ಬೆಂಗಳೂರು ನಗರ ಜಿಲ್ಲಾ ಪಂಚಾಯತ್

(ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ)

ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಚೇರಿ, ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ
ಬೆಂಗಳೂರು ದಕ್ಷಿಣ ಜಿಲ್ಲೆ, ಕಲಾಸಿಪಾಳ್ಯ, ಬೆಂಗಳೂರು-**2**

2021-22 ನೇ ಸಾಲಿನ ***S.S.L.C,***ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಲು ಗಣಿತ ವಿಷಯದ

"ಪರೀಕ್ಷಾ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿ"

ಸಲಹೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀ. ಪಿ. ಬೈಲಾಂಜನಪ್ಪ
ಉಪ ನಿರ್ದೇಶಕರು,
ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ ಬೆಂಗಳೂರು ದಕ್ಷಿಣ ಜಿಲ್ಲೆ

ಶ್ರೀಮತಿ ಗಿರಿಜಮ್ಮ. ***H.N.***
ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು
ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಚೇರಿ ,ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ, ಬೆಂಗಳೂರು ದಕ್ಷಿಣ ಜಿಲ್ಲೆ.

ಶ್ರೀ ರಾಮಮೂರ್ತಿ.***D.R.***
ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು
ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಚೇರಿ ,ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ, ಬೆಂಗಳೂರು ದಕ್ಷಿಣ ಜಿಲ್ಲೆ.

ಶ್ರೀ ಕೆಂಪೇಗೌಡ .***G.***
ಗಣಿತ ವಿಷಯ ಪರಿವೀಕ್ಷಕರು
ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಚೇರಿ ,ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ, ಬೆಂಗಳೂರು ದಕ್ಷಿಣ ಜಿಲ್ಲೆ.

ರಚನೆ

ಚರಣ್ ಸಿಂಗ್. ಸಿ.
ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ.
ರಾಮಮೂರ್ತಿನಗರ ,ಬೆಂಗಳೂರು ದಕ್ಷಿಣ ವಲಯ ***4.***

Board model paper chapter wise analysis

Topic	mcq	1m	2m	3m	4m	5m	marks
Arithmetic progression	1	1	2	1	-	-	9
Triangles	1	1	-	-	-	1	7
Circles	-	-	-	1	-	-	3
Pair of linear equations	1	1	1	-	1	-	8
Areas related to circles	-	1	-	1	-	-	4
constructions	-	-	1	1	1	-	9
Co-ordinate geometry	1	1	1	1	-	-	7
Quadratic equations	1	-	2	-	1	-	9
Trigonometry	1	1	1	1	-	-	7
Applications of trigonometry	-	-	-	-	1	-	4
statistics	1	-	-	2	-	-	7
Surface areas and volumes	1	2	-	1	-	-	6
Total	8	8	8	9	4	1	80

ಘಟಕ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಗಳು

.....

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 1 .ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

1. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ n ನೇ ಪದ $2n+3$ ಆದರೆ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಹತ್ತನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution: $a_n=2n+3$

$n=10$

$a_{10}=2(10)+3$

$=20+3$

$a_{10}=23.$

1. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ n ನೇ ಪದ n^2+2 ಆದರೆ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ 6ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution: $a_n= n^2+2$

$n=6$

$a_6=6^2+2$

$=36+2$

$a_6=38.$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ n ನೇ ಪದ $2n^2+2$ ಆದರೆ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ 9ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ n ನೇ ಪದ $3n+4$ ಆದರೆ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ 4ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
3. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ n ನೇ ಪದ n^2-2 ಆದರೆ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ 5ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 2 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

1. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ n ನೇ ಪದ $2n-1$ ಆದರೆ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution; $a_n=2n-3$

$n=1$, then $a_1=2(1)-1=2-1=1$

$n=2$, then $a_2=2(2)-1=4-1=3.$

$n=3$, then $a_3=2(3)-1=6-1=5$

$n=4$, then $a_4=2(4)-1=8-1=7.$

ಆದುದರಿಂದ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು 1,3,5,7.

1. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ n ನೇ ಪದ n^2+2 ಆದರೆ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution; $a_n=2n^2+2,$

$n=1$, then $a_1=(1)^2+2=1+2=3.$

$n=2$, then $a_2=(2)^2+2=4+2=6.$

$n=3$, then $a_3=(3)^2+2=9+2=11.$

$n=4$, then $a_4=(4)^2+2=16+2=18.$

ಆದುದರಿಂದ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು 3,6,11,18.

