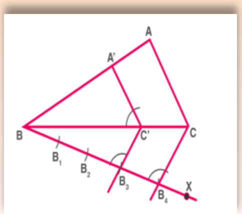
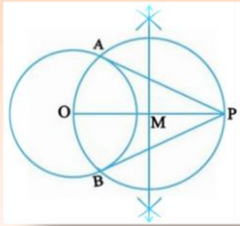
ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

## ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ

## ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಾರ್ಯಾಲಯ ಕೋಲಾರ ಜಿಲ್ಲೆ, ಕೋಲಾರ



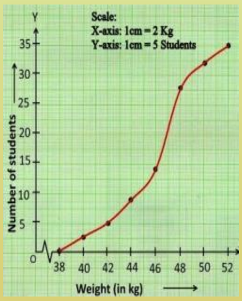
**2022-23**

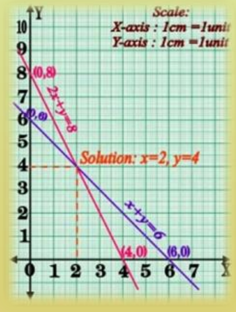


# ಪ್ರೇರಣೆ

## ಸುಲಭ ಗಣಿತ


# 10




## -: ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ :-

# ಶ್ರೀ ಕೃಷ್ಣಮೂರ್ತಿ

ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು
ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ
ಕೋಲಾರ ಜಿಲ್ಲೆ, ಕೋಲಾರ.

*

## -: ಪರೀಕ್ಷಾ ನೋಡಲ್ ಅಧಿಕಾರಿಗಳು :-

# ಶ್ರೀ ಸಿ. ಆರ್. ಅಶೋಕ್

ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು,
ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ,
ಕೋಲಾರ ಜಿಲ್ಲೆ, ಕೋಲಾರ.

*

## -: ಪರಿಕಲ್ಪನೆ :-

# ಶ್ರೀ ವಿ. ಕೃಷ್ಣಪ್ಪ

ವಿಷಯ ಪರಿವೀಕ್ಷಕರು (ಗಣಿತ)
ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ,
ಕೋಲಾರ ಜಿಲ್ಲೆ, ಕೋಲಾರ.

*

| ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು | | |
|---|---|---|
| **ಶ್ರೀ P. N. ಬಾಲಕೃಷ್ಣ ರಾವ್**<br>ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು<br>ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ನಂಬಿಹಳ್ಳಿ<br>ಶ್ರೀನಿವಾಸಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು | **ಶ್ರೀ M. H. ಶಾಂತ ಕುಮಾರ್**<br>ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು<br>ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ,<br>ಕುಡಿಯನೂರು ಮಾಲೂರು<br>ತಾಲ್ಲೂಕು | **ಶ್ರೀ B. R. ಮಧುಸೂದನ**<br>ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು<br>ಸ\|\| ಪ\|\| ಪೂ\|\| ಕಾಲೇಜು,<br>ತಾಯಲೂರು ಮುಳಬಾಗಿಲು<br>ತಾಲ್ಲೂಕು |

## 1. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

| ಉದಾಹರಣೆ | ಅಂಕಗಳು:-2 |
|---|---|
| 1) 2, 5, 8, 11, …. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 12ನೇ ಪದವನ್ನು, ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>$a = 2, d = 5 - 2 = 3, n = 12.$<br>$a_n = a + (n-1)d$<br>$a_{12} = 2 + (12-1)3$<br>$= 2 + 33 = 35$<br>$\therefore \boldsymbol{a_{12} = 35}$ | 2) 61, 58, 55, ----------- ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 20ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>a=61  d= 58 – 61= -3 ,  n=20<br>$a_n = a + (n-1)d$<br>$a_{20} = 61 + (20-1)(-3)$<br>$= 61 + 19(-3)$<br>$= 61 - 57 = 4$<br>$\therefore \boldsymbol{a_{20} = 4}$ |
| ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು | |
| 1) 3, 7, 11, - - - - - - - ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 30ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>3) 72, 68, 64, - - - - - - ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 20ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. | 2) 5, 8, 11, 14, - - - - - ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 18ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>4) -2, -7, -12, -17,. . . . . . . ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 12ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. |
| ಉದಾಹರಣೆ | ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು |
| 1) 2+7+12+…ಈ ಸಮಾಂತರ ಸರಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>a =2,  d=5,  n=20<br>$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$<br>$S_{20} = \frac{20}{2}[2(2) + (20-1)(5)]$<br>$= 10[4+95]$<br>$\therefore \boldsymbol{S_{20} = 990}$ | 1) 2 + 7 + 12 + . . . . . . . . . . . . ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>2) 3, 7, 11, 15,. . . . . . . . . . . . ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 15 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>3) 5, 8, 11, 14 . . . . . . . . . ಈ ಸಮಾಂತರ ಸರಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. |

## 2. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣಗಳು

| ಉದಾಹರಣೆ | ಅಂಕಗಳು:- 2 |
|---|---|
| 1) ***ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:***<br>$x + y = 8$ ಮತ್ತು $2x - y = 7$<br>$x + y = 8 --------- (1)$<br>$2x - y = 7 --------(2)$ | 2) ***ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:***<br>$x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x + 3y = 12$<br>$x + y = 5 ------ (1)$<br>$2x + 3y = 12 ------ (2)$<br>(1) ಕ್ಕೆ 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $2x + 2y = 10 \rightarrow (3)$ |

ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

$$\begin{array}{r} x + \cancel{y} = 8 \\ 2x - \cancel{y} = 7 \\ \hline 3x = 15 \\ x = 5 \end{array}$$

$x$ ಬೆಲೆಯನ್ನು $x + y = 8$ ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$5 + y = 8 \Rightarrow y = 3$

$\therefore \boldsymbol{x = 5}$ ಮತ್ತು $\boldsymbol{y = 3}$

*ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು (3) ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ*

$$\begin{array}{l} \cancel{2x} + 3y = 12 \\ (-)\cancel{2x} + (-)2y = (-)10 \\ \hline y = 2 \end{array}$$

*$y$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ*, $x=3$

$\therefore \boldsymbol{x = 3}$ ಮತ್ತು $\boldsymbol{y = 2}$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು

1) ***ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:***

$2x + y = 5$ ಮತ್ತು $x + y = 4$

2) ***ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:***

$2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x - y = 1$

3) ***ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:***

$3x + 2y = 11$ ಮತ್ತು $5x - 2y = 13$

4) ***ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:***

$2x + y = 11$ ಮತ್ತು $x + y = 8$

5) ***ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:***

$x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x - 3y = 5$

6) ***ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:***

$3x + 2y = 15$ ಮತ್ತು $2x - 3y = -4$

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-4

1) ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x - y = 1$.

