀತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗಿ ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮೀಕರಣಕ್ಕಾಗಿ ರಚಿತವಾಗಿರುವ “ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಫೂರ್ತಿ” ಎಂಬ ಈ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಮುನ್ನುಡಿ ಬರೆಯುತ್ತಿದ್ದೇನೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ನನ್ನ ಮನಸ್ಸಿಗೆ ಸಂತೋಷವಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಪುಸ್ತಕದ ಪುಟ ತರೆಯುವ ಮುನ್ನ ನನ್ನ ಮನಸ್ಸಿನ ಮಾತುಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸುತ್ತೇನೆ.

‘ಮಕ್ಕಳು ಸಹಜವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುವ ಸಸಿಗಳಂತೆ, ಅವರ ಲಾಲನೆ-ಪಾಲನೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳುವ ತೋಟದ ಮಾಲಿಗಳೇ ಶಿಕ್ಷಕರು. ಅವರ ಪ್ರೇಮ, ಅಭಿಮಾನ, ವಾತ್ಸಲ್ಯ ಮತ್ತು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಗಳಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹೊಂದುತ್ತಾರೆ.’ ಎಂದು ಸ್ವಾಮಿ ವಿವೇಕಾನಂದರು ಹೇಳಿದ್ದಾರೆ. ಅದರಂತೆ ಉತ್ತಮ ಪ್ರೇರಕನಾಗದವನು ಉತ್ತಮ ಶಿಕ್ಷಕನಾಗಲಾರ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಡಗಿರುವ ನೈಪುಣ್ಯತೆಯನ್ನು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿ ಹೊರತರುವುದು ಶಿಕ್ಷಕರ ಮೊದಲ ಕರ್ತವ್ಯ. ಪ್ರತಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟೋ ಮಂದಿ ಕ್ರೀಡಾಪಟುಗಳು, ಕಲಾಕಾರರು, ಮಹಾನ್ಸಾಧಕರು, ದೊಡ್ಡನಾಯಕರು ತಯಾರಾಗುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗೆಯೇ ನಿರುತ್ಸಾಹಿಗಳಾಗಿರುವವರಿಗೆ ಕೌನ್ಸೆಲಿಂಗ್ ಮೂಲಕ ಅವರೊಳಗಿನ ಅದ್ಭುತ ಪ್ರತಿಭೆಯನ್ನು ಹೊರಗೆಳೆಯ ಬಹುದು. ಅದಕ್ಕೆ ಪ್ರತಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಪ್ರೇರಕನಾಗಿರ ಬೇಕು ಎಂಬುದು ನನ್ನ ಅನಿಸಿಕೆ. ಈ “ಅಭ್ಯಾಸಸ್ಫೂರ್ತಿ” ಸಂಪನ್ಮೂಲವು ಕ್ಷೇತ್ರ ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳಾದ ಶ್ರೀ.ಎಸ್.ಸಿ.ಶಿವಮೂರ್ತಿರವರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮುಖ್ಯಶಿಕ್ಷಕರ ಮೇಲ್ವಿಚಾರಣೆಯಲ್ಲಿ ನುರಿತ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಶಿಕ್ಷಕರ ತಂಡದಿಂದ ಸಿದ್ಧವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಸಂಪನ್ಮೂಲವನ್ನು ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಮತ್ತು ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದು ನನ್ನ ಅಭಿಪ್ರಾಯ.

ಪ್ರೀತಿಯ ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ ನಿಮ್ಮ ಶಿಕ್ಷಕರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನು ಪಡೆದು ಈ “ಅಭ್ಯಾಸಸ್ಫೂರ್ತಿ” ಸಂಪನ್ಮೂಲವನ್ನು ನಿರಂತರವಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿರಿ. ಇದರ ನಿರಂತರ ಅಧ್ಯಯನದಿಂದ ನಿಮಗೆ ಯಶಸ್ಸು ಲಭಿಸಲಿದೆ. ಈ “ಅಭ್ಯಾಸಸ್ಫೂರ್ತಿ” ಸಂಪನ್ಮೂಲವನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ ನಂತರ ಇದರ ಜೊತೆಯಲ್ಲಿಯೇ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿರುವ ಸರಣಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾ ಮುಂದೆ ಸಾಗಿ. ಆಗ ನಿಮಗೆ 2025 ರ ಮಾರ್ಚ್/ಏಪ್ರಿಲ್ ನಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಪರೀಕ್ಷೆಯು ಸುಲಭವೆನಿಸುವುದು. ಹಾಗೆಯೇ ಉತ್ತಮ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬೇಕೆಂಬ ನಿಮ್ಮಗಳ ಆಸೆಯು ಈಡೇರುವುದು. ಆ ಮೂಲಕ ಉತ್ತಮ ಭವಿಷ್ಯವನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳಿರಿ ಎಂದು ಶುಭಹಾರೈಸುವೆನು.

ಜವರೇಗೌಡಎಸ್. ಟಿ.

ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು, ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣಇಲಾಖೆ

ಮೈಸೂರುಜಿಲ್ಲೆ, ಮೈಸೂರು.

ಮುನ್ನುಡಿ



ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲೂಕಿನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಯಾದ ನಾನು 2024-2025 ನೇ ಸಾಲಿನ ಎಸ್.ಎಸ್. ಎಲ್.ಸಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮೀಕರಣಕ್ಕಾಗಿ ರಚಿತವಾಗಿರುವ 'ಅಭ್ಯಾಸಸ್ಫೂರ್ತಿ' ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಪುಸ್ತಕದ ಪುಟ ತೆರೆಯುವ ಮುನ್ನ ಪ್ರೀತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗಿ ನನ್ನ ಮನಸ್ಸಿನ ಮಾತುಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸುತ್ತೇನೆ. ಉತ್ತಮವಾದ ಕಾರ್ಯಗಳು ಉತ್ತಮ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ. ಅದರಂತೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಶಿಕ್ಷಕರು ತಾನು ಬೋಧಿಸುವ ವಿಷಯವನ್ನು ನಂಬಿ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಸತ್ಯ, ನಿಷ್ಠೆಯಂತಹ ಉತ್ತಮ ಗುಣಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವ ರೀತಿ ಉತ್ತೇಜಿಸಬೇಕು. 'ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ಶ್ಲಾಘದಂತೆ, ಉಸಿರು ಪ್ರಾಣಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಮುಖ್ಯವೋ ಅಷ್ಟೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮುಖ್ಯ. ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಓದುವ ಮಕ್ಕಳು ವಿಭಿನ್ನ ವಾತಾವರಣದಿಂದ ಬಂದಿರುತ್ತಾರೆ. ಹೊರಗಿನ ಸಮಾಜ, ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರು, ಆ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಶಿಕ್ಷಣದ ಕುರಿತು ಸರಿಯಾದ ತಿಳಿವಳಿಗೆ ನೀಡದಿರಬಹುದು, ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಣ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂದು ಹೇಳುವ ನಿರಕ್ಷರಸ್ಥರೂ ಇರಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಶಿಕ್ಷಕರು ಇದೊಂದು 'ಸಾಮಾಜಿಕ ಜವಾಬ್ದಾರಿ' ಎಂದು ಅರಿತು ಪ್ರತಿದಿನ ಅವರಿಗೆ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ನೀಡುವುದನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ ಈ 'ಅಭ್ಯಾಸಸ್ಫೂರ್ತಿ' ಸಂಪನ್ಮೂಲವು ನುರಿತ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಕರ ಮೇಲ್ವಿಚಾರಣೆಯಲ್ಲಿ ನುರಿತ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಶಿಕ್ಷಕರ ತಂಡದಿಂದ ಸಿದ್ಧವಾಗಿದ್ದು, ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಸಂಪನ್ಮೂಲವನ್ನು ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಮತ್ತು ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಬಳಸಿ ಕೊಳ್ಳುವುದರ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವರೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇನೆ.

ಪ್ರೀತಿಯ ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ, ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ, ಸದ್ಗುಣ, ಸನ್ನಡತೆಯನ್ನು, ಸದ್ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಿ ದೇಶದ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯುತ ಪ್ರಜೆಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಸತತವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಿರುವ ನಿಮ್ಮ ಶಿಕ್ಷಕರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನು ಪಡೆದು ಈ 'ಅಭ್ಯಾಸಸ್ಫೂರ್ತಿ' ಸಂಪನ್ಮೂಲವನ್ನು ನಿರಂತರವಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿ ಇದರ ಸದುಪಯೋಗಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂದು ಅಶಿಸುತ್ತೇನೆ. ಈ 'ಅಭ್ಯಾಸಸ್ಫೂರ್ತಿ' ಸಂಪನ್ಮೂಲವನ್ನು ಮಾನ್ಯ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನದಂತೆ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗಿದ್ದು, ಎಲ್ಲರ ಸಹಕಾರದಿಂದ ಶೇಕಡ 100 ರಷ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶ ಪಡೆಯುವ ಸಂಕಲ್ಪ ಮಾಡೋಣ. ಹಾಗೆಯೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 2025 ರ ಮಾರ್ಚ್/ಏಪ್ರಿಲ್ ನಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತಮ ಭವಿಷ್ಯವನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿರಿ ಎಂದು ಶುಭ ಹಾರೈಸುತ್ತೇನೆ.

ಎಸ್. ಸಿ.ಶಿವಮೂರ್ತಿ

ಕ್ಷೇತ್ರಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣಇಲಾಖೆ

ತಿನರಸೀಪುರತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರುಜಿಲ್ಲೆ.

ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀ. ಜವರೇಗೌಡ ಎಸ್.ಟಿ.

ಮಾನ್ಯ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು (ಆಡಳಿತ)
ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ, ಮೈಸೂರು.

ಶ್ರೀ. ಸಿ. ನಾಗರಾಜಯ್ಯ

ಮಾನ್ಯ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು (ಅಭಿವೃದ್ಧಿ)
ಜಿಲ್ಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಂಸ್ಥೆ (ಡಯಟ್)
ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ, ಮೈಸೂರು.