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ ***n*** ನೇ ಪದ ***2n+1*** ಆದರೆ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ ***n*** ನೇ ಪದ n^2***+1*** ಆದರೆ ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ- 3 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ *n* ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

1. ***2,5,8,.....***ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ***5***ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Solution; a=2, d=3, n=5, a_5***= ?***

a_n***=a+(n-1)d***

a_5***= 2+(5-1)3***

= 2+4x3

= 2+12

a_5 ***= 14.***

2. ***100,90,80,.....*** ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ***25***ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution; a=100, d = -10 , n=25, a_{25}***= ?***

a_n***=a+(n-1)d***

a_{25}***= 100+(25-1)(-10)***

= 100+24x(-10)

= 100-240

a_{25} ***= - 140.***

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ***1,4,7,.....*** ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ***10***ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
2. ***2,6,10,.....*** ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ***50***ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
3. ***20,16,12,.....*** ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ***20***ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 4 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ *n* ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ

1. ***2,6,10,.....*** ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ಹತ್ತು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Solution; a=2, d = 4 , n=10, S_{10}***= ?***

$S_n = \frac{n}{2}[\,2a + (n-1)d\,]$

$S_{10} = \frac{10}{2}[\,2(2) + (10-1)4\,] = 5\,[\,4 + (9)4\,] = 5\,[\,4 + (9)4\,]$

$= 5\,[4 + 36\,] = 5 \times 40$

S_{10} ***= 200.***

2. ***1,4,7,10,.....*** ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ***25*** ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution; a=1, d = 3 , n=25, S_{25}***= ?***

$S_n = \frac{n}{2}[\,2a + (n-1)d\,] \Rightarrow S_{25} = \frac{25}{2}[\,2(1) + (25-1)3\,]$

$= \frac{25}{2}[\,2 + (24)3\,] = \frac{25}{2}[\,2 + 72\,]$

$= \frac{25}{2}[74] = 25 \times 37 = 925$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ***2,5,8,.....*** ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ***20*** ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
1. ***3,6,9,,.....*** ಈ ಶ್ರೇಡಿಯ ಮೊದಲ ***35*** ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಘಟಕ: ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

.....

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 1. ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
ಆವೃತ್ತಿ	4	3	6	5	2

CI	f	x	fx	
5-15	4	10	40	
15-25	3	20	60	
25-35	6	30	180	
35-45	5	40	200	
45-55	2	50	100	
	Σf =20		Σfx=580	

ಸರಾಸರಿ = $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

= $\frac{580}{20}$

ಸರಾಸರಿ =29

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
ಆವೃತ್ತಿ	4	3	6	5	2

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25
ಆವೃತ್ತಿ	5	6	4	3	2

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 2 ಬಹುಲಕ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
ಆವೃತ್ತಿ	7	8	2	2	1

CI	f	
1-3	7	f_o
3-5	8	f_1 Modal class
5-7	2	f_2
7-9	2	
9-11	1	

$l=3,\ f_o=7,\ f_1=8,\ f_2=2,\ h=2.$

ಬಹುಲಕ $= l + \left[\frac{f_1 - f_o}{2f_1 - f_o - f_2}\right] x h$

$= 3 + \left[\frac{8-7}{2(8)-7-2}\right] x 2$

$= 3 + \left[\frac{1}{16-7-2}\right] x 2 = 3 + \left[\frac{1}{16-9}\right] x 2 = 3 + \left[\frac{1}{7}\right] x 2 = 3 + \frac{2}{7}$

ಬಹುಲಕ $= 3.286$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	21	23	14	5

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

CI	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
f	2	3	7	6	6	6

CI	f	Cf
10-25	2	2
25-40	3	2+3=5
40-55	7	5+7=12, cf=12
l=55-70	6=f	12+6=18 $\frac{n}{2}$=15
70-85	6	18+6=24
85-100	6	24+6=30
	n=30	

$\frac{n}{2}=\frac{30}{2}=15$, h=15

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $l+\left[\frac{\frac{n}{2}-cf}{f}\right] xh.$

$=55+\left[\frac{15-12}{6}\right] x15 =55+\left[\frac{3}{6}\right]x15 =55+\frac{45}{6}= 55+7.5=62.5$

ಮಧ್ಯಾಂಕ =62.5

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

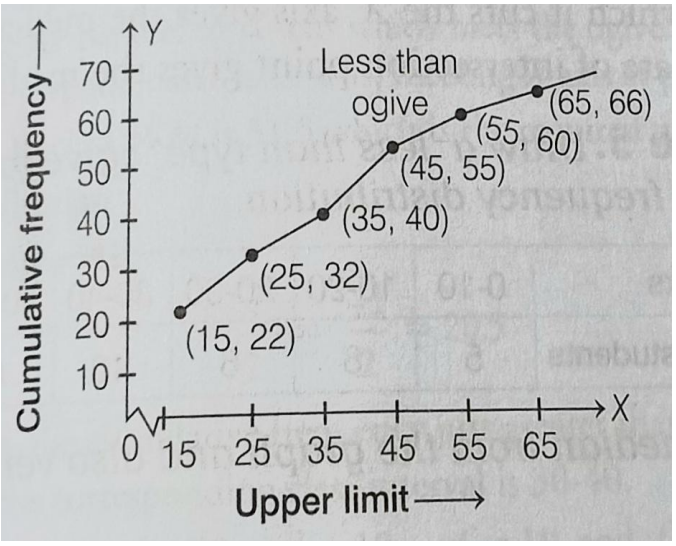
CI	65-85	85-105	105-125	125-145	145-165	165-185	185-205
F	4	5	13	20	14	8	4