$2x + y = 8$

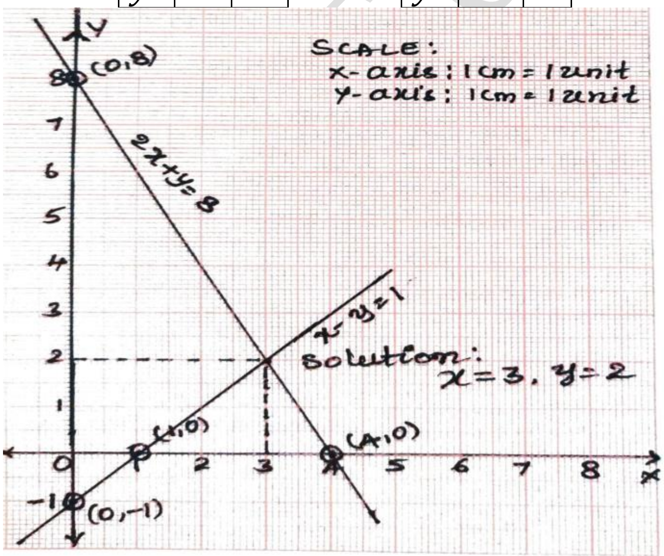
$y = 8 - 2x$

| $x$ | 0 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | 8 | 0 |

$x - y = 1$

$y = x - 1$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | -1 | 0 |




$\therefore \mathbf{x = 3 \text{ and } y = 2}$

2) ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$x + y = 5$ ಮತ್ತು $x + 2y = 6$

$x + y = 5$

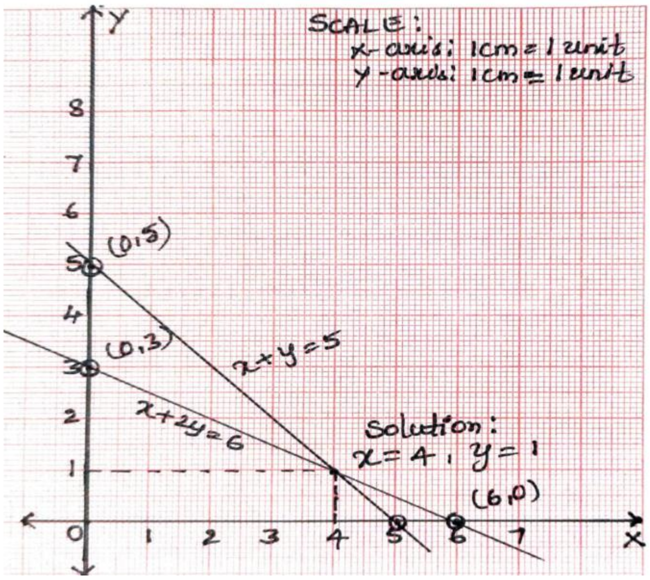
$y = 5 - x$

| $x$ | 0 | 5 |
|---|---|---|
| $y$ | 5 | 0 |

$x + 2y = 6$

$2y = 6 - x$

| $x$ | 0 | 6 |
|---|---|---|
| $y$ | 3 | 0 |



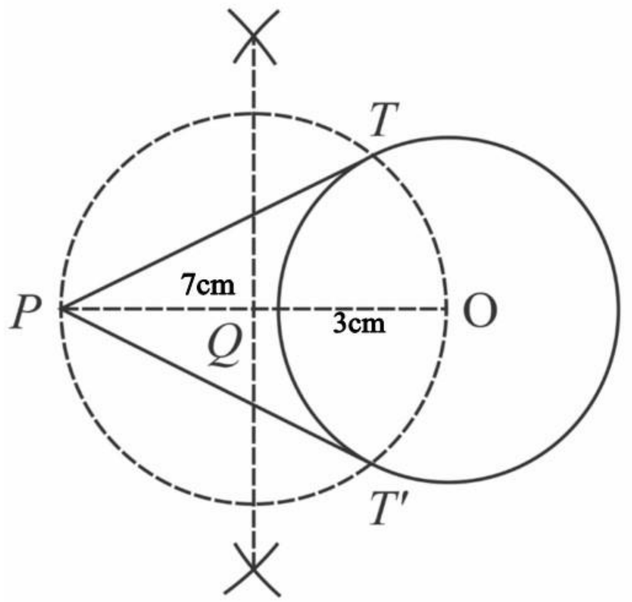

$\therefore \mathbf{x = 4 \text{ and } y = 1}$

| ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು | |
|---|---|
| 1) ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $x + 3y = 6$<br>$2x - y = 5$ | 2) ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3x - y = 1$<br>$x + y = 7$ |
| 3) ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3x + 2y = 12$<br>$x - y = -1$ | 4) ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $2x + y = 6$<br>$2x - y = 2$ |

## 3. ರಚನೆಗಳು

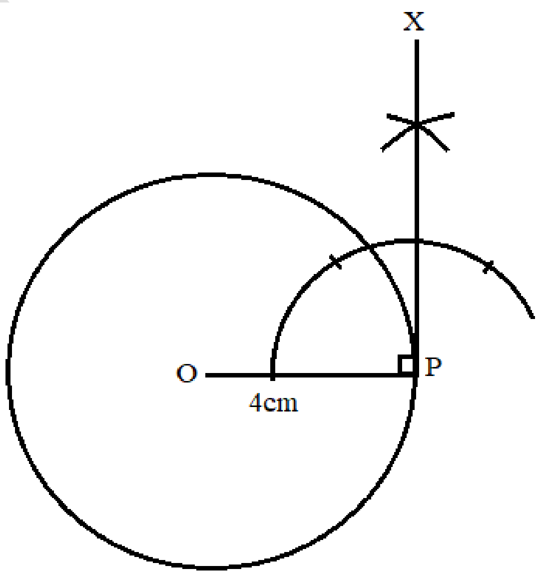
ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-2

1) $3cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಕೇಂದ್ರದಿಂದ $7cm$ ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

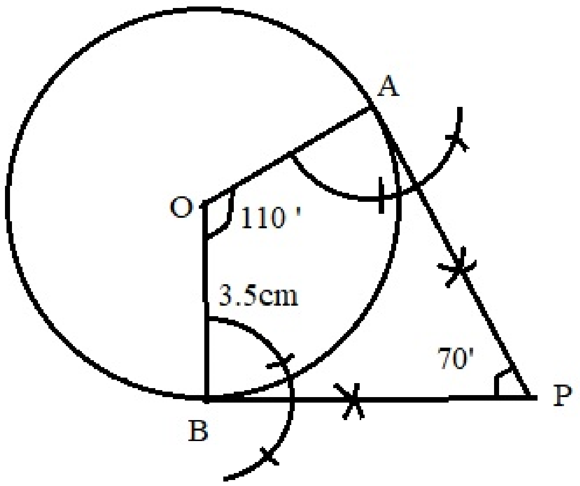



.