ಶ್ರೀಮತಿ. ನಿರುಪ್ ವೆಸ್ಲಿ

ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು ಮತ್ತು ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ ನೋಡಲ್
ಅಧಿಕಾರಿಗಳು ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ, ಮೈಸೂರು.

ಶ್ರೀಮತಿ. ಮನೋರಮ

ಗಣಿತ ವಿಷಯ ಪರಿವೀಕ್ಷಕರು
ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ, ಮೈಸೂರು.

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀ.ಎಸ್.ಸಿ.ಶಿವಮೂರ್ತಿ

ಮಾನ್ಯ ಕ್ಷೇತ್ರ ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು
ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ
ತಿ.ನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಶ್ರೀ. ನಾಗೇಶ.ಎಸ್

ಕ್ಷೇತ್ರಸಂಪನ್ಮೂಲ ಸಮನ್ವಯಾಧಿಕಾರಿಗಳು
ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ
ತಿ.ನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಶ್ರೀ. ಜಗದೀಶ್.ಸಿ

ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಯೋಜಕರು
ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ
ತಿ.ನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಶ್ರೀ. ಚನ್ನಮಲ್ಲಸ್ವಾಮಿ

ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಯೋಜಕರು
ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ
ತಿ.ನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

‘ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಪೂರ್ತಿ’ ರಚನಾ ತಂಡ

ಮೇಲ್ವಿಚಾರಣೆ

ಶ್ರೀ. ಜಗದೀಶ್

ಮುಖ್ಯಶಿಕ್ಷಕರು

ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಕೊಡಗಳ್ಳಿ

ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಶ್ರೀ. ನಾಗೇಂದ್ರ

ಮುಖ್ಯಶಿಕ್ಷಕರು

ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ವ್ಯಾಸರಾಜಪುರ

ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಶ್ರೀ. ಪುಟ್ಟಸ್ವಾಮಿ

ಮುಖ್ಯಶಿಕ್ಷಕರು

ಕೆ.ಪಿ.ಎಸ್, ಮೂಗೂರು

ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಶ್ರೀ. ಮೋಹನ್

ಮುಖ್ಯಶಿಕ್ಷಕರು

ಹಿಲಾಲ್ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಗರ್ಗೇಶ್ವರಿ

ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

‘ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಪೂರ್ತಿ’ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಶಿಕ್ಷಕರ ತಂಡ

ಸಿ.ಜಗದೀಶ್

ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಮಾದಾಪುರ

ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಮಹೇಶ್.ಕೆ.ಎಂ

ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಬಿಲಗೆರೆಹುಂಡಿ

ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಮಹದೇವಸ್ವಾಮಿ

ಗುರುಮಲ್ಲೇಶ್ವರ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಬೆನಕನಹಳ್ಳಿ

ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಸಿದ್ದು

ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢ ಶಾಲೆ, ಕೊಳತುರು

ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

—: ಸಹಯೋಗ :-

ಸಮಸ್ತ ಪ್ರೌಢ ಶಾಲಾ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು

ಪ್ರೌಢ ಶಾಲಾ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಂಘ, ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು

ಪ್ರೌಢ ಶಾಲಾ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರ ಸಂಘ, ತಿನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು

ಸವಿ ಮಾತು

ಆತ್ಮೀಯರೇ.....

ಹತ್ತನೇ ತರಗತಿಯ ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮೀಕರಣಕ್ಕಾಗಿ ತಿ.ನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕಿನ ಕ್ರಿಯಾಶೀಲ ಕ್ಷೇತ್ರ ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನದಲ್ಲಿ “ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಫೂರ್ತಿ” ಎಂಬ ಈ ಪ್ರಶೋತ್ತರ ಮಾಲಿಕೆಯನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪುಸ್ತಿಕೆಯನ್ನು ಹತ್ತನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ವಾರ್ಷಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ 40 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಲು ಸಹಕಾರಿಯಾಗುವಂತೆ ರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಘಟಕವಾರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಲಿಯಲೇಬೇಕಾದ ಮತ್ತು ಪರೀಕ್ಷಾ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಈ “ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಫೂರ್ತಿ” ಪುಸ್ತಿಕೆಯು 1, 2, 3, 4 ಮತ್ತು 5 ಅಂಕಗಳ ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸರಣಿಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಳವಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿಸಿಕೊಡುವುದು ಮತ್ತು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕಾಗಿ ಬಳಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಈ “ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಫೂರ್ತಿ” ಪುಸ್ತಿಕೆಯನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದರ ಸದುಪಯೋಗ ಪಡಿಸಿಕೊಂಡು ಗುಣಾತ್ಮಕ ಶಿಕ್ಷಣದೊಂದಿಗೆ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ಫಲಿತಾಂಶ ಪಡೆಯುವ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ

ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಶುಭವಾಗಲಿ.

“ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಫೂರ್ತಿ”

ರಚನಾ ತಂಡ



ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ಜಿಲ್ಲಾ ಪಂಚಾಯತ್ ಮೈಸೂರು

ಕ್ಷೇತ್ರ ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು ಹಾಗೂ ಕ್ಷೇತ್ರ ಸಮನ್ವಯಾಧಿಕಾರಿಗಳ ಕಛೇರಿ

ತಿ.ನರಸೀಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಮೈಸೂರು ಜಿಲ್ಲೆ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸ್ಪೂರ್ತಿ

2024 – 25

ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮೀಕರಿಸಲು

ಕನಿಷ್ಠ ಕಲಿಕಾಂಶವನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸರಣಿ

ಗಣಿತ

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಘಟಕವಾರು ಕನಿಷ್ಠ ಕಲಿಕಾಂಶಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಪಟ್ಟಿ

ತಿಂಗಳು	ಘಟಕ	ಪ್ರಶ್ನೆಯ ವಿವರ	ಅಂಕಗಳು
ಜೂನ್	1	1. ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು 2. ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ,	04
	2	1. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಡಿಗ್ರಿ 2. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	03
ಜುಲೈ	3	1. ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರ 2. ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. 3. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕೋಷ್ಟಕ 3.4	07
	4	1. ಅಪವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು. 2. ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ	04
ಅಗಸ್ಟ್	5	1. a_n ಮತ್ತು S_n ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸರಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	02
	6	ಪ್ರಮೇಯಗಳು: 1. ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ (6.1) 2. ಕೋ.ಕೋ.ಸಮರೂಪತೆ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ(6.3)	04
ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್	7	1. ದೂರ ಸೂತ್ರದ ಸರಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು 2. ಭಾಗಪ್ರಮಾಣದ ಸೂತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸರಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.	04
	8	1. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸರಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು 2. ನಿರ್ದಿಷ್ಟಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸರಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.	02
ನವೆಂಬರ್	10	1. ವೃತ್ತಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ 10.1 ಮತ್ತು 10.2	03
	11	1. ವೃತ್ತಗಳ ಮೇಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸೂತ್ರಗಳು	01
	12	1. ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳ ಸೂತ್ರ	01
ಡಿಸೆಂಬರ್	13	1. ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	03
	14	1. ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	02
ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು			40

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

1. ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ:

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಘಟಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅನನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

2. ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\left\{ \begin{array}{l} \text{ಒಂದು (1) ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.} \\ \text{ಅಥವಾ} \\ \text{ಒಂದು (1) ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಮಾತ್ರ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.} \end{array} \right.$

3. 1 ರಿಂದ 100 ವರೆಗಿನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

4. 2 ನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

5. ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ 2

6. ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : $\left\{ \begin{array}{l} \text{ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.} \\ \text{ಅಥವಾ} \\ \text{ಒಂದು (1) ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಇತರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಕೂಡ} \\ \text{ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.} \end{array} \right.$

7. ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆ :

4 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 1, 2, ಮತ್ತು 4

10 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 1, 2, 5 ಮತ್ತು 10

48 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 ಮತ್ತು 48

8. ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ 4

9. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುವ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

10. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

11. ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಹಾಗೂ ಲ.ಸಾ.ಅ ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{A \times B = H \times L} \\ \text{ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು} = \mathbf{A} \text{ ಮತ್ತು } \mathbf{B} \\ \text{ಮ.ಸಾ.ಅ} = \mathbf{H} \\ \text{ಲ.ಸಾ.ಅ} = \mathbf{L} \end{array} \right\}$$

ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ: ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ

1) $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$	2	120	2) $176 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11$	2	176
$120 = 2^3 \times 3 \times 5$	2	60	$176 = 2^4 \times 11$	2	88
	2	30		2	44
	3	15		2	22
		5			11
3) $144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$	2	144	4) $3150 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$	2	3150
$144 = 2^4 \times 3^2$	2	72	$3150 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$	3	1575
	2	36		3	525
	2	18		5	175
	3	9		5	35
		3			7

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

- 70 ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
- 96 ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
- 108 ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
- 140 ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
- 210 ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
- 144 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ 2 ರ ಘಾತಾಂಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- $200 = 2^m \times 5^n$ ಆದರೆ, m ಮತ್ತು n ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ: 18, 45 ಮತ್ತು 72 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

$$\text{ಮ.ಸಾ.ಅ } (18, 45, 72) = 3^2 = 9, \text{ ಲ.ಸಾ.ಅ } (18, 45, 72) = 3^2 \times 2^3 \times 5 = 9 \times 8 \times 5 = 360$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

1. 9, 12 ಮತ್ತು 15 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. 8, 24 ಮತ್ತು 60 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. 40, 56 ಮತ್ತು 88 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. 24, 56 ಮತ್ತು 81 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. 21, 42 ಮತ್ತು 63 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ: 28 ಮತ್ತು 72 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$28 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

$$\text{ಮ.ಸಾ.ಅ (28, 72)} = 2^2 = 4$$

$$L = \frac{A \times B}{H} = \frac{28 \times 72}{4} = 7 \times 72 = 504$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

1. 16 ಮತ್ತು 36 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. 234 ಮತ್ತು 90 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. 144 ಮತ್ತು 72 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. 112 ಮತ್ತು 48 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. 81 ಮತ್ತು 315 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು:

1. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ 1 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೀಗೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ

- A) ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ B) ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು C) ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳು D) ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

2. ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ಯಾವಾಗಲೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ

- A) ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ B) ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ C) ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ D) ಭಾಗಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ

3. ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ

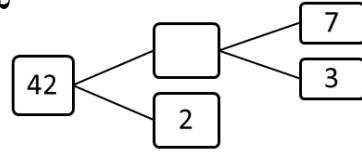
- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8

4. ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8

5. ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಅಪವರ್ತನ ವೃಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟುಹೋಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು

- A) 12 B) 21 C) 4 D) 10



6. $3^3 \times 5$ ಮತ್ತು $3^2 \times 5^2$ ರ ಮ.ಸಾ.ಅ

- A) 45 B) 25 C) 675 D) 135

7. 98 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು

- A) $2^2 \times 7$ B) $2^3 \times 7$ C) 2×7^2 D) $2^2 \times 7^2$

8. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 12 ಮತ್ತು 324 ಆದರೆ ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. 52 ಮತ್ತು 130 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ ಅನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

10. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು $18x^3y^2$ ಮತ್ತು $20xy^3$ ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ: ಎರಡು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

$\sqrt{3}$ ನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ ಆಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಊಹಿಸೋಣ.

(ಇಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಸಹಾವಿಭಾಜ್ಯಗಳಾಗಿದ್ದು $b \neq 0$)

$$b\sqrt{3} = a$$

$$3b^2 = a^2 \text{ ----- (1) (ಎರಡು ಕಡೆ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿ,}$$

ಮರುಜೋಡಿಸಿದಾಗ)

$\therefore 3$, ಇದು a^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$\therefore 3$, ಇದು a ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. (ಪ್ರಮೇಯ 1.2 ರಂತೆ)

$$\therefore a = 3c$$

ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ a ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$3b^2 = a^2 \text{ ----- (1)}$$

$$3b^2 = (3c)^2$$

$$3b^2 = 9c^2$$

$$b^2 = 3c^2$$

$\therefore 3$, ಇದು b^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$\therefore 3$, ಇದು b ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.(ಪ್ರಮೇಯ 1.2 ರಂತೆ)

a ಮತ್ತು b ಗಳು, 3 ನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿದೆ.

a ಮತ್ತು b ಗಳು ಸಹಾವಿಭಾಜ್ಯಗಳು ಎಂಬ ಸತ್ಯಸಂಗತಿಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ.

$\sqrt{3}$ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ.

$5 + \sqrt{3}$ ನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$5 + \sqrt{3} = \frac{a}{b}$ ಆಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಊಹಿಸೋಣ.

(ಇಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಸಹಾವಿಭಾಜ್ಯಗಳಾಗಿದ್ದು $b \neq 0$)

$$\sqrt{3} = \frac{a}{b} - 5$$

$$\sqrt{3} = \frac{a - 5b}{b}$$

$\frac{a - 5b}{b}$ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಆದರೆ, $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬ ಸತ್ಯಸಂಗತಿಗೆ ಇದು ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ.

$5 + \sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $5 + \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

1) $3 + \sqrt{2}$

2) $2 + \sqrt{3}$

3) $5 + \sqrt{3}$

4) $3 + \sqrt{5}$

5) $7 + \sqrt{5}$

6) $6 + \sqrt{5}$

7) $\sqrt{3} - 5$

8) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

9) $5 + 2\sqrt{3}$

10) $\sqrt{5}$

11) $\sqrt{7}$

12) $\sqrt{6}$

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ವಿಧ	ಆದರ್ಶ ರೂಪ (ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ)	ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ)	ಗರಿಷ್ಠ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ	$ax + b$ a, b ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $a \neq 0$	1 (ಒಂದು)	1 (ಒಂದು)
ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ	$ax^2 + bx + c$ a, b ಮತ್ತು c ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $a \neq 0$	2 (ಎರಡು)	2 (ಎರಡು)
ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ	$ax^3 + bx^2 + cx + d$ a, b, c ಮತ್ತು d ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $a \neq 0$	3 (ಮೂರು)	3 (ಮೂರು)

1. α ಮತ್ತು β ಗಳು $ax^2 + bx + c$ ಎಂಬ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ} = \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = \alpha \times \beta = \frac{c}{a}$$

2. α, β ಮತ್ತು γ ಗಳು $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ಎಂಬ ಘನಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ

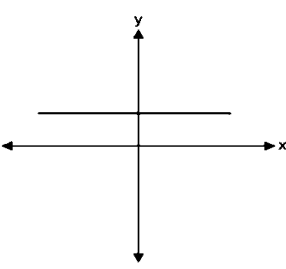
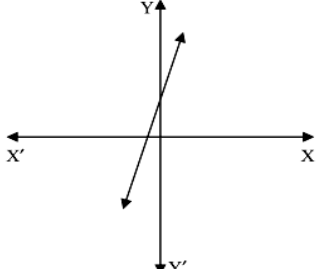
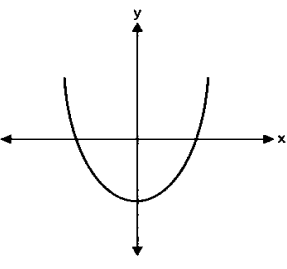
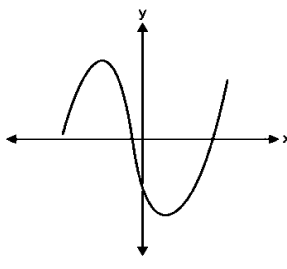
$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ} = \alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ} = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = \alpha \times \beta \times \gamma = \frac{-d}{a}$$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಯ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಅರ್ಥ:

ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ $p(x)$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ನಿಖರವಾಗಿ $p(x)$ ನ ನಕ್ಷೆಯು x -ಅಕ್ಷವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ x -ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಾಗಿರುತ್ತದೆ.

			
ಶೂನ್ಯ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $p(x) = a$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸೊನ್ನೆ(0)	ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $p(x) = ax + b$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು(1)	ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $p(x) = ax^2 + bx + c$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡು(2)	ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೂರು(3)

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. $P(x) = x(x^2 + 3) + 5x^2 + 1$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಡಿಗ್ರಿಯನ್ನು (ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ) ಬರೆಯಿರಿ.
2. $x^4 - x^2 + 2$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಡಿಗ್ರಿಯ (ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ) ಬರೆಯಿರಿ.
3. $P(x) = x^3 + 2x^2 + x + 6$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
4. $P(x) = x^2 - 25$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
5. $P(x) = 5x^2 - 6x^3 - 7x + 1$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಡಿಗ್ರಿಯನ್ನು (ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ) ಬರೆಯಿರಿ.
6. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಡಿಗ್ರಿ (ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ).
7. $x^2 + 5x + 8$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
8. $x^2 + 3x - 10$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
9. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
10. ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
11. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 5 ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 6 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
12. $P(x) = x^2 - 6$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ
13. $P(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ ಎಂಬ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
14. ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದ ಅಭ್ಯಾಸ 9.1ರಲ್ಲಿನ ನಕ್ಷೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವುದು.

ಎರಡು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ವಿಧ - 01

$P(x) = x^2 + 7x + 10$ ಈ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

$$P(x) = x^2 + 7x + 10$$

$$P(x) = 0 \text{ ಆಗಿರಲಿ}$$

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$x^2 + 5x + 2x + 10 = 0$$

$$x(x + 5) + 2(x + 5) = 0$$

$$(x + 5)(x + 2) = 0$$

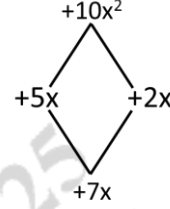
$$x + 5 = 0 \text{ or } x + 2 = 0$$

$$x = -5 \text{ or } x = -2$$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $P(x) = x^2 + 7x + 10$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು -5 ಮತ್ತು -2

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ} = (-5) + (-2) = -7 = \frac{-b}{a}$$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = (-5) \times (-2) = 10 = \frac{c}{a}$$



$$x^2 = x \times (x) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } x$$

$$5x = 5 \times (x) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } x$$

$$2x = (2) \times x \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } 2$$

$$10 = (2) \times 5 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } 2$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಪ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಶೂನ್ಯತೆಗಳು
1	$P(x) = x^2 - 2x - 8$ ಈ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.	4 ಮತ್ತು -2
2	$P(x) = x^2 + 2x - 3$ ಈ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.	-3 ಮತ್ತು 1
3	$P(x) = x^2 - 6x + 5$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.	5 ಮತ್ತು 1
4	$P(x) = x^2 - 6x + 8$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.	4 ಮತ್ತು 2
5	$P(x) = 2x^2 + 7x + 6$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.	-2 ಮತ್ತು $-\frac{3}{2}$
6	$P(x) = 3x^2 - 7x + 4$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.	$\frac{4}{3}$ ಮತ್ತು 1

ಎರಡು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ವಿಧ - 02

1. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -3 ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 2 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$P(x) = x^2 - (\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ})x + \text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}$$

$$P(x) = x^2 - (-3)x + 2$$

$$P(x) = x^2 + 3x + 2$$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -3 ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 2 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $P(x) = x^2 + 3x + 2$

$$P(x) = x^2 + 3x + 2$$

$$P(x) = 0 \text{ ಆಗಿರಲಿ}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

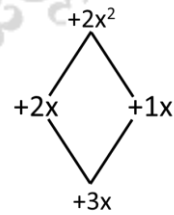
$$x^2 + 2x + 1x + 2 = 0$$

$$x(x + 2) + 1(x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(x + 1) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ or } x + 1 = 0$$

$$x = -2 \text{ or } x = -1$$



$$\left. \begin{array}{l} x^2 = x \times (x) \\ 2x = 2 \times (x) \end{array} \right\} \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } x$$

$$\left. \begin{array}{l} 1x = (1) \times x \\ 2 = (1) \times 2 \end{array} \right\} \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } 1$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಪ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಶೂನ್ಯತೆಗಳು
1	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -7 ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 10 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	5 ಮತ್ತು 2
2	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 7 ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 12 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	4 ಮತ್ತು 3
3	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -3 ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧ 2 ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	-2 ಮತ್ತು -1
4	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -2 ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧ -8 ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	-4 ಮತ್ತು 2
5	ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 5 ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧ 6 ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	3 ಮತ್ತು 2

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳ ಆದರ್ಶರೂಪ	ಸಹಗುಣಕಗಳ ಅನುಪಾತಗಳ ಹೋಲಿಕೆ	ನಕ್ಷಾ ರೂಪದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	ಸಮೀಕರಣಗಳ ವಿಧ
$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು	ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ	ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಐಕ್ಯವಾಗುವ ರೇಖೆಗಳು	ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆ ಪರಿಹಾರಗಳು	ಅವಲಂಬಿತ ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ

ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ : ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ :

$$3x + y = 12$$

$$x + y = 6$$

ಉತ್ತರ:

$$3x + y = 12$$

$$x + y = 6$$

$$(-) (-) (-) \quad \text{ಕಳೆದಾಗ}$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$x + y = 6$$

$$3 + y = 6$$

$$y = 6 - 3$$

$$y = 3$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಉತ್ತರ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಉತ್ತರ
1. $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $3x - y = 7$	(3, 2)	8. $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x + y = 5$	(3, 2)
2. $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x - y = 1$	(3, 2)	9. $x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x - 3y = 5$	(4, 1)
3. $3x + y = 12$ ಮತ್ತು $x + y = 6$	(3, 3)	10. $x + y = 14$ ಮತ್ತು $x - y = 4$	(9, 5)
4. $x + y = 10$ ಮತ್ತು $2x - y = 8$	(6, 4)	11. $2x + y = 3$ ಮತ್ತು $4x - y = 9$	(2, -1)
5. $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x - y = 1$	(3, 2)	12. $2x + y = 6$ ಮತ್ತು $x + y = 4$	(2, 2)
6. $2x + 3y = 7$ ಮತ್ತು $2x + y = 5$	(2, 1)	13. $x + y = 7$ ಮತ್ತು $2x - y = 5$	(4, 3)
7. $x + y = 7$ ಮತ್ತು $3x - y = 1$	(2, 5)	14. $2x + y = 7$ ಮತ್ತು $x - y = 2$	(3, 1)

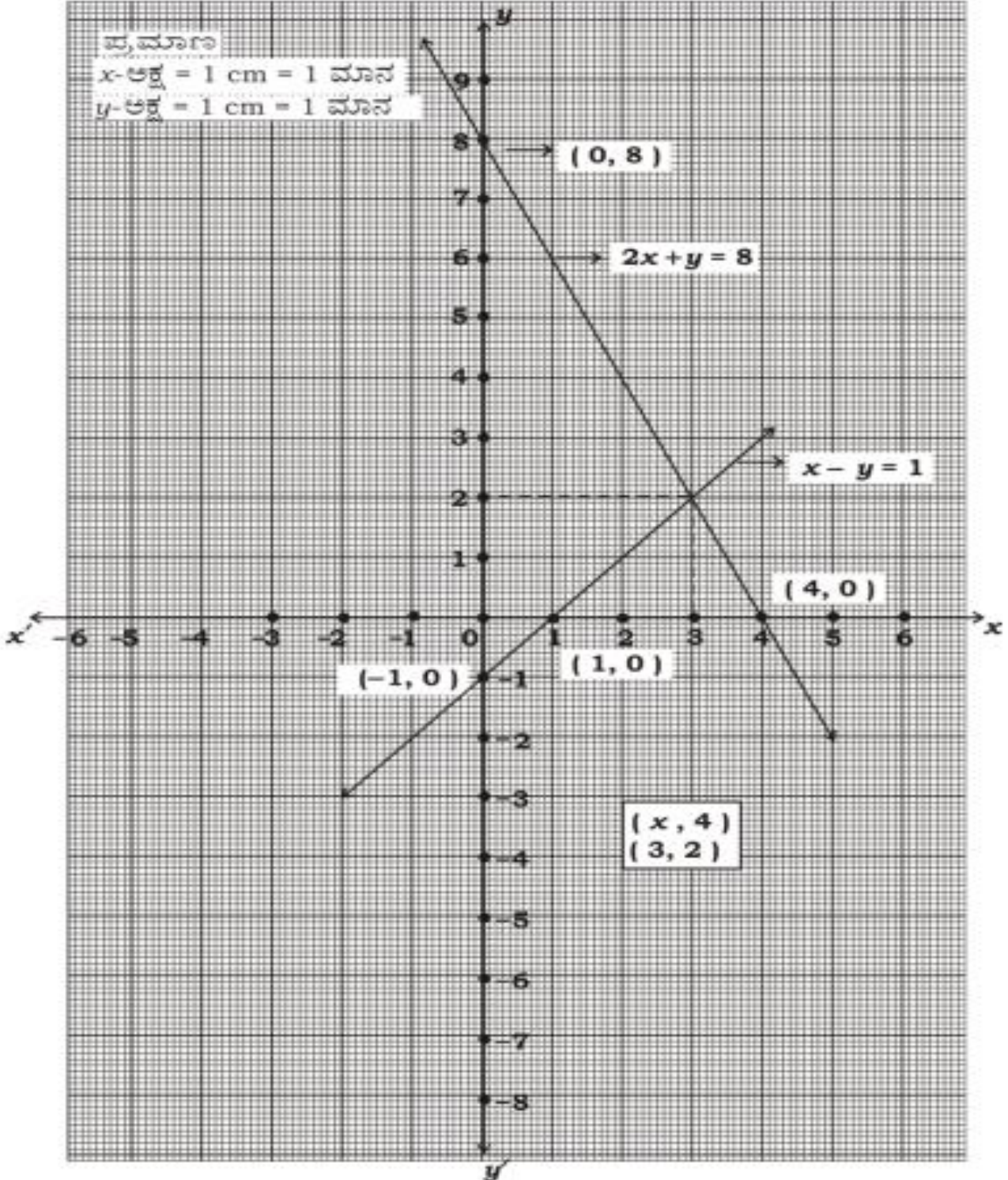
ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ

01. $2x + y = 8$

$x - y = 1$

$2x + y = 8$		
x	0	4
y	8	0
(x, Y)	(0, 8)	(4, 0)

$x - y = 1$		
x	0	1
y	-1	0
(x, y)	(0, -1)	(1, 0)



-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಪ್ರಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆ	ಉತ್ತರ
1.	$2x + y = 8$ $x + y = 5$	(3, 2)
2.	$x + 2y = 6$ $x + y = 4$	(2, 2)
3.	$2x + y = 8$ $x - y = 1$	(3, 2)
4.	$x + y = 5$ $2x + y = 6$	(1, 4)
5.	$x + 2y = 6$ $x + y = 5$	(4, 1)
6.	$2x - y = 7$ $x - y = 2$	(5, 3)
7.	$x + y = 7$ $3x - y = 1$	(2, 5)
8.	$2x + y = 8$ $x + y = 5$	(3, 2)
9.	$2x + y = 6$ $2x - y = 2$	(2, 2)
10.	$2x + y = 8$ $x - y = 1$	(3, 2)
11.	$x + y = 5$ $2x + y = 7$	(2, 3)
12.	$x + y = 5$ $x - y = 1$	(3, 2)
13.	$2x + y = 10$ $x + y = 6$	(4, 2)
14.	$x + y = 5$ $2x - y = 4$	(3, 2)
15.	$x - 2y = 0$ $3x + 4y = 20$	(4, 2)
16.	$5x + y = 17$ $2x - 2y = 2$	(3, 2)
17.	$2x - y = 2$ $4x - y = 4$	(1, 0)

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶರೂಪ: $ax^2 + bx + c = 0$, ಇಲ್ಲಿ a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು $a \neq 0$

ಶೋಧಕ ಬೆಲೆ = $b^2 - 4ac$

ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ

ಶೋಧಕ ಬೆಲೆ	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ
$b^2 - 4ac = 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
$b^2 - 4ac > 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ
$b^2 - 4ac < 0$	ಅವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳು

ಎರಡು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆ ವಿಧ - 01:

ಅಪವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $x^2 + 7x + 12 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

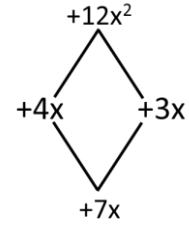
$$x^2 + 4x + 3x + 12 = 0$$

$$x(x + 4) + 3(x + 4) = 0$$

$$(x + 4)(x + 3) = 0$$

$$x + 4 = 0 \text{ ಅಥವಾ } x + 3 = 0$$

$$x = -4 \text{ ಮತ್ತು } x = -3$$



$$\left. \begin{array}{l} x^2 = x \times (x) \\ 4x = 4 \times (x) \end{array} \right\} \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } x$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x = (3) \times x \\ 12 = (3) \times 4 \end{array} \right\} \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ } 3$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಪ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆ	ಉತ್ತರ
1	ಅಪವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $x^2 - 7x + 12 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	4 ಮತ್ತು 3
2	ಅಪವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $x^2 - 5x + 6 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	3 ಮತ್ತು 2
3	ಅಪವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $x^2 - 3x - 10 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	5 ಮತ್ತು -2
4	ಅಪವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $2x^2 + x - 6 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	-2 ಮತ್ತು $\frac{3}{2}$
5	ಅಪವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $6x^2 - x - 2 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	$-\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{3}$

ಎರಡು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆ ವಿಧ - 02:

$x^2 + 4x + 4 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, b = 4, c = 4$$

$$\text{ಶೋಧಕ ಬೆಲೆ} = b^2 - 4ac$$

$$\text{ಶೋಧಕ ಬೆಲೆ} = 4^2 - 4(1)(4)$$

$$\text{ಶೋಧಕ ಬೆಲೆ} = 16 - 16$$

$$\text{ಶೋಧಕ ಬೆಲೆ} = 0$$

ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ: ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ

:- ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

1. $4x^2 - 12x + 9 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
2. $x^2 + 3x + 2 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
3. $2x^2 - 6x + 3 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
4. $3x^2 - 5x + 2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ "ಶೋಧಕ"ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
5. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
6. $2x^2 - 5x - 1 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

1. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ ಸಮಾನ್ಯ ರೂಪ: $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(n-1)d$
2. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ ($n^{\text{ನೇ}}$ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ): $a_n = a + (n-1)d$
3. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

$$A) S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$B) S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$C) S_n = \frac{n}{2} (a + l)$$

$$D) \text{ ಮೊದಲ } n \text{ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ } S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$E) \text{ ಮೊದಲ } n \text{ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ } S_n = n(n+1)$$

$$F) \text{ ಮೊದಲ } n \text{ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ } S_n = n^2$$

$$4. S_n - S_{n-1} = a_n$$

a_n ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

4, 7, 10, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 20ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$4, 7, 10, \dots, a_{20} = ?$$

$$a = 4, d = 7 - 4 = 3 \quad n = 20$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{20} = 4 + (20-1) \times 3$$

$$= 4 + 19 \times 3$$

$$= 4 + 57$$

$$\therefore a_{20} = 61$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಪ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆ	ಉತ್ತರ
1	5, 9, 13, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 21ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	85
2	5, 8, 11, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 30ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	92
3	2, 5, 8, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 12ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	35
4	2, 6, 10, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 25ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	98
5	2, 7, 12, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 10ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	47
6	10, 7, 4, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 30ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	-77
7	6, 10, 14, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 15ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	62

:- ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ (S_n) ಸೂತ್ರದ ಸರಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

10, 15, 20, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 20 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 10, d = 15 - 10 = 5, n = 20, S_{20} = ?$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2(10) + (20-1)5]$$

$$S_{20} = 10[2(10) + 19 \times 5]$$

$$S_{20} = 10[20 + 95]$$

$$S_{20} = 10 \times 115$$

$$S_{20} = 1150$$

ಪ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆ	ಉತ್ತರ
1	7, 11, 15, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 16 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	592
2	5 + 8 + 11 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 10 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	185
3	5 + 10 + 15 + ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 20 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	1050
4	2 + 7 + 12 + ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 20 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	990
5	3 + 6 + 9 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ 15 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	360
6	3, 8, 13, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	1010
7	2 + 5 + 8 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ 20 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	610

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

ಹೇಳಿಕೆ-1: ಪ್ರಮೇಯ 6.1 (ಥೇಲ್ಸನ ಪ್ರಮೇಯ ಅಥವಾ ಮೂಲಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ-2: ಪ್ರಮೇಯ 6.2 (ಥೇಲ್ಸನ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ ಅಥವಾ ಮೂಲಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ-3: ಪ್ರಮೇಯ 6.3 (ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೋನ-ಕೋನ-ಕೋನ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ) ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ-4: ಪ್ರಮೇಯ 6.4 (ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹು-ಬಾಹು-ಬಾಹು ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

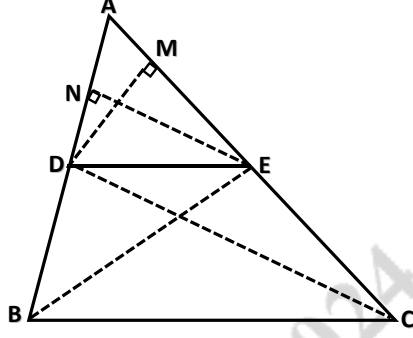
ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳೊಡನೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ-5: ಪ್ರಮೇಯ 6.5 (ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹು-ಕೋನ-ಬಾಹು ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನವು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದು ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿರುವ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ/ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹೇಳಿಕೆ: ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ : D, C ಮತ್ತು E, B ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ. $EN \perp AB$ ಮತ್ತು $DM \perp AC$

ಸಾಧನೆ:

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times BD \times EN} = \frac{AD}{BD} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times b \times h$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta DEC)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times b \times h$

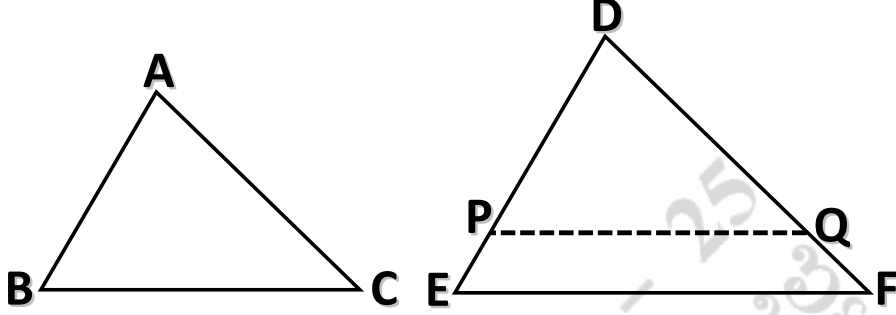
ΔBDE ಮತ್ತು ΔDEC ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DE ಮತ್ತು $DE \parallel BC$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\text{ವಿ}(\Delta BDE) = \text{ವಿ}(\Delta DEC) \quad \dots\dots\dots (3)$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} \quad \dots\dots\dots$ ಹೇಳಿಕೆ (1), (2) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ

ಪ್ರಮೇಯ (6.3): ಕೋನ-ಕೋನ-ಕೋನ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

ಹೇಳಿಕೆ: ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ) ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : $\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DEF$ ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle A = \angle D$$

$$\angle B = \angle E$$

$$\angle C = \angle F$$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

ರಚನೆ: $AB = DP$ ಮತ್ತು $AC = DQ$ ಆಗುವಂತೆ DE ಮೇಲೆ P , DF ಮೇಲೆ Q ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ PQ ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:

$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DPQ$ ಗಳಲ್ಲಿ

$AB = DP$ ರಚನೆ

$AC = DQ$ ರಚನೆ

$\angle A = \angle D$ ದತ್ತ

$\triangle ABC \cong \triangle DPQ$ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ

$\angle B = \angle P$ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಕೋನ

$\angle B = \angle E$ ದತ್ತ

$\angle P = \angle E$ ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ-1

$PQ \parallel EF$ ಅನುರೂಪ ಕೋನ

$\triangle DEF$ ನಲ್ಲಿ $\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$ ಥೇಲ್ಸನ್ ಉಪಪ್ರಮೇಯ

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ರಚನೆ ಮತ್ತು $\triangle ABC \cong \triangle DPQ$

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

1. ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ: ರೇಖಾಗಣಿತದ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮತಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಒಂದು ಜೊತೆ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಅಕ್ಷಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆಗ ಆ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು $P(x, y)$ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

2. ಕಾರ್ಟೀಷಿಯನ್ ಸಮತಲದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ y -ಅಕ್ಷಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕ್ಷಿತಿಜ ದೂರ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಕ್ಷಿತಿಜ ದೂರವು ಆ ಬಿಂದುವಿನ x -ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ: 1. $P(2, 3)$ ಬಿಂದುವಿನ ಕ್ಷಿತಿಜ ದೂರ 2 ಏಕಮಾನಗಳು

2. $Q(-2, 3)$ ಬಿಂದುವು y -ಅಕ್ಷದಿಂದ 2 ಏಕಮಾನಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

3. ಕಾರ್ಟೀಷಿಯನ್ ಸಮತಲದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ x -ಅಕ್ಷಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಲಂಬದೂರ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಲಂಬದೂರವು ಆ ಬಿಂದುವಿನ y -ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ: 1. $A(4, 5)$ ಬಿಂದುವಿನ ಲಂಬದೂರ 5 ಏಕಮಾನಗಳು

2. $B(4, -5)$ ಬಿಂದುವು x -ಅಕ್ಷದಿಂದ 5 ಏಕಮಾನಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

4. x -ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ $(x, 0)$ ಉದಾ: $(2, 0), (-3, 0)$ ಇತ್ಯಾದಿ

5. y -ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ $(0, y)$ ಉದಾ: $(0, 2), (0, -3)$ ಇತ್ಯಾದಿ

6. ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ $O(0, 0)$

7. ದೂರ ಸೂತ್ರ:

$P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಆದಾಗ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

8. ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಸೂತ್ರ

$P(x, y)$ ಮತ್ತು ಮೂಲ ಬಿಂದು $O(0, 0)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$

9. ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ: $A(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $m_1 : m_2$

ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ $P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$P(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

10. ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರ :

ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವು ಆ ರೇಖೆಯನ್ನು 1:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ

$A(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು $P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನ

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$P(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

ದೂರ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

A(2, 6) ಮತ್ತು B(5, 10) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$A(2, 6) \quad B(5, 10)$$

$$x_1, y_1 \quad x_2, y_2$$

$$\text{ದೂರ ಸೂತ್ರ } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(5 - 2)^2 + (10 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$d = 5 \text{ ಮಾನಗಳು}$$

P(2, 3) ಮತ್ತು Q(4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2} \text{ ಮಾನಗಳು}$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಕ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಉತ್ತರ
01.	A(2, 6) ಮತ್ತು B(5, 10) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ	5
02.	P(2, 3) ಮತ್ತು Q(4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ	$2\sqrt{2}$
03.	(-5, 7) ಮತ್ತು (-1, 3) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ	$4\sqrt{2}$
04.	(2, 3) ಮತ್ತು (4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ.	$2\sqrt{2}$
05.	(3, 1) ಮತ್ತು (6, 2) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	$\sqrt{10}$
06.	A(2, 3) ಮತ್ತು B(10, -3) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ	10
07.	A(3, 6) ಮತ್ತು B(5, 7) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ .	$\sqrt{5}$
08.	A(8, -3) ಮತ್ತು B(0, 9) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ	$4\sqrt{13}$
09.	(2, 3) ಮತ್ತು (6, 6) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	5
10.	(2, 5) ಮತ್ತು (-3, -7) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	13

ಭಾಗಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ವಿಧ - 01

A(-6, 10) ಮತ್ತು B(3, -8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (-4, 6) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(X_1, Y_1) = A(-6, 10)$$

$$(X_2, Y_2) = B(3, -8)$$

$$(X, Y) = P(-4, 6)$$

$$m_1 : m_2 = ?$$

$$m_1 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_2 = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$m_1 = \frac{-4 + 6}{3 + 6}$$

$$m_2 = \frac{-8 - 10}{-8 - 6}$$

$$m_1 = \frac{2}{9}$$

$$m_2 = \frac{2}{7}$$

ಅಥವಾ

$$m_1 = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$m_2 = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$m_1 = \frac{-8 - 10}{-8 - 6}$$

$$m_2 = \frac{-8 - 6}{-8 - 6}$$

$$m_1 = \frac{-18}{-14} = \frac{2}{7}$$

$$m_2 = \frac{-14}{-14} = 1$$

$$m_1 : m_2 = 2 : 7$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಕ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಉತ್ತರ
1	A(-1, 7) ಮತ್ತು B(4, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (1, 3) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	2 : 3
2	(1, 6) ಮತ್ತು (4, 3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (2, 5) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	1 : 2
3	A(4, -3) ಮತ್ತು B(8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (7, 3) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	3 : 1
4	A(0, 0) ಮತ್ತು B(5, 10) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (2, 4) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	2 : 3
5	(2, 1) ಮತ್ತು (7, 6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (5, 4) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	3 : 2
6	(-3, 5) ಮತ್ತು (4, -9) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (-2, 3) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	1 : 6
7	(-2, 7) ಮತ್ತು (3, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (1, 1) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	3 : 2

ಭಾಗಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ವಿಧ - 02

(4, -3) ಮತ್ತು (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ 3 : 1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(X_1, Y_1) = A(4, -3)$$

$$(X_2, Y_2) = B(8, 5)$$

$$m_1 : m_2 = 3 : 1$$

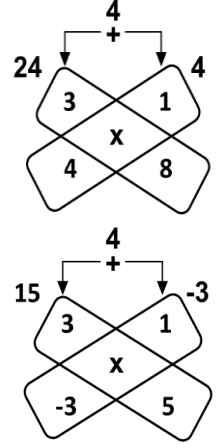
$$P(X, Y) = ?$$

$$\text{ಭಾಗಪ್ರಮಾಣದ ಸೂತ್ರ: } P(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{24 + 4}{4}, \frac{15 - 3}{4} \right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{28}{4}, \frac{12}{4} \right)$$

$$P(x, y) = (7, 3)$$



-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಕ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಉತ್ತರ
1	A(-1, 7) ಮತ್ತು B(4, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ABಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(1, 3)
2	(1, 6) ಮತ್ತು (4, 3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 1 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(2, 5)
3	A(4, -3) ಮತ್ತು B(8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(7, 3)
4	A(0, 0) ಮತ್ತು B(5, 10) ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು 'P' ಬಿಂದುವು 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(2, 4)
5	(2, 1) ಮತ್ತು (7, 6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(5, 4)
6	(-3, 5) ಮತ್ತು (4, -9) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 1 : 6 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(-2, 3)
7	(-2, 7) ಮತ್ತು (3, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(1, 1)

ಭಾಗಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ವಿಧ - 03

P(3, 4) ಮತ್ತು Q(5, 6) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು “ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು” ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(X_1, Y_1) = P(3, 4)$$

$$(X_2, Y_2) = B(5, 6)$$

$$\text{ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ: } P(x, y) = \left(\frac{X_1 + X_2}{2}, \frac{Y_1 + Y_2}{2} \right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{3+5}{2}, \frac{4+6}{2} \right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{8}{2}, \frac{10}{2} \right)$$

$$P(x, y) = (4, 5)$$

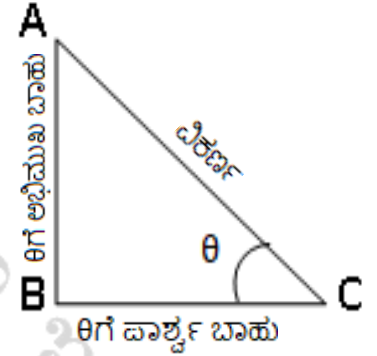
∴ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಪ್ರ.ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಉತ್ತರ
1	P(3, 4) ಮತ್ತು Q(5, 6) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು “ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು” ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(4, 5)
2	(2, 3) ಮತ್ತು (4, 7) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು “ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು” ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(3, 5)
3	(6, 2) ಮತ್ತು (4, 4) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು “ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು” ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(5, 3)
4	(-4, 4) ಮತ್ತು (6, -2) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು “ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು” ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(1, 1)
5	(0, 4) ಮತ್ತು (6, 0) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು “ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು” ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(3, 2)
6	(-4, -4) ಮತ್ತು (4, 4) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು “ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು” ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(0, 0)
7	(-3, 5) ಮತ್ತು (7, 3) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು “ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು” ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	(2, 4)

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

1. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು

$\sin \theta = \frac{\text{ಠಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿರಣ್ಣ}} = \frac{AB}{AC}$	$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{ವಿರಣ್ಣ}}{\text{ಠಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}} = \frac{AC}{AB}$
$\cos \theta = \frac{\text{ಠಗೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿರಣ್ಣ}} = \frac{BC}{AC}$	$\sec \theta = \frac{\text{ವಿರಣ್ಣ}}{\text{ಠಗೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}} = \frac{AC}{BC}$
$\tan \theta = \frac{\text{ಠಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಠಗೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}} = \frac{AB}{BC}$	$\cot \theta = \frac{\text{ಠಗೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ಠಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}} = \frac{BC}{AB}$



2. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತಗಳು

$\sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}$	$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$	$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$	
$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$	

3. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
$\operatorname{cosec} A$	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
$\cot A$	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

4. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$	$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$	$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$
-------------------------------------	-------------------------------------	---

:- ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು:

1. $\cos \theta = \frac{24}{25}$ ಆದಾಗ $\sec \theta$ ದ ಬೆಲೆಯು

2. $\sin A = \frac{1}{2}$ ಆದರೆ $\angle A$ ನ ಅಳತೆಯು

3. $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ಆದಾಗ $\operatorname{cosec} \theta$ ದ ಬೆಲೆಯು

4. $\tan A = \frac{7}{24}$ ಆದಾಗ $\cot A$ ದ ಬೆಲೆಯು

5. $\tan^2 60^\circ$ ಇದರ ಬೆಲೆಯು

6. $\sin \theta = \frac{5}{13}$ ಆದರೆ $\operatorname{cosec} \theta$ ದ ಬೆಲೆಯು

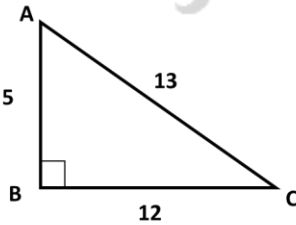
7. $13 \sin \theta = 5$ ಆದರೆ $\tan \theta$ ದ ಬೆಲೆಯು

8. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು

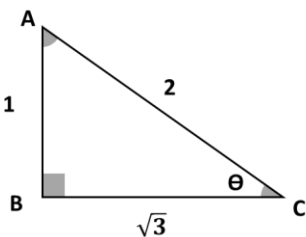
9. $\sin 30^\circ - \cos 60^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು

10. $\sin 90^\circ + \tan 45^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು

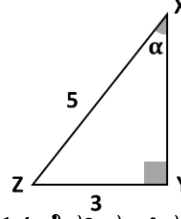
11. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\cot A$ ಬೆಲೆಯು



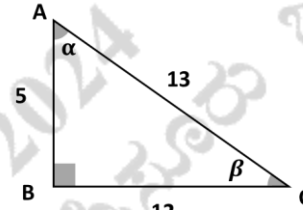
12. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ θ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



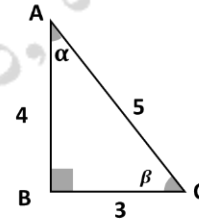
13. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\sin \alpha$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



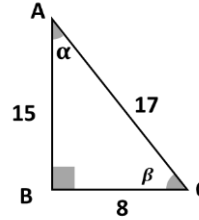
14. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\sin \alpha$ ಮತ್ತು $\cos \beta$ ಬೆಲೆಯು



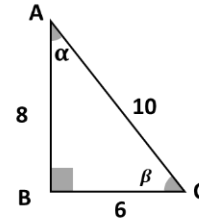
15. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\sin \alpha + \cos \beta$ ಬೆಲೆಯು



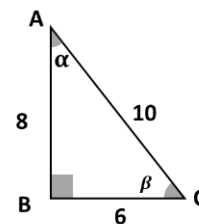
16. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\sin \alpha \times \cos \beta$ ಬೆಲೆಯು



17. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\tan \alpha - \cot \beta$ ಬೆಲೆಯು



18. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\operatorname{cosec} \alpha + \sec \beta$ ಬೆಲೆಯು



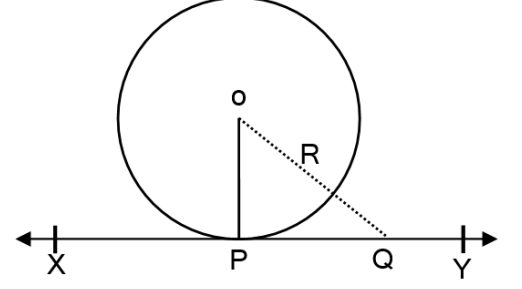
ಹೇಳಿಕೆ : ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ XY ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ XY ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು

ಬಿಂದು Q ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದೆ OQ ಸೇರಿಸಿದೆ.



ಸಾಧನೆ : OQ ವೃತ್ತವನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ

$$OQ = OR + RQ$$

$$OP = OR$$

(ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$$OQ > OR$$

(ಪೂರ್ಣವು ಅದರ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು)

$$OQ > OP$$

($OP = OR$)

P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ XY ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳಿಗೂ ಇದು ಅನ್ವಯವಾಗುವುದರಿಂದ,

O ನಿಂದ XY ಮೇಲಿನ ಇತರೆ ಬಿಂದುಗಳಿಗಿರುವ ದೂರಕ್ಕಿಂತ OP ಯು ಕನಿಷ್ಠ ದೂರವಾಗಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ OP

ಯು XY ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ : ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು. PQ ಮತ್ತು PR ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು

P ಯಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $PQ = PR$

ರಚನೆ : OQ, OR ಮತ್ತು OP ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ :

ΔOQP ಮತ್ತು ΔORP ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle OQP = \angle ORP = 90^\circ$$

(ಪ್ರಮೇಯ - 4.1)

$$OQ = OR$$

(ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$$OP = OP$$

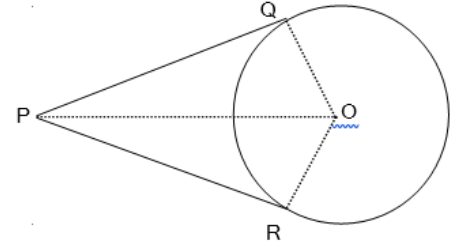
(ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

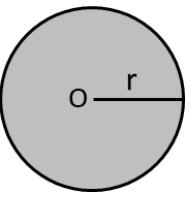
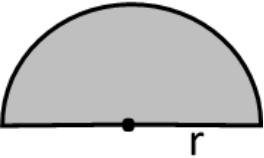
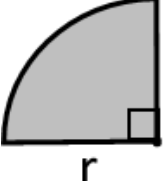
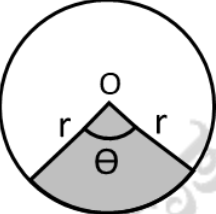
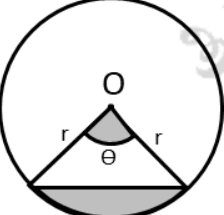
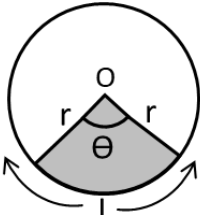
$$\Delta OQP \cong \Delta ORP$$