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 4. ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

CI	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
f	22	10	8	15	5	6

CI	f	cf
5-15	22	22
15-25	10	22+10=32
25-35	8	32+8=40
35-45	15	40+15=55
45-55	5	55+5=60
55-65	6	60+6=66



ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ

Class interval	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
frequency	6	11	21	23	14	5

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ

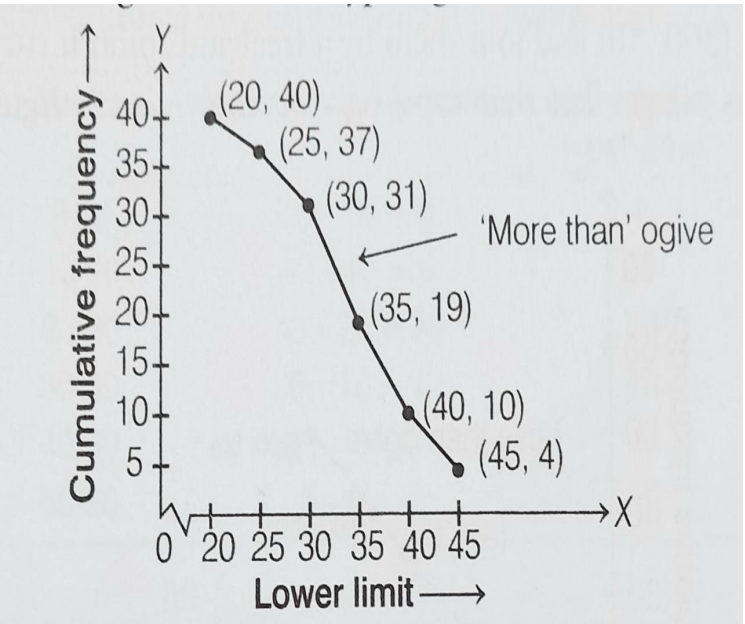
CI	65-85	85-105	105-125	125-145	145-165	165-185	185-205
f	4	5	13	20	14	8	4

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 5 ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ

CI	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
f	3	6	12	9	6	4

CI	f	Cf
20-25	3	40
25-30	6	40-3=37
30-35	12	37-6=31
35-40	9	31-12=19
40-45	6	19-9=10
45-50	4	10-6=4
	Σf =40	



ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ

CI	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
f	2	3	7	6	6	6

CI	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
f	22	10	8	15	5	6

ಪಟಕ: ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

.....

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax^2+bx+c=0$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ ಬೆಲೆ $\Delta = b^2-4ac$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶ್ರೀಧರನ ಸೂತ್ರ $x = \frac{-(b) \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸ್ವಭಾವ

ಶೋಧಕ	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ
$b^2-4ac>0$	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ
$b^2-4ac=0$	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
$b^2-4ac<0$	ವಾಸ್ತವವಲ್ಲದ ಮೂಲಗಳು ***(Imaginary roots)***

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 1 ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿದಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು

$x^2-5x+6=0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿದಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

$x^2-5x+6=0$

$x^2-3x-2x+2(3)=0$

$x(x-3)-2(x-3)=0$

$(x-3)(x-2)=0$

$x-3=0 \qquad x-2=0$

$x=3 \qquad x=2$

similarly

$x^2+5x+6=0$

$x^2+3x+2x+2(3)=0$

$x(x+3)+2(x+3)=0$

$(x+3)(x+2)=0$

$x+3=0 \qquad x+2=0$

$x=-3 \qquad x=-2$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಬಿಡಿಸಿ: $x^2-7x+10=0$, $x^2+7x+12=0$

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 2 ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು

x^2**-5x+6=0** ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

Solution: a=1, b= -5 , c=6

$$x = \frac{-(b) \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$= \frac{5+1}{2} \qquad x = \frac{5-1}{2}$$

$$= \frac{6}{2} \qquad = \frac{4}{2}$$

$$x=3 \qquad x=2$$

x^2**-3x-10=0** ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

solution: a=1, b=-3, c= -10.

$$x = \frac{-(b) \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm 7}{2}$$

$$= \frac{3+7}{2} \qquad = \frac{3-7}{2}$$

$$= \frac{10}{2} \qquad = \frac{-4}{2}$$

$$x = 5 \qquad x = -2$$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

x^2**-7x+12=0** ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

$2x^2$**-6x+8=0** ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 3 ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ ಬೆಲೆ $\Delta = b^2$**-4ac**