2) $4cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು 'P' ನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



3) $3.5cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $70°$ ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

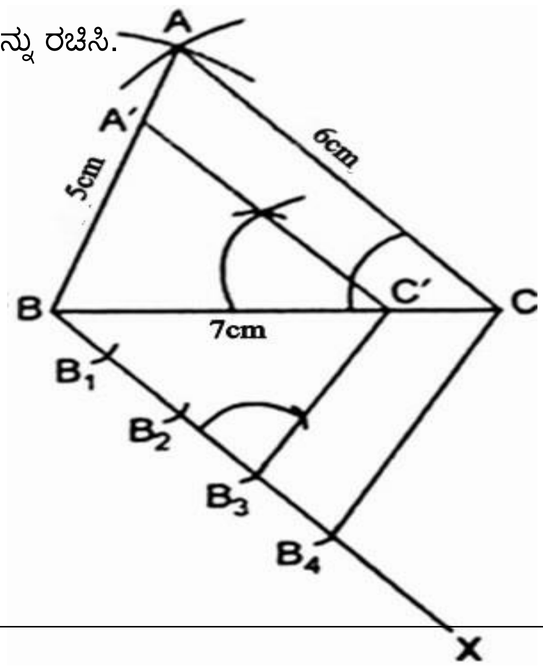


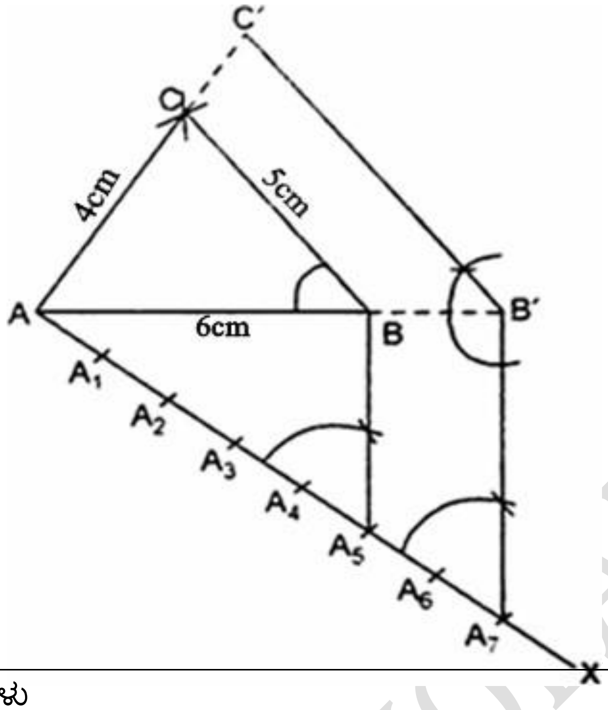

ರಚಿಸಲು ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

| | |
|---|---|
| 1) $4.5cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಕೇಂದ್ರದಿಂದ $8cm$ ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.<br>3) $4cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಕೇಂದ್ರದಿಂದ $9cm$ ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.<br>5) $5cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು 'P' ನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ. | 2) $4cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $60°$ ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.<br>4) $4.5cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $80°$ ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. |

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-3

1) ಬಾಹುಗಳು $5\ cm, 6\ cm$ ಮತ್ತು $7\ cm$ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



| |
|---|
| 2) ಬಾಹುಗಳು $4\ cm, 5\ cm$ ಮತ್ತು $6\ cm$ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.   |

| ರಚನೆ ಮಾಡಲು ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳು | |
|---|---|
| 1) $AB = 4cm, \angle ABC = 60°$ ಮತ್ತು $BC = 6cm$ ಇರುವಂತೆ $ABC$ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.<br>3) $AB = 6cm, BC = 3cm$ ಮತ್ತು $AC = 4.5cm$ ಇರುವಂತೆ $ABC$ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. | 2) $EF = 7cm, \angle DEF = 60°$ ಮತ್ತು $DE = 6cm$ ಇರುವಂತೆ $DEF$ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.<br>4) ಬಾಹುಗಳು $4\ cm, 6\ cm$ ಮತ್ತು $8\ cm$ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. |

## 4. ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

| ಉದಾಹರಣೆ | ಅಂಕಗಳು:-2 |
|---|---|
| 1) (3,2) ಮತ್ತು (-5,8) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$<br>$= \sqrt{(-5-3)^2 + (8-2)^2}$<br>$= \sqrt{(-8)^2 + (6)^2}$<br>$= \sqrt{64 + 36}$ | 2) $(4, p)$ ಮತ್ತು $(1, 0)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 5 ಮಾನಗಳಾದರೆ, '$p$' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$<br>$5 = \sqrt{(1-4)^2 + (0-p)^2}$ [ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗ ಮಾಡಿದೆ]<br>$25 = (-3)^2 + p^2$<br>$25 = 9 + p^2$ |

| | |
|---|---|
| $= \sqrt{100}$<br>$\therefore \boldsymbol{d} = \mathbf{10}$ **ಮಾನಗಳು** | $25 - 9 = p^2$<br>$16 = p^2 \quad \therefore \boldsymbol{p} = \pm \mathbf{4}$ |
| ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು | |
| 1) A(8,3) ಮತ್ತು B(2,11) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>3) (3,4) ಮತ್ತು (4,7) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. | 2) (-5,7) ಮತ್ತು B(-1,3) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>4) P(1,2) ಮತ್ತು Q(7,10) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. |
| ಉದಾಹರಣೆ | ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು |
| 1) $(0, 8)$ ಮತ್ತು $(4, 0)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>ಮಧ್ಯಬಿಂದು $P(x, y) = \left(\frac{x_{1+}x_2}{2}, \frac{y_{1+}y_2}{2}\right)$<br>$= \left(\frac{0+4}{2}, \frac{8+0}{2}\right)$<br>$= \left(\frac{4}{2}, \frac{8}{2}\right)$<br>$\therefore$ ಮಧ್ಯಬಿಂದು $\boldsymbol{P(x, y)} = (\mathbf{2}, \mathbf{4})$ | 1) $(5, 4)$ ಮತ್ತು $(3, 6)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>2) $\mathrm{M}(-2, 5)$ ಮತ್ತು $\mathrm{N}(6, -3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. |