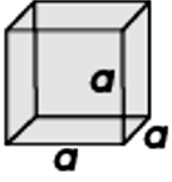
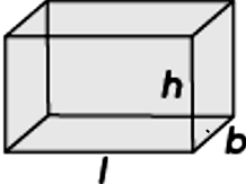



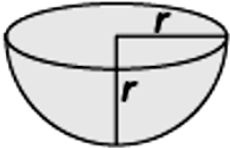
(ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ)

$$PQ = PR$$

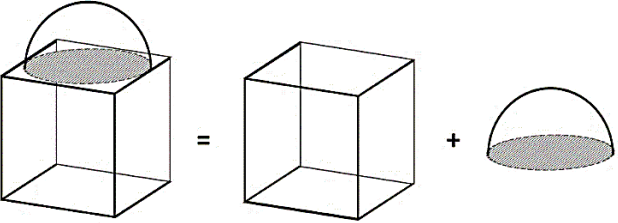
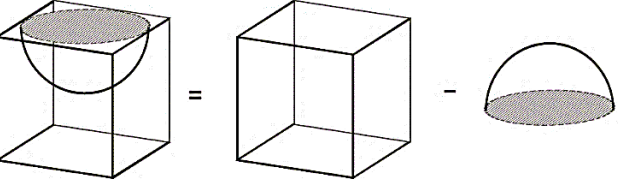
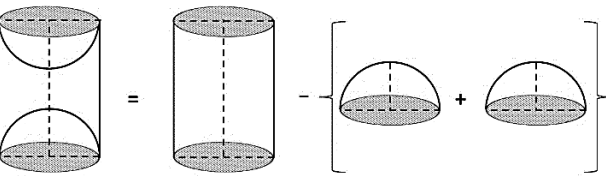
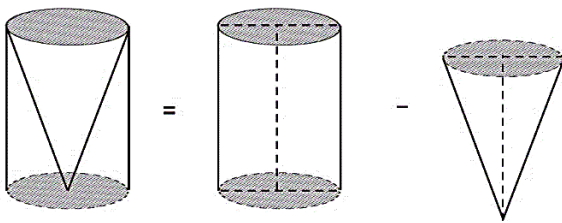
(ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು)



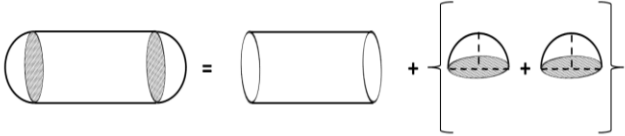
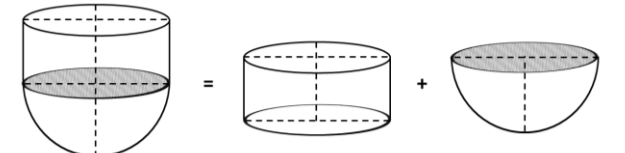
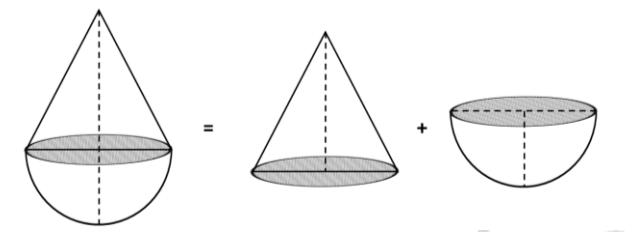
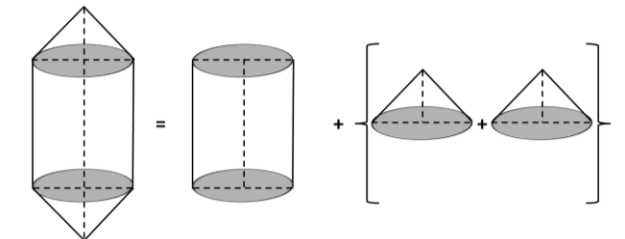
ವೃತ್ತದ ಭಾಗಗಳು	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಸುತ್ತಳತೆ
<p>ವೃತ್ತ</p> 	πr^2 ಅಥವಾ $\frac{\pi d^2}{4}$ $d = 2r$ ಅಥವಾ $r = \frac{d}{2}$ (d = ವ್ಯಾಸ, r = ತ್ರಿಜ್ಯ)	$2\pi r$ ಅಥವಾ πd $d = 2r$ ಅಥವಾ $r = \frac{d}{2}$ (d = ವ್ಯಾಸ, r = ತ್ರಿಜ್ಯ)
<p>ಅರ್ಧವೃತ್ತ</p> 	$\frac{\pi r^2}{2}$ $r =$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ	ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಪರಿಧಿ + 2 ತ್ರಿಜ್ಯ $\pi r + 2r$ $r =$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ
<p>ವೃತ್ತ ಚತುರ್ತಕದ</p> 	$\frac{\pi r^2}{4}$ $r =$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ	$\frac{1}{4}$ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿ + 2 ತ್ರಿಜ್ಯ $\frac{\pi r}{2} + 2r$
<p>ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ</p> 	$\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ ಅಥವಾ $\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$ $\theta =$ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ, $r =$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ	ಕಂಸದ ಉದ್ದ + 2 ತ್ರಿಜ್ಯ $\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r + 2r$
<p>ವೃತ್ತ ಖಂಡ</p> 	$\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$ $\theta =$ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ, $r =$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ	$\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r + 2r \times \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ $\theta =$ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ, $r =$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ
<p>ವೃತ್ತ ಕಂಸ</p> 	-----	$\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$ ಅಥವಾ $\frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$ $\theta =$ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ, $r =$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ
$\text{ವೃತ್ತ ಕಂಸದ ಉದ್ದ} = \frac{2}{r} \times \text{ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$		$\text{ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{r}{2} \times \text{ವೃತ್ತ ಕಂಸದ ಉದ್ದ}$

ಘನಾಕೃತಿ	ಪಾರ್ಶ್ವ/ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
 <p>ಚೌಕ ಘನ (ಘನ)</p>	$4a^2$	$6a^2$	a^3
 <p>ಆಯತ ಘನ</p>	$2(bh + hl)$	$2(lb + bh + hl)$	$l \times b \times h$
 <p>ಸಿಲಿಂಡರ್</p>	$2\pi rh$	$2\pi r(r + h)$	$\pi r^2 h$
 <p>ಶಂಕು</p>	πrl	$\pi r(r + l)$	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$
 <p>ಗೋಳ</p>	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
 <p>ಅರ್ಧಗೋಳ</p>	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3} \pi r^3$

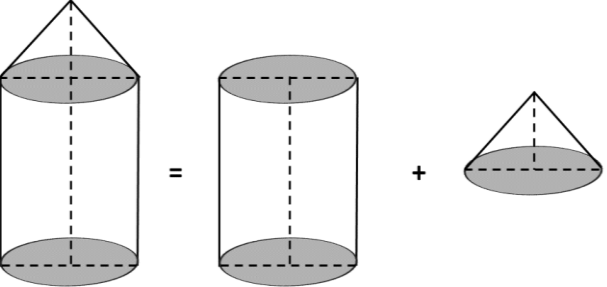
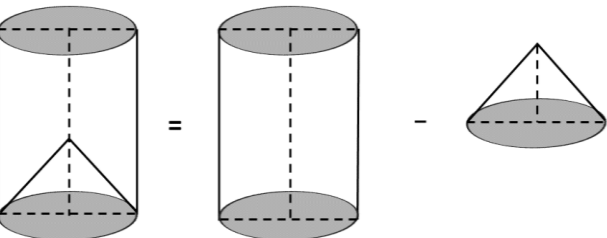
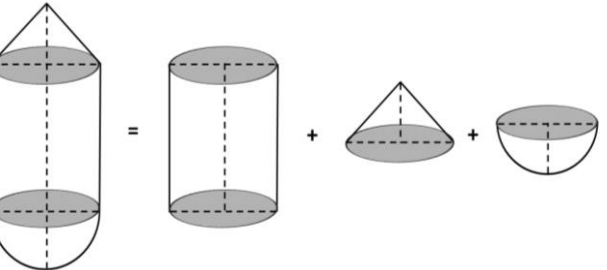
ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು

	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಘನದ(T.S.A) + ಅರ್ಧಗೋಳದ(C.S.A) - ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನದ (V) + ಅರ್ಧಗೋಳದ (V)
	$6a^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$	$a^3 + \frac{2}{3}\pi r^3$
	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಘನದ (T.S.A) - ಅರ್ಧಗೋಳದ (T.S.A)	ಘನದ (V) - ಅರ್ಧಗೋಳದ (V)
	$6a^2 - 2\pi r^2$	$a^3 - \frac{2}{3}\pi r^3$
	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (C.S.A) + 2 ಅರ್ಧಗೋಳದ (C.S.A)	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (V) - 2 ಅರ್ಧಗೋಳದ (V)
	$2\pi rh + 2(2\pi r^2)$	$\pi r^2 h - 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$
	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (C.S.A) + ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಶಂಕುವಿನ (C.S.A)	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (V) - ಶಂಕುವಿನ (V)
	$2\pi rh + \pi r^2 + \pi rl$	$\pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h$

ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು

	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (C.S.A) + 2 ಅರ್ಧಗೋಳ (C.S.A)	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (V) + 2 ಅರ್ಧಗೋಳ (V)
	$2\pi rh + 2(2\pi r^2)$	$\pi r^2 h + 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$
	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (C.S.A) + ಅರ್ಧಗೋಳ (C.S.A)	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (V) + ಅರ್ಧಗೋಳ (V)
	$2\pi rh + 2\pi r^2$	$\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$
	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಶಂಕುವಿನ (C.S.A) + ಅರ್ಧಗೋಳ (C.S.A)	ಶಂಕುವಿನ (V) + ಅರ್ಧಗೋಳ (V)
	$\pi rl + 2\pi r^2$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$
	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (C.S.A) + 2 ಶಂಕುವಿನ (C.S.A)	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (V) + 2 ಶಂಕುವಿನ (V)
	$2\pi rh + 2\pi rl$	$\pi r^2 h + 2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$

ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು

	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (C.S.A) + ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಶಂಕುವಿನ (C.S.A)	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (V) + ಶಂಕುವಿನ (V)
	$2\pi rh + \pi r^2 + \pi r l$	$\pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h$
	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (C.S.A) + ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಮೇಲ್ಮುಖದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಶಂಕುವಿನ (C.S.A)	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (V) - ಶಂಕುವಿನ (V)
	$2\pi rh + \pi r^2 + \pi r l$	$\pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h$
	ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (T.S.A)	ಘನಫಲ (V)
	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (C.S.A) + ಶಂಕುವಿನ (C.S.A) + ಅರ್ಧಗೋಳದ (C.S.A)	ಸಿಲಿಂಡರಿನ (V) + ಶಂಕುವಿನ (V) + ಅರ್ಧಗೋಳದ (V)
	$2\pi rh + \pi r l + 2\pi r^2$	$\pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$

ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
1 — 5	4
6 — 10	3
11 — 15	2
16 — 20	1
21 — 25	5

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ f_i	ಮಧ್ಯಬಿಂದು x_i	$x_i f_i$
1 — 5	4	3	12
6 — 10	3	8	24
11 — 15	2	13	26
16 — 20	1	18	18
21 — 25	5	23	115
	$\sum f_i = 15$		$\sum f_i x_i = 195$

$$\therefore \text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{195}{15}$$

$$\boxed{\text{ಸರಾಸರಿ } (\bar{x}) = 13}$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	2 - 6	7 - 11	12 - 16	17 - 21	22 - 26
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	5	3	1

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 13)

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
ಆವೃತ್ತಿ	4	6	5	4	1

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 31)

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1 - 5	6 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25
ಆವೃತ್ತಿ	4	3	2	1	5

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 13)

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55
ಆವೃತ್ತಿ	4	6	5	6	4

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 30)

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	5	7	3

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 38)

6. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55
ಆವೃತ್ತಿ	1	3	5	4	2

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 32)

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

7. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55
ಆವೃತ್ತಿ	4	3	6	5	2

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 29)

8. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1 - 5	5 - 9	9 - 13	13 - 17	17 - 21
ಆವೃತ್ತಿ	4	3	5	7	1

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 10.6)

9. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
ಆವೃತ್ತಿ	3	5	9	5	3

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 25)

10. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10 - 30	30 - 50	50 - 70	70 - 90
ಆವೃತ್ತಿ	2	6	10	2

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 52)

11. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
ಆವೃತ್ತಿ	5	12	14	11	8

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 26)

12. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10
ಆವೃತ್ತಿ	5	6	3	1

(ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = 05)

ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
1 — 3	6
3 — 5	9
5 — 7	15
7 — 9	9
9 — 11	1

ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ,

$$f_0=9, \quad f_1=15, \quad f_2=9, \quad h=2, \quad l=5,$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$= 5 + \left(\frac{15 - 9}{2 \times 15 - 9 - 9} \right) \times 2$$

$$= 5 + \left(\frac{6}{30 - 18} \right) \times 2$$

$$= 5 + \left(\frac{6^1}{12} \right) \times 2$$

$$= 5 + 1$$

$$\boxed{\text{ಬಹುಲಕ} = 6}$$

:- ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21
ಆವೃತ್ತಿ	1	3	7	10	9

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 15.4)

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1 – 3	3 – 5	5 – 7	7 – 9	9 – 11
ಆವೃತ್ತಿ	6	9	15	9	1

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 6)

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35
ಆವೃತ್ತಿ	3	3	7	6	6

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 24)

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55
ಆವೃತ್ತಿ	3	4	8	7	3

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 33)

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25
ಆವೃತ್ತಿ	8	9	5	3	1

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 6)

6. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10 – 25	25 – 40	40 – 55	55 – 70	70 – 85	85 – 100
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 52)

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

7. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
ಆವೃತ್ತಿ	7	8	2	2	1

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 3.2)

8. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
ಆವೃತ್ತಿ	6	9	2	2	1

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 3.6)

9. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	7	9	15	11	8

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 26)

10. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	6	9	15	9	1

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 25)

11. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	5	2

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 24)

12. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
ಆವೃತ್ತಿ	7	8	2	2	1

(ಉತ್ತರ : ಬಹುಲಕ = 3.28)

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಬಿಡಿಸುವ ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
0 — 20	6
20 — 40	9
40 — 60	10
60 — 80	8
80 — 100	7

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
0-20	6	6
20-40	9	15
40-60	10	25
60-80	8	33
80-100	7	40

$$n = 40, \quad \therefore \frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ 40-60

$$\therefore l = 40$$

$$cf = 15$$

$$f = 10$$

$$h = 20$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

$$= 40 + \left[\frac{20 - 15}{10} \right] \times 20$$

$$= 40 + (5) (2)$$

$$= 40 + 10$$

$$= 50$$

$$\therefore \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 50$$

:- ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
ಆವೃತ್ತಿ	5	8	10	4	3

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 72)

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
ಆವೃತ್ತಿ	6	9	10	8	7

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 50)

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
ಆವೃತ್ತಿ	7	15	20	8

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 63)

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1 – 4	4 – 7	7 – 10	10 – 13	13 – 16	16 – 19
ಆವೃತ್ತಿ	6	30	40	16	4	4

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 8.05)

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	6	4	5

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 29.16)

6. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21
ಆವೃತ್ತಿ	7	2	2	8	1

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 8.05)

:- ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

7. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	6	6	3	2

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 56.67)

8. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-55
ಆವೃತ್ತಿ	14	16	18	23	18	8	3

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 45.4)

9. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ಆವೃತ್ತಿ	22	10	8	15	5	6

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 21.25)

10. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	17	12	4

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 49.41)

11. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ಆವೃತ್ತಿ	5	8	20	15	7	5

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 28.5)

12. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
ಆವೃತ್ತಿ	5	8	16	23	10	8

(ಉತ್ತರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 21.3)

-: ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳು:-

1. ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} \begin{cases} P(E) = \text{ಘಟನೆಯ } E \text{ ನ ಸಂಭವನೀಯತೆ} \\ n(E) = \text{ಘಟನೆ } E \text{ ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} \\ n(S) = \text{ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ.} \end{cases}$$

2. ಖಚಿತ ಘಟನೆ (ನಿಶ್ಚಿತ ಘಟನೆ) ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಒಂದು (1) ಆಗಿದೆ.

3. ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಸೊನ್ನೆ (0) ಆಗಿದೆ.

4. ಒಂದು ಘಟನೆ 'E' ಸಂಭವನೀಯತೆ P(E) ಯು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು $0 \leq P(E) \leq 1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

5. ಘಟನೆ E ಮತ್ತು ಘಟನೆ \bar{E} ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳಾಗಿದ್ದು $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

6. ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಗಣ

$$S = \{H, T\}$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n(s) = 2$$

7. ಎರಡು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಗಣ

$$S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n(s) = 4$$

8. ಮೂರು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಗಣ

$$S = \{(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H), (T, T, T), (T, T, H), (T, H, T), (T, T, H)\},$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n(s) = 8$$

9. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಗಣ

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n(s) = 6$$

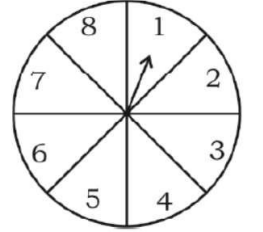
10. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಗಣ

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \end{array} \right\}$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n(s) = 36$$

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

1. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 9 ರಿಂದ 19 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಮೂದಿಸಿರುವ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಡ್‌ನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಅದು ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 10 ರಿಂದ 18 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಮೂದಿಸಿರುವ 9 ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡ್‌ನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದಾಗ ಅದು ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 3 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು, 5 ಬಿಳಿ ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 8 ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ, ಚೀಲದಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆ ಚೆಂಡು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಆಗಿರುವ ಬಿಳಿ ಚೆಂಡು ಆಗದಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ಒಂದು ಅವಕಾಶದ ಆಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸೂಚಕವು ಚಕ್ರಾಕಾರವಾಗಿ ತಿರುಗಿ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ಈ ಅಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ನಿಶ್ಚಲವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇವೆಲ್ಲವು ಸಮಾನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಸೂಚಕವು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



5. ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ A B C D E I ಗಳನ್ನು ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳದ ಮುಖದ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿದೆ. ಈ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಮುಖದಲ್ಲಿ ಸ್ವರಾಕ್ಷರ (Vowel) ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. ಮುಖದ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳಗಳನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 90 ರವರೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಮೂದಿಸಿರುವ ಬಿಲ್ಲೆಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದರೆ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
8. 1 ರಿಂದ 6 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
9. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 6 ಕೆಂಪು, 5 ನೀಲಿ ಮತ್ತು 4 ಹಸಿರು ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದರೆ ಅದು (i) ಹಸಿರು ಆಗಿರುವ (ii) ಕೆಂಪು ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

-: ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :-

10. A ಯು ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಘಟನೆಯಾಗಿದ್ದು $P(A) : P(\bar{A}) = 1 : 2$ ಆದರೆ $P(\bar{A})$ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
11. 1 ರಿಂದ 6 ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಿರುವ ಎರಡು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮೇಲೆ ಬರುವ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 7 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
12. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ 2 ಮತ್ತು 6 ರ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
13. 1 ರಿಂದ 6 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ನಮೂದಿಸಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೇಲ್ಮುಖದಲ್ಲಿ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
14. 1 ರಿಂದ 6 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ನಮೂದಿಸಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದೆ ಮೇಲ್ಮುಖದಲ್ಲಿ 4 ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
15. 1 ರಿಂದ 6 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ನಮೂದಿಸಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- a. ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ
- b. ಒಂದು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ ಆಗದಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
16. ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ. ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಪುಚ್ಚವನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
17. ಒಂದು ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 36 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗದಷ್ಟು ಹಣ್ಣುಗಳು ಕೊಳೆತಿವೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದವು ಚೆನ್ನಾಗಿವೆ. ಬುಟ್ಟಿಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಕವಾಗಿ ಒಂದು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದಾಗ ಅದು ಚೆನ್ನಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.