ಶೋಧಕ	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ
b^2**-4ac>0**	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ
b^2**-4ac=0**	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
b^2**-4ac<0**	ವಾಸ್ತವವಲ್ಲದ ಮೂಲಗಳು ದೊರೆ***(Imaginary roots)***

x^2**-4x+4=0** ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ

Solution: **a =1, b=-4, c=1**

$\Delta = b^2$**-4ac**

$= (-4)^2$**-4(1)(4)**

= 16-16

= 0

Δ **=0 ,**

ಆದುದರಿಂದ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ

$3x^2$**+5x-2=0** ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ

Solution: **a =3, b=-5, c= -2**

$\Delta = b^2$**-4ac**

$=(5)^2$**- 4(3)(-2)**

= 25+24

= 49 >0

Δ **>0 ,** ಆದುದರಿಂದ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ

$7x^2$**-4x+5=0** ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ

Solution: **a =7, b=-4, c= 5**

$\Delta = b^2$**-4ac**

$=(-4)^2$**- 4(7)(5)**

= 16-140

= -124 < 0

Δ < 0,

ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ವಾಸ್ತವವಲ್ಲದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ

$4x^2$**+12x+9=0**

x^2**-8x+15=0**

$9x^2$**+3kx+4=0** ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ಸಮನಾದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ ***k*** ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution: ***here a =9, b=-3k, c= 4***

b^2**-4ac=0**

$(3k)^2$**-4(9)(4)=0**

$9k^2$**-144=0**

$9k^2$**=144**

$k^2 = \frac{144}{9}$ **=16**

k=$\sqrt{16}$

k=4

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು ಸಮನಾದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ***k*** ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

(i) $3x^2$**+kx+3=0**

(ii) x^2**+4x+k=0**

ಘಟಕ: ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

.....

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 1 ದೂರದ ಸೂತ್ರ

(a). ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ

$$d=\sqrt{x^2+y^2}$$

A(3,4) ಬಿಂದು ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution; A(3,4) ⇒ x=3, y=4

$$d=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$d=\sqrt{3^2+4^2}$$

$$d=\sqrt{9+16}$$

$$d=\sqrt{25}$$

$$d=5.$$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

A(3,-4) ಬಿಂದು ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

A(-6,-8) ಬಿಂದು ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇರುವ ದೂರವನ್ನುಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

(b) _ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

(6,7) ಮತ್ತು ***(1,5)*** ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution: (6,7) and (1,5).

$x_1=6$, $x_2=1$

$y_1=7$, $y_2=5$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \Rightarrow d=\sqrt{(1-6)^2+(5-7)^2}$$

$$d=\sqrt{(-5)^2+(-2)^2}$$

$$d=\sqrt{25+4}$$

$$d=\sqrt{29}$$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

(7,3) ಮತ್ತು ***(5,11)*** ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

(7,1) ಮತ್ತು ***(3,5)*** ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ **2** ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ

$$p(x,y)=\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

(4,-3) ಮತ್ತು ***(9, 7)*** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ***3:2*** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution; $x_1=4$, $x_2=9$

$y_1=3$, $y_2=7$,

$m=3$, $n=2$

$$p(x,y)=\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

$$p(x,y)=\left(\frac{3(9)+2(4)}{3+2}, \frac{3(7)+2(-3)}{3+2}\right)$$

$$p(x,y)=\left(\frac{27+8}{5}, \frac{21-6}{5}\right)$$

$$p(x,y)=\left(\frac{35}{5}, \frac{15}{5}\right)$$

$$p(x,y)=(7,3).$$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1, ***(3,4)*** ಮತ್ತು ***(-5,-7)*** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ***4:5*** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

2. ***(3,-1)*** ಮತ್ತು ***(2,6)*** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ***2:3*** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ **3** ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ಸೂತ್ರ

$$p(x,y)=\left(\frac{x_2+x_1}{2}, \frac{y_2+y_1}{2}\right)$$

(7,4) ಮತ್ತು***(1,6)*** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution; $x_1=7$, $x_2=1$, $y_1=4$, $y_2=6$

$$p(x,y)=\left(\frac{x_2+x_1}{2}, \frac{y_2+y_1}{2}\right)=\left(\frac{1+7}{2}, \frac{6+4}{2}\right)=\left(\frac{8}{2}, \frac{10}{2}\right)=(4,5).$$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

(4,6) ಮತ್ತು ***(8,4)*** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವನ್ನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ
(5,3) ಮತ್ತು ***(3,1)*** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ***4*** ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$A=\frac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right].$$

(3,0), (7,0) ಮತ್ತು ***(8,4)*** ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

Solution:

$$A=\frac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right]$$

$$A=\frac{1}{2}[3(0-4)+7(4-0)+8(0-0)]$$

$$A=\frac{1}{2}[3(-4)+7(4)+8(0)]$$

$$A=\frac{1}{2}[-12+28+0]$$

$$A=\frac{1}{2}[16]$$

$$A=8 \text{ sq units.}$$

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

(5,7), (4,5) ಮತ್ತು ***(1,6)*** ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ
(7,-3), (12,2) ಮತ್ತು ***(7,21)*** ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ಸೂಚನೆ ***(2,-2), (-3,8)*** ಮತ್ತು ***(-1,4)*** ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