## 5. ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು

| | |
|---|---|
| ಉದಾಹರಣೆ | ಅಂಕಗಳು:-2 |
| 1) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>$a = 2, \quad b = -5, \quad c = 3$<br>$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$<br>$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$<br>$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$<br>$x = \frac{5 \pm 1}{4}$ | 2) $x^2 + 2x + 4 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>$a = 1, \quad b = 2, \quad c = 4$<br>$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$<br>$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$<br>$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2}$ |

| | |
|---|---|
| $x = \frac{5+1}{4}$ ಅಥವಾ $\frac{5-1}{4}$<br>$\boldsymbol{x = \frac{3}{2}}$ ಅಥವಾ $\boldsymbol{x = 1}$ | $x = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2}$<br>$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4(-3)}}{2}$<br>$x = \frac{2(-1 \pm \sqrt{-3})}{2}$<br>$\boldsymbol{x = (-1 + \sqrt{-3})}$ ಅಥವಾ $\boldsymbol{x = (-1 - \sqrt{-3})}$ |

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು

| | |
|---|---|
| 1) $x^2 + 3x - 5 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>3) $x^2 + 2x - 15 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. | 2) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>4) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. |

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-2

| | | |
|---|---|---|
| 1) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>$a = 4, \quad b = -12, \quad c = 9$<br>$b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(4)(9)$<br>$= 144 - 144$<br>$b^2 - 4ac = 0$<br>**∴ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ** | 2) $x^2 + 2x - 15 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>$a = 1, \quad b = 2, \quad c = -15$<br>$b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(-15)$<br>$= 4 + 60$<br>$= 64$<br>**ಇಲ್ಲಿ** $b^2 - 4ac > 0$<br>**∴ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ** | 3) $x^2 - x + 12 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.<br>$a = 1, \quad b = -1, \quad c = 12$<br>$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(12)$<br>$= 1 - 48$<br>$= -47$<br>**ಇಲ್ಲಿ** $b^2 - 4ac < 0$<br>**∴ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ** |

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು

| | |
|---|---|
| 1) $x^2 + 4x + 4 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.<br>3) $x^2 + x - 6 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ. | 2) $x^2 + 2x + 1 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.<br>4) $2x^2 - 15x + 18 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ. |

# 6. ಸಂಭವನೀಯತೆ

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-2

1) ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಬರೆದಿರುವ ಒಂದು ಘನ ಆಕಾರದ ದಾಳವನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ಎಸೆದಿದೆ. ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮೇಲೆ ಕಾಣುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, $n(S) = 6$

ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ,

$\therefore n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$= \frac{3}{6}$

$\therefore \boldsymbol{P(A) = \frac{1}{2}}$

2) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 4 ಕೆಂಪು, 8 ಹಸಿರು ಮತ್ತು 5 ಬಿಳಿಯ ಬಣ್ಣದ ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಗೋಲಿಯನ್ನು ಹೊರ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಹೊರತೆಗೆದ ಗೋಲಿ ಕೆಂಪು ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ,

$n(S) = 4 + 5 + 8 = 17$

ಕೆಂಪು ಗೋಲಿಯನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ,

$\therefore n(A) = 5$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore P(A) = \frac{4}{17}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಲೆಕ್ಕಗಳು

1) ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಬರೆದಿರುವ ಒಂದು ಘನ ಆಕಾರದ ದಾಳವನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ಎಸೆದಿದೆ. ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮೇಲೆ ಕಾಣುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) ಒಂದೇ ತರಹದ ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಮ್ಮೆಲೇ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ. ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಶಿರವನ್ನಾದರೂ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) 12 ದೋಷಪೂರಿತ ಪೆನ್‌ಗಳು 132 ಉತ್ತಮ ಪೆನ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಬೆರೆತಿವೆ. ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಪೆನ್ನನ್ನು ಹೊರ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಹೊರತೆಗೆದ ಪೆನ್ ದೋಷಪೂರಿತದ್ದಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4) 1 ರಿಂದ 6 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಪ್ರತಿ ಮುಖದ ಮೇಲೆ ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಒಮ್ಮೆ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪಡೆದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

# 7. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-2

1) $5 + \sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : $5 + \sqrt{2}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ

$5 + \sqrt{2} = \frac{p}{q}$ ಇಲ್ಲಿ $q \neq 0, p, q \in Z$

$\sqrt{2} = \frac{p}{q} - 5$

$\sqrt{2} = \frac{p-5q}{q}$

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\neq$ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಎಡಭಾಗ $\neq$ ಬಲಭಾಗ

ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪಾಗಿದ

$\therefore 5 + \sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

2) $2 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : $2 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ

$2 - \sqrt{3} = \frac{p}{q}$ ಇಲ್ಲಿ $q \neq 0, p, q \in Z$

$2 - \frac{p}{q} = \sqrt{3}$

$\frac{2q-p}{q} = \sqrt{3}$

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\neq$ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಎಡಭಾಗ $\neq$ ಬಲಭಾಗ

ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪಾಗಿದೆ

$\therefore 2 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಅಭ್ಯಾಸ ಲೆಕ್ಕಗಳು

| | |
|---|---|
| 1) $3+\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. | 2) $5-\sqrt{7}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. |

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-3

1) $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ

=> $\sqrt{2}=\frac{p}{q}$ ಇಲ್ಲಿ $q \neq 0$ , $p$ ಮತ್ತು $q$ ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

$\sqrt{2}q = p$ ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗ ಮಾಡಿದಾಗ,

$2q^2 = p^2$……………(1)

∴ $p^2$ ನ್ನು 2 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ $p$ ಯನ್ನೂ 2 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ………(2)

=> $p = 2r$ ………………. (3)

ಸಮೀಕರಣ (3) ನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$2q^2 = (2r)^2$

$2q^2 = (2r)^2$

$2q^2 = 4r^2$

$q^2 = 2r$

∴ $q^2$ ನ್ನು 2 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ $q$ ಯನ್ನೂ 2 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ……..(4)

∴ (2) ಮತ್ತು (4) => $p$ ಮತ್ತು $q$ ಗಳೆರಡೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

ಅಂದರೆ $p$ ಮತ್ತು $q$ ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ.

ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪಾಗಿದೆ. ∴ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಲೆಕ್ಕಗಳು

| | |
|---|---|
| 1) $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. | 2) $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. |

## 8. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-2

1) 5sinθ = 3 ಆದರೆ cosθ ಮತ್ತು tanθ ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

sinθ = $\frac{3}{5}$

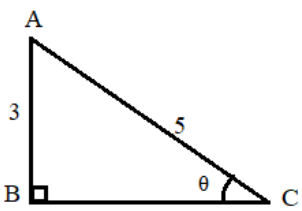
$AC^2=AB^2+BC^2$

$BC^2 = 5^2 - 3^2$

$BC^2= 25-9$

$BC^2=16$

BC = $\sqrt{16}$ = 4




cosθ = $\frac{4}{5}$ tanθ = $\frac{3}{4}$

2) $sin18^o - cos72^o - cos18^o + sin72^o$. ಇದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$= sin18^o - cos72^o - cos18^o + sin72^o$

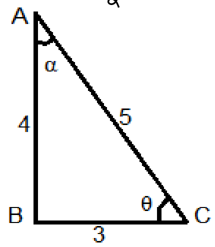
$= sin(90^o - 72^0) - cos72^o - cos(90^o - 72^0) + sin72^o$

$= cos72^o - cos72^o - sin72^o + sin72^o$

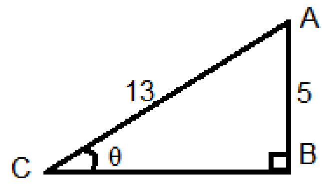
$= 0$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

1) ಚಿತ್ರದಿಂದ sinθ ಮತ್ತು tanα ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




2) $\sin\theta=\frac{5}{13}$ ಆದರೆ cosθ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




3) $\sin30^0+\cos60^0$ ಇದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4) ಬಿಡಿಸಿ $\tan28^0.\cot62^0 - \sin72^0.\cos18^0$

## 9. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ — ಅಂಕಗಳು:-2

1) 5 ಮತ್ತು 3 ನ್ನು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\alpha = 5$ ಮತ್ತು $\beta = 3$ ಆಗಿರಲಿ

$\alpha + \beta = 8$ {ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ}

$\alpha\beta = 15$ {ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}

ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

∴ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^2 - 8x + 15$ ಆಗಿದೆ

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

1) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 4 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 1 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

2) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -5 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 4 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ — ಅಂಕಗಳು:-3

1) $3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ಅನ್ನು $x^2 + 2x + 1$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$3x - 5$

$x^2 + 2x + 1$ ) $3x^3 + x^2 + 2x + 5$

$3x^3 + 6x^2 + 3x$

$(-)\quad(-)\quad(-)$

$-5x^2 - x + 5$

$-5x^2 - 10x - 5$

$(+)\quad(+)\quad(+)$

$9x + 10$

∴ ಭಾಗಲಬ್ಧ $= 3x - 5$ ಮತ್ತು

ಶೇಷ $= 9x + 10$

2) $(t-3)$ ಇದು $t^2 - 6t + 9$ ಇದರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

$t - 3$

$t - 3$ ) $t^2 - 6t + 9$

$t^2 - 3t$

$(-)\quad(+)$

$-3t + 9$

$-3t + 9$

$(+)\quad(-)$

$0$

ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ $= 0$

∴ $(t-3)$ ಇದು $t^2 - 6t + 9$ ರ ಅಪವರ್ತನ ಆಗಿದೆ

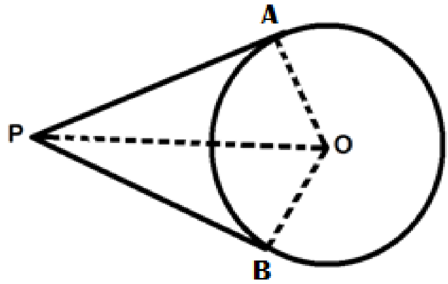
| ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು | |
|---|---|
| 1) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$ ಇದನ್ನು $g(x) = x^2 - x + 1$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. | 2) $p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ಇದನ್ನು $g(x) = x + 1$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. |

## 10. ವೃತ್ತಗಳು

ಪ್ರಮೇಯಗಳು ಅಂಕಗಳು;-3

1) "ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ:- 'O'ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ PA ಮತ್ತು PB ಗಳು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು P ನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.




ಸಾಧನೀಯ:- PA=PB

ರಚನೆ:- OA, OB, OP ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

ಸಾಧನೆ:- $\Delta$ OAP ಮತ್ತು $\Delta$ OBP ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle OAP = \angle OBP = 90^0$ ( ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ)

OP=OP (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

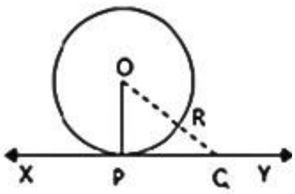
OA=OB (ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$\Delta OAP \cong \Delta OBP$ (ಲಂ.ವಿ,ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

PA=PB (ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾಹುಗಳು)

2) "ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ".

**ದತ್ತ :** 'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ XY ಯು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ. OP ಯು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ.




**ಸಾಧನೀಯ :** OP ⊥ XY

**ರಚನೆ :** XY ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು Q ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
OQ ಸೇರಿಸಿ OQವು ವೃತ್ತವನ್ನು ನಲ್ಲಿ R ಛೇದಿಸಲಿ.

**ಸಾಧನೆ :** ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ OR< OQ ಆಗಿದೆ.
ಆದರೆ OR=OP [∵ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ]
∴ OP< OQ

Q ವು P ಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವುದರಿಂದ OP ಯು O ನಿಂದ XY ಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಾಗಿದೆ.

**∴ OP ⊥ XY**

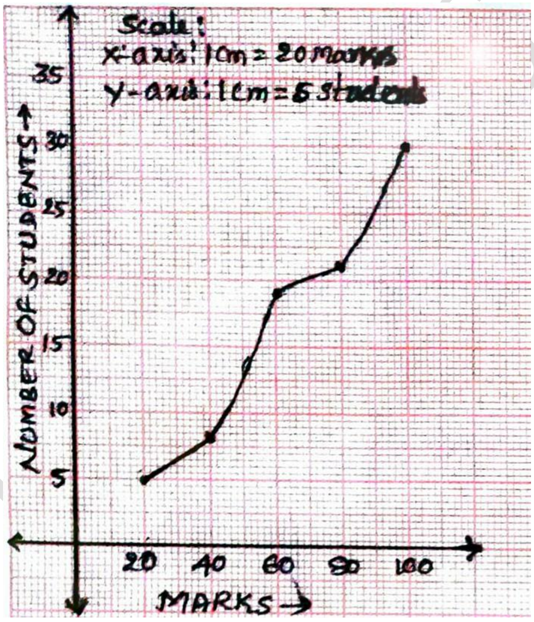
## 11. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು;-3

1) ಗಣಿತ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಹತ್ತನೇ ತರಗತಿಯ 30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ.

| ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು | 0-20 | 20-40 | 40-60 | 60-80 | 80-100 |
|---|---|---|---|---|---|
| ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ | 5 | 3 | 11 | 2 | 9 |

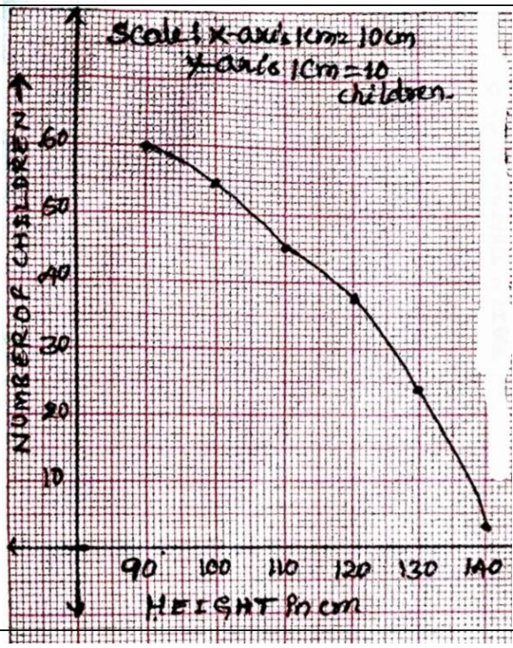
| ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು | ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ |
|---|---|
| 20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 5 |
| 40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 5+3=8 |
| 60 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 8+11=19 |
| 80 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 19+2=21 |
| 100 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 21+9=30 |




2) 60 ಮಕ್ಕಳ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಈ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ.

| ಎತ್ತರ ($cm$) | 90-100 | 100-110 | 110-120 | 120-130 | 130-140 | 140-150 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ | 5 | 10 | 7 | 24 | 11 | 3 |

| ಎತ್ತರ ($cm$) | ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ |
|---|---|
| 90 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 60 |
| 100 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 60 – 5 = 55 |
| 110 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 55 – 10 = 45 |
| 120 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 45 – 7 = 38 |
| 130 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 38 – 24 = 14 |
| 140 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 14 – 11 = 3 |



## ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

1) ಒಂದು ತರಗತಿಯ 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಆರೋಗ್ಯ ತಪಾಸಣೆಯಲ್ಲಿ ಅವರ ತೂಕವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ನಮೂದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ.

| ತೂಕ( kg ಗಳಲ್ಲಿ) | ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ |
|---|---|
| 40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 3 |
| 45 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 5 |
| 50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 9 |
| 55 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 14 |
| 60 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 28 |
| 65 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 32 |
| 70 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 35 |

2) ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ದತ್ತಾಂಶವು ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯಲ್ಲಿ 50 ಕೆಲಸಗಾರರ ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ

| ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯ (ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ) | ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ |
|---|---|
| 80 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 50 |
| 100 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 38 |
| 120 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 24 |
| 140 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 16 |
| 160 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 10 |
| 180 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು | 0 |

3) ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ವಿಷಯದ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 40 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳ ಸಂಚಿತ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಒಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

| ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು | ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ |
|---|---|
| 10 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 2 |
| 20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 5 |
| 30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 8 |
| 40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 12 |
| 50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 15 |
| 60 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 25 |
| 70 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 35 |
| 80 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ | 40 |

4) ಒಂದು ಹಳ್ಳಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ರೈತರ ರಾಗಿ ಬೆಳೆಯ ದತ್ತಾಂಶ ನೀಡಿದೆ. ಈದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ರೀತಿಯ ಒಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

| ರಾಗಿ ಬೆಳೆ (ಟನ್‌ಗಳಲ್ಲಿ) | ರೈತರ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ) |
|---|---|
| >8 | 80 |
| >12 | 60 |
| >16 | 55 |
| >20 | 45 |
| >24 | 40 |
| >28 | 35 |
| >32 | 20 |
| >36 | 15 |
| >40 | 10 |

ಉದಾಹರಣೆ ಅಂಕಗಳು:-3

1) ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

| ವರ್ಗಾಂತರ | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
|---|---|---|---|---|---|
| ಆವೃತ್ತಿ | 3 | 5 | 9 | 5 | 3 |

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ | $x$ | $fx$ |
|---|---|---|---|
| 0-10 | 3 | 5 | 15 |
| 10-20 | 5 | 15 | 75 |
| 20-30 | 9 | 25 | 225 |
| 30-40 | 5 | 35 | 175 |
| 40-50 | 3 | 45 | 135 |
| | $\mathbf{\Sigma f = 25}$ | | $\boldsymbol{\Sigma fx = 625}$ |

ಸರಾಸರಿ $= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{625}{25}$

$\therefore$ ಸರಾಸರಿ $= \mathbf{25}$

2) ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

| ವರ್ಗಾಂತರ | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
|---|---|---|---|---|---|
| ಆವೃತ್ತಿ | 4 | 7 | 13 | 9 | 3 |

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ | ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|---|
| 0-10 | 4 | 4 |
| 10-20 | 7 | 4+7=**11** |
| **20-30** | **13** | 11+13=24 |
| 30-40 | 9 | 24+9=33 |
| 40-50 | 3 | 33+3=36 |

$n = 36, \quad \frac{n}{2} = 18, \quad f = 13, \quad cf = 11,$

$h = 10, \quad l = 20$

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= 20 + \left[\frac{18 - 11}{13}\right] \times 10$

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= 20 + 5.38$

$\therefore$ ಮಧ್ಯಾಂಕ $= \mathbf{25.38}$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|
| 10-20 | 2 |
| 20-30 | 3 |
| 30-40 | 7 |
| 40-50 | 8 |
| 50-60 | 5 |
| | **Σf** =25 |

2) ಈ ಕಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|
| 50 - 60 | 12 |
| 60 - 70 | 14 |
| 70 - 80 | 8 |
| 80 - 90 | 6 |
| 90 - 100 | 10 |

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|
| 1 - 5 | 2 |
| 6 - 10 | 3 |
| 11 - 15 | 5 |
| 16 - 20 | 3 |
| 21 - 25 | 2 |
| | **Σf** =15 |

4) ಈ ಕಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|
| 20 - 40 | 7 |
| 40 - 60 | 15 |
| 60 - 80 | 20 |
| 80 - 100 | 8 |

3) ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯ ರೂಢಿಬೆಲೆ (ಬಹುಲಕ) -ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|
| 30-40 | 4 |
| 40-50 | 7 |
| 50-60 | 9 |
| 60-70 | 11 |
| 70-80 | 6 |
| 80-90 | 2 |

$f_1 = 11,\ f_0 = 9,\ f_2 = 6,\ l = 60,\ h = 10$

ರೂಢಿಬೆಲೆ $= l + \left[\frac{f_{1-}f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

ರೂಢಿಬೆಲೆ $= 60 + \left[\frac{11-9}{2(11)-9-6}\right] \times 10$

ರೂಢಿಬೆಲೆ $= 60 + 2.86$

$\therefore$ ರೂಢಿಬೆಲೆ $= \mathbf{62.86}$

1) ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಳಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|
| 1 – 3 | 6 |
| 3 – 5 | 9 |
| 5 – 7 | 15 |
| 7 – 9 | 9 |
| 9 - 11 | 1 |

2) ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|
| 10 – 25 | 2 |
| 25 – 40 | 3 |
| 40 – 55 | 7 |
| 55 – 70 | 6 |
| 70 – 85 | 6 |
| 85 – 100 | 6 |

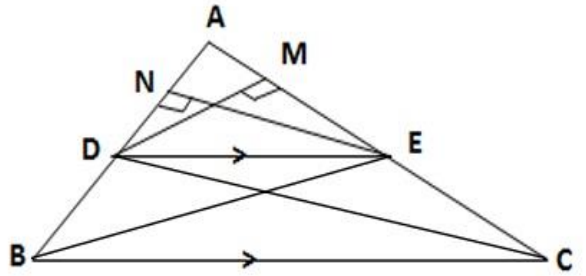
3) ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

| ವರ್ಗಾಂತರ | ಆವೃತ್ತಿ |
|---|---|
| 1 – 3 | 7 |
| 3 – 5 | 8 |
| 5 – 7 | 2 |
| 7 – 9 | 2 |
| 9 - 11 | 1 |

## 12. ಪ್ರಮೇಯಗಳು

1) ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ( ಥೇಲ್ಸ್ ) ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ




**ದತ್ತ:** $\Delta ABC$ ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$.

**ಸಾಧನೀಯ:** $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

**ರಚನೆ:** $DM \perp AC$ ಮತ್ತು $EN \perp AB$ ಎಳೆದಿದೆ.

BE ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

**ಸಾಧನೆ:**

$\frac{\text{ವಿ } (\Delta ADE)}{\text{ವಿ } (\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN}$ ( $\Delta$ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ )

$\frac{\text{ವಿ } (\Delta ADE)}{\text{ವಿ } (\Delta BDE)} = \frac{AD}{DB}$ ----------> (1)

$\frac{\text{ವಿ } (\Delta ADE)}{\text{ವಿ } (\Delta CED)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM}$ ( $\Delta$ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ )

$\frac{\text{ವಿ } (\Delta ADE)}{\text{ವಿ } (\Delta CED)} = \frac{AE}{EC}$ ----------> (2)

ಆದರೆ $\Delta BDE$ ಮತ್ತು $\Delta CED$ ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DE ಮತ್ತು $DE \parallel BC$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

ವಿ $(\Delta BDE)$ = ವಿ $(\Delta CED)$ ----------> (3)

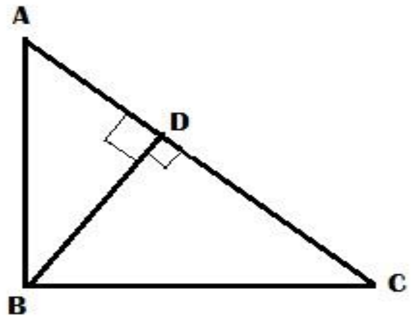
$\therefore$ ಸ(1), ಸ(2) ಮತ್ತು ಸ(3) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$\therefore$ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

2) ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

"ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ"




**ದತ್ತ:** $\Delta ABC$ ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು $\angle B = 90^\circ$

**ಸಾಧನೀಯ:** $AC^2 = AB^2 + BC^2$

**ರಚನೆ:** $BD \perp AC$ ರಚಿಸಿ

**ಸಾಧನೆ:** $\Delta ADB$ ಮತ್ತು $\Delta ABC$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle D = \angle B = 90^\circ$ (ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ)

$\angle A = \angle A$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)

$\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ (ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ)

$AC.AD = AB^2$ ------> (1)

ಇದೇ ರೀತಿ

$\Delta BDC$ ಮತ್ತು $\Delta ABC$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle D = \angle B = 90^\circ$ (ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ)

$\angle C = \angle C$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)

$\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\therefore \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC}$ (ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ)

$AC.DC = BC^2$ ------> (2)

$AC.AD + AC.DC = AB^2 + BC^2$ [ಸ. (1) ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ]

$AC(AD + DC) = AB^2 + BC^2$

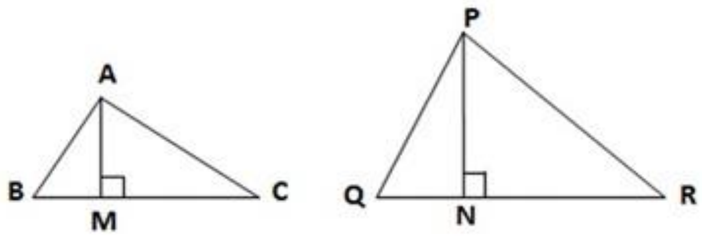
$AC \times AC = AB^2 + BC^2$ (ಚಿತ್ರದಿಂದ $AD + DC = AC$ )

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

∴ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

3) “ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ

ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.” ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.




ದತ್ತ: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ಅಂದರೆ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{ವಿ\,(\Delta ABC)}{ವಿ\,(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2$

ರಚನೆ: $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $PN \perp QR$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: $\frac{ವಿ\,(\Delta ABC)}{ವಿ\,(\Delta PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$ ( $\Delta$ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ )

$\frac{ವಿ\,(\Delta ABC)}{ವಿ\,(\Delta PQR)} = \frac{BC \times AM}{QR \times PN}$ ----------> (1)

$\Delta ABM$ ಮತ್ತು $\Delta PQN$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle B = \angle Q$ ($\Delta ABC \sim \Delta DEF$)

$\angle M = \angle N = 90^\circ$ (ರಚನೆ)

$\therefore \Delta ABM \sim \Delta PQN$ (ಕೋ. ಕೋ. ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$ --------> (2)

ಆದರೆ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$ ------> (3) (ದತ್ತ)

$\frac{ವಿ\,(\Delta ABC)}{ವಿ\,(\Delta PQR)} = \frac{AB}{PQ} \times \frac{AB}{PQ}$ (ಸ(2) ಮತ್ತು ಸ(3) ನ್ನು ಸ(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದೆ)