Solution; $A=\frac{1}{2}\left[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right]$

$$A=\frac{1}{2}[2(8-4)+(-3)(4-(-2))+(-1)(-2-8)]$$

$$A=\frac{1}{2}[2(4)-3(6)-1(-10)]$$

$$A=\frac{1}{2}[8-18+10]$$

$$A=\frac{1}{2}[0]=0$$

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ***0*** ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತ

ಘಟಕ : ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಕ್ರ.ಸಂ	ರೇಖೆಗಳ ಜೋಡಿ	$\frac{a_1}{a_2}$	$\frac{b_1}{b_2}$	$\frac{c_1}{c_2}$	ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ	ನಕ್ಷಾ ರೂಪದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ
1	$x - 2y = 0$ $3x+4y-20=0$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{4}$	$\frac{0}{-20}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು	ನಿಖರವಾಗಿ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ (ಅನನ್ಯ)
2	$2x+3y-9=0$ $4x+6y-18=0$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{-9}{-18}$	$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$	ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು	ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳು
3	$x+2y-4=0$ $2x+4y-12=0$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{-4}{-12}$	$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ***1*** ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ

6x+y=20 ಮತ್ತು ***3x-y=7*** ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

6x+y=20
3x-y = 7
.....
9x =27
$x = \frac{27}{9}$
x=3

6x+y=20
6(3)+y=20
18+y=20
y=20-18
y= 2

6x+2y=28 ಮತ್ತು***2x+y=10*** ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

Solution ; 6x+2y =28 ……(1)

2x+y =10 …….(2) x2 ⇒ 4x+2y=20……(3)

(1)-(3)⇒ 6x+2y =28

4x+2y=20

(-) (-) (-)

……..

2x =8 ⇒ x=$\frac{8}{2}$ ⇒ <u>x=4</u>

6x+2y=28

6(4)+2y=28 ⇒ 24+2y=28

2y=28-24 ⇒ 2y=4 ⇒ <u>y=2.</u>

ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

i. 8x+5y=11 ಮತ್ತು ***x+y=4*** ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

ii . x-y=3 ಮತ್ತು ***3x-2y=10*** ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ **2** ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನ

2x+y=10 ಮತ್ತು ***x+y=6*** ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

2x+y=10

x	***0***	***5***
y	***10***	***0***

x=0, 2(0)+y=10
y=10
y=o, 2x+0=10
2x=10
x=5

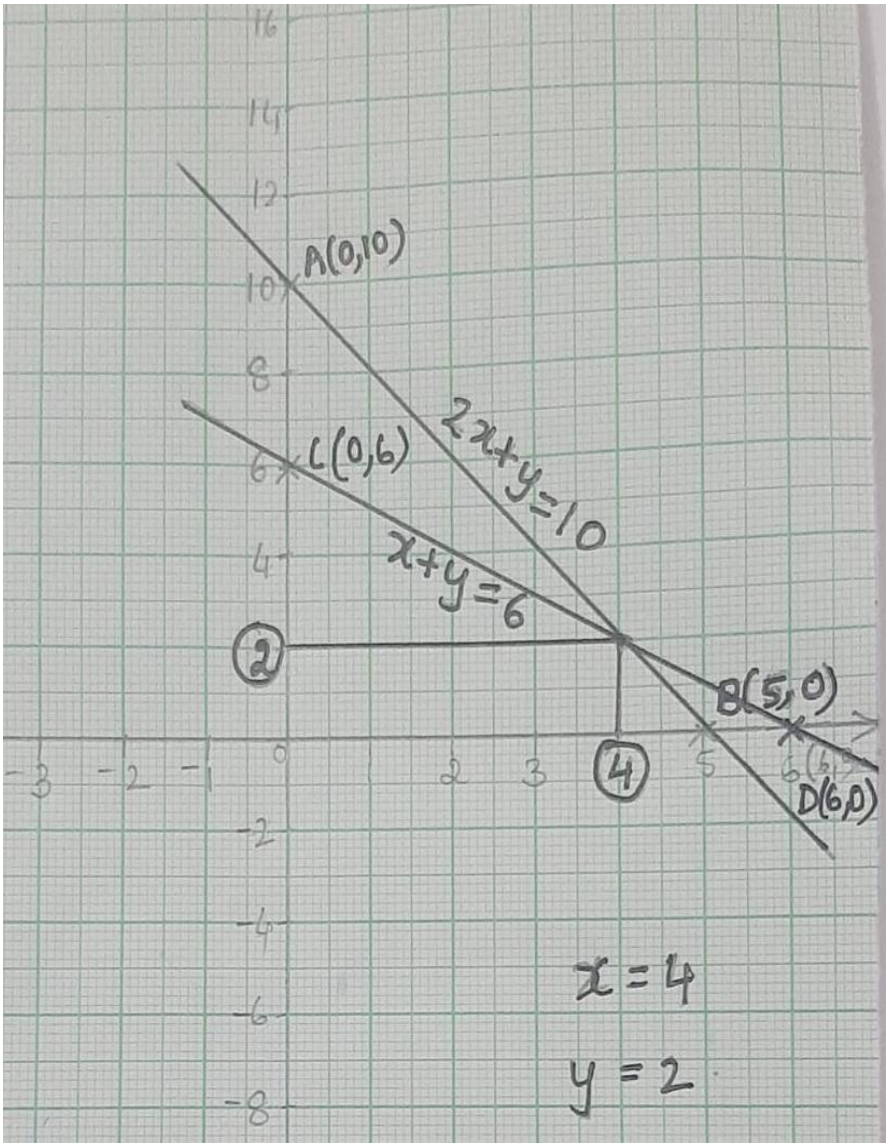
……..

x+y=6

x	***0***	***6***
y	***6***	***0***

x=0, 0+y=6
y=6

y=0, x+0=6
x=6



x+y=5 ಮತ್ತು ***x-y=1*** ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

x+y=5

x	***0***	***5***
y	***5***	***0***

x=0, 0+y=5
y=5

y=o, x+0=5
x=5

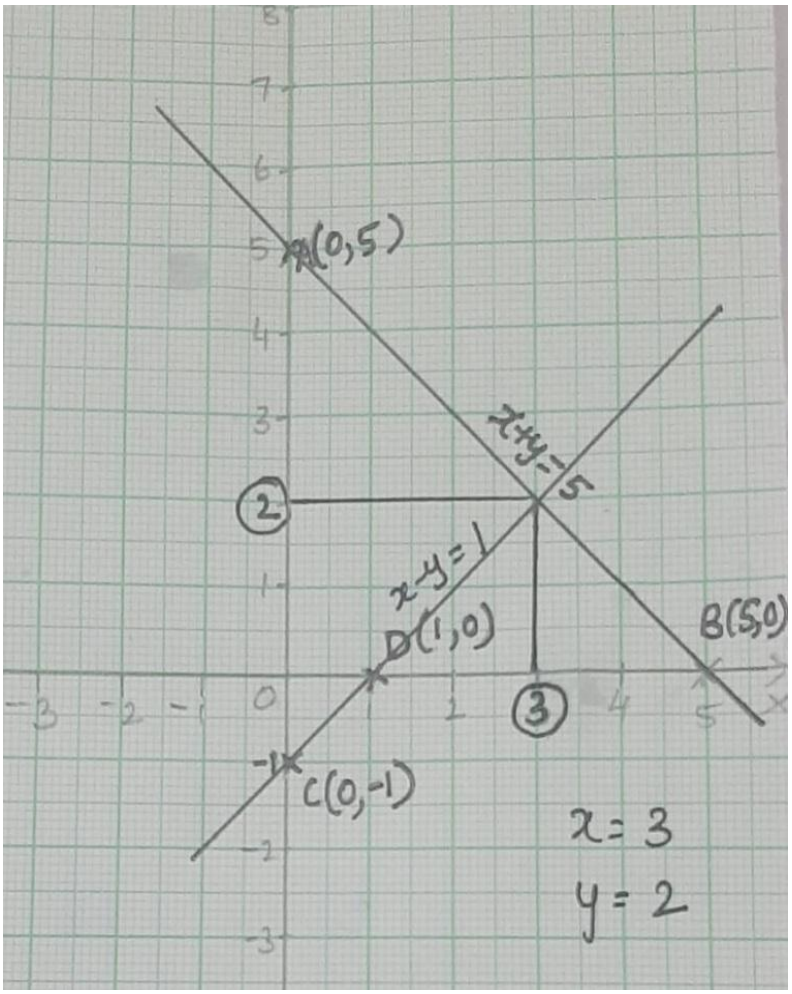
……

x-y=1

x	***0***	***1***
y	***-1***	***0***

x=0, 0-y=1
-y= 1
y=-1

y=0, x-0=1
x=1



ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ

i. 2x+y=8 and x-y=1
Ii. 2x-y=2 and 4x-y=4
Iii. x+y=7 and 3x-y=3

ಪಟಕ: ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ

.....

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ

$\sin\theta = \frac{\text{ಅ}}{\text{ವಿ}} = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$

$\cos\theta = \frac{\text{ಪಾ}}{\text{ವಿ}} = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$

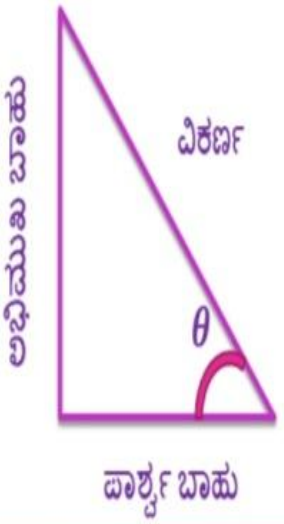
$\tan\theta = \frac{\text{ಅ}}{\text{ಪಾ}} = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$

ಅವಿಪಾವಿಅಪಾ

$\text{cosec}\theta = \frac{\text{ವಿ}}{\text{ಅ}} = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$