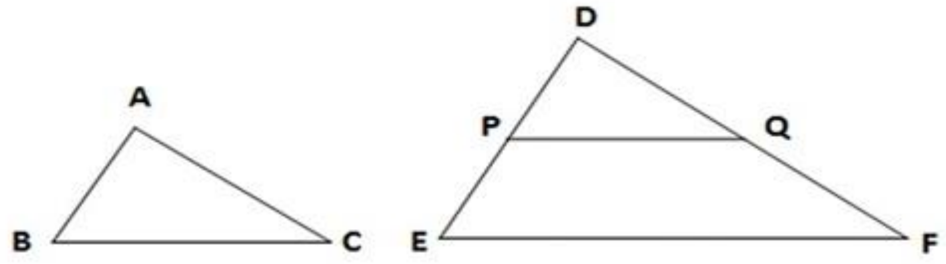
$\frac{ವಿ\,(\Delta ABC)}{ವಿ\,(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$

ಈಗ ಸ.(3) ರಿಂದ

$\frac{ವಿ\,(\Delta ABC)}{ವಿ\,(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2$

$\therefore$ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

4) "ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ." ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.




**ದತ್ತ:** $\Delta ABC$ ಮತ್ತು $\Delta DEF$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D$

$\angle B = \angle E$

$\angle C = \angle F$

**ಸಾಧನೀಯ:** $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

**ರಚನೆ:** $DP = AB$ ಮತ್ತು $DQ = AC$ ಅಗುವಂತೆ, P ಬಿಂದುವನ್ನು DE ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದುವನ್ನು DF ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿ. PQ ಸೇರಿಸಿ.

**ಸಾಧನೆ:** $\Delta ABC$ ಮತ್ತು $\Delta DPQ$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D$ ( ದತ್ತ )

$AB = DP$ ( ರಚನೆ )

$AC = DQ$ ( ರಚನೆ )

$\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ ( ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ )

$\therefore BC = PQ$ ( ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು ) ----------> (1)

$\left.\begin{array}{l}\angle B = \angle P \\ \angle B = \angle E\end{array}\right\}$ ( ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು ) ( ದತ್ತ )

$\therefore \angle P = \angle E$ ( ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ – 1)

ಅಂದರೆ $PQ \parallel EF$

$\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$ ( ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ)

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ [ ಸ(1) ಮತ್ತು ರಚನೆಯಿಂದ]

$\therefore$ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

## ಮುಖ್ಯವಾದ ಹೇಳಿಕೆಗಳು/ ನಿರೂಪಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಸೂತ್ರಗಳು

1) ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆ ಪ್ರಮೇಯದ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.(ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

2) 'ಪೈಥಾಗರಸ್' ಪ್ರಮೇಯದ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

3) ಯೂಕ್ಲಿಡ್'ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ದತ್ತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, $a = bq + r$ ಗೆ ಸರಿ ಹೊಂದುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ $0 \leq r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

4) ಅಂಕ ಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯದ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತ ಪಡಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಘಟಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅನನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

5) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

ಮೊದಲ ಪದವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪಟ್ಟಿಯೇ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ.

6) ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

ವೃತ್ತವನ್ನು ಕೇವಲ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

7) ವೃತ್ತದ ಛೇದಕವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತಛೇದಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

| ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳ ಬೆಲೆಗಳು | | | | | | ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ಕೋನಗಳು → ಅನುಪಾತಗಳು ↓ | **$0^o$** | **$30^o$** | **$45^o$** | **$60^o$** | **$90^o$** | |
| *sin* | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | $sin\ (90^O - A) = cos\ A$ |
| *cos* | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $cos\ (90^O - A) = sin\ A$ |
| *tan* | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | ND (ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿಲ್ಲ) | $tan\ (90^O - A) = cot\ A$ |
| *cosec* | ND (ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿಲ್ಲ) | 2 | $\sqrt{2}$ | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | 1 | $cosec\ (90^O - A) = sec\ A$ |
| *sec* | 1 | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | $\sqrt{2}$ | 2 | ND (ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿಲ್ಲ) | $sec\ (90^O - A) = cosec\ A$ |
| *cot* | ND (ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿಲ್ಲ) | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 | $cot\ (90^O - A) = tan\ A$ |

## ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

| | | |
|---|---|---|
| ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶದ **ಸರಾಸರಿ** | ನೇರ ವಿಧಾನ | $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ OR $\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$ |
| | ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ | $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$ |
| | ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ | $\bar{x} = a + h\left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)$ |
| ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶದ **ಬಹುಲಕ** | | $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \text{x}\, h$ |
| ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶದ **ಮಧ್ಯಾಂಕ** | | $l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \text{x}\, h$ |

**ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ**

## ಮೇಲ್ಮೈವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು

| Name of the Solid | C.S.A | T.S.A | Volume |
|---|---|---|---|
| **ಸಿಲಿಂಡರ್** | $2\pi rh$ | $2\pi r(r+h)$ | $\pi r^2 h$ |
| **ಶಂಕು** | $\pi rl$ | $\pi r(r+l)$<br>$l = \sqrt{r^2 + h^2}$ | $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ |
| **ಗೋಳ** | $4\pi r^2$ | $4\pi r^2$ | $\frac{4}{3}\pi r^3$ |
| **ಅರ್ಧಗೋಳ** | $2\pi r^2$ | $3\pi r^2$ | $\frac{2}{3}\pi r^3$ |
| **ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ** | $\pi(r_1 + r_2)l$ | $\pi[l(r_1 + r_2) + r_1^2 + r_2^2]$<br>$l = \sqrt{(r_1 - r_2)^2 + h^2}$ | $\frac{1}{3}\pi h[r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2]$ |

## ಸಂಭವನೀಯತೆ

| | |
|---|---|
| ಒಂದು ಘಟನೆ '$A$' ಘಟಿಸುವ **ಸಂಭವನೀಯತೆ** | $P(A) = \frac{A \text{ ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$ => $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ |
| 1) **ಖಚಿತ ಘಟನೆ**ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ, **ಒಂದು** ಆಗಿರುತ್ತದೆ. | 2) **ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ**ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ, **ಸೊನ್ನೆ** ಆಗಿರುತ್ತದೆ. |
| 3) ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭನೀಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು **ಒಂದು** ಆಗಿರುತ್ತದೆ. | 4) $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ |

## ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

| ಕ್ರ.ಸಂ | ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು | ಆದರ್ಶ ರೂಪ | ಡಿಗ್ರಿ |
|---|---|---|---|
| 1 | ರೇಖಾ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ | ax + b | 1 |
| 2 | ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ | $ax^2 + bx + c = 0$ | 2 |
| 3 | ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ | $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ | 3 |