$\sec\theta = \frac{\text{ವಿ}}{\text{ಪಾ}} = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$

$\cot\theta = \frac{\text{ಪಾ}}{\text{ಅ}} = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$



	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sinA	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosA	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tanA	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	N.D
cosecA	N.D	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
secA	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	N.D

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಗಳು

$\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\theta}$ $\quad$ $\text{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

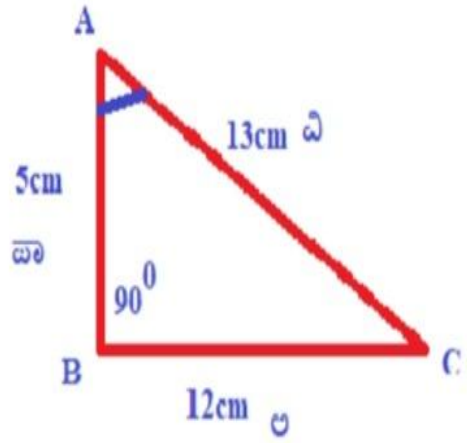
$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ $\quad$ $\text{Sec}\,\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ $\quad$ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

$\sin\theta = \cos(90 - \theta)$ $\quad$ $\cos\theta = \sin(90 - \theta)$

$\sec\theta = \text{cosec}(90 - \theta)$ $\quad$ $\text{cosec}\theta = \sec(90 - \theta)$

1. ತ್ರಿಭುಜ ABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದ್ದು, ∠ ABC = 90^0 , AB =5cm, BC = 12cm, AC = 13cm ಅದರೆ, sin A, cos A, tan A, sinC, cosC, tanC ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

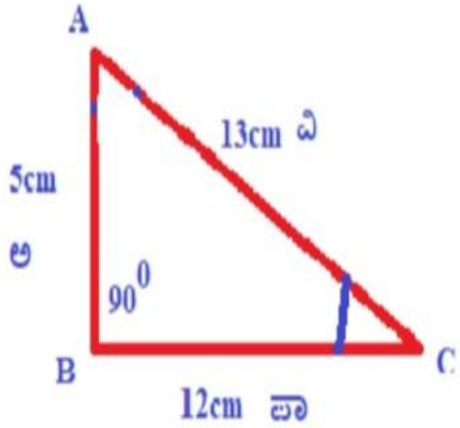


$$\sin A = \frac{\text{ಅ}}{\text{ವಿ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$$

$$\cos A = \frac{\text{ಪಾ}}{\text{ವಿ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}$$

$$\tan A = \frac{\text{ಅ}}{\text{ಪಾ}} = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{5}$$

Sin	cos	tan
ಅವಿ	ಪಾವಿ	ಅಪಾ
cosec	sec	cot



$$\sin C = \frac{\text{ಅ}}{\text{ವಿ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}$$

$$\cos C = \frac{\text{ಪಾ}}{\text{ವಿ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$$

$$\tan C = \frac{\text{ಅ}}{\text{ಪಾ}} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12}$$

2. $\frac{sin32}{cos58}$ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

$$\frac{sin32}{cos(90-32)} = \frac{sin32}{sin32} = 1$$

ಪಟಕ: ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು

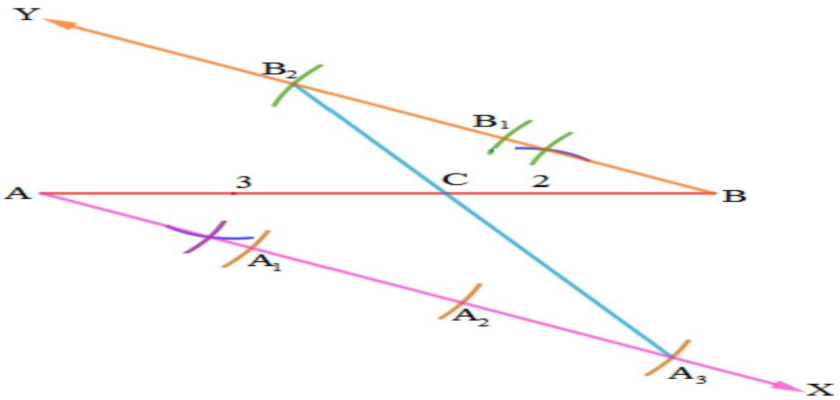
,,,

ಪಟಕ: ರಚನೆಗಳು

.....

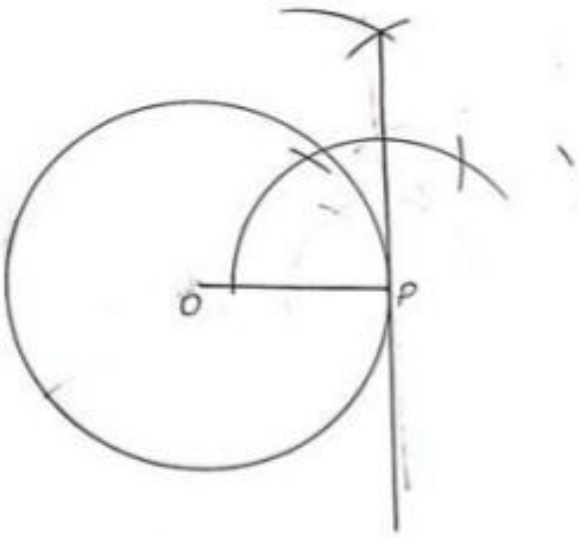
ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 1 ರೇಖಾಖಂಡದ ವಿಭಜನೆ

AB=10cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು **3:2** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ

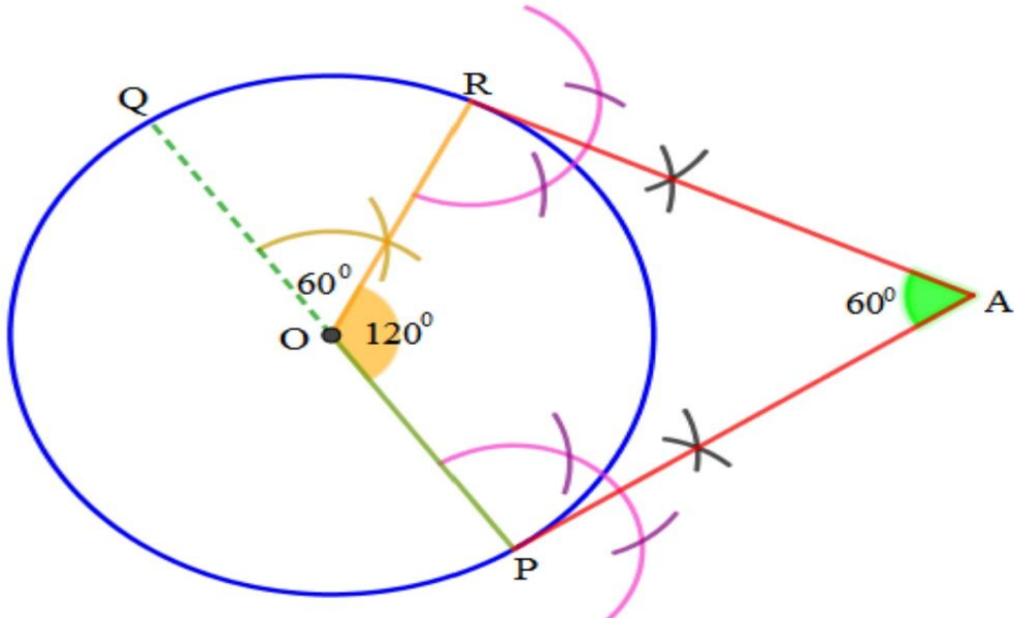


ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 2 ವೃತ್ತ ಪರದಿಯ ಮೇಲೆ ಮೇಲೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ

4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಪರದಿಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು **p** ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶವನ್ನು ರಚಿಸಿ

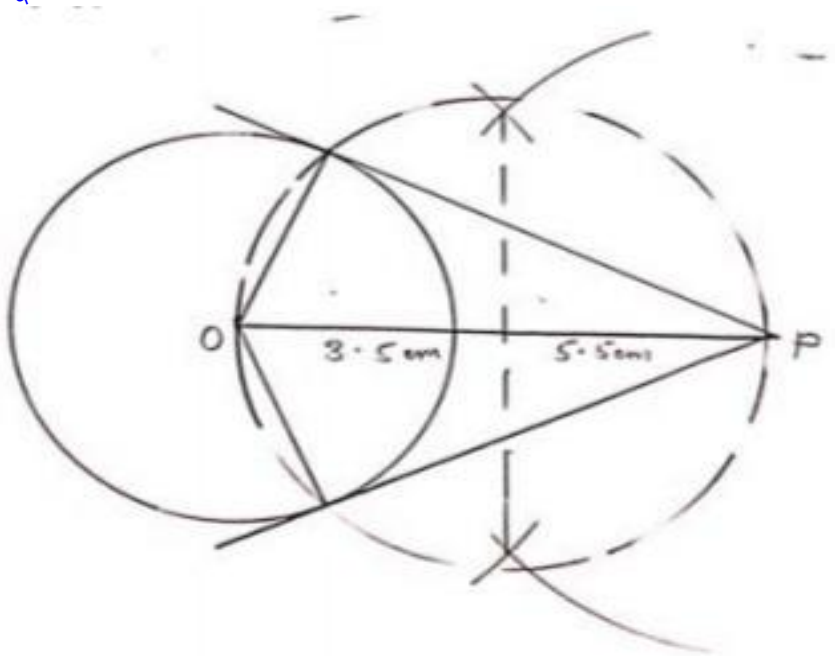


4cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ 120^0 ಕೋನ ಇರುವಂತೆ ***2*** ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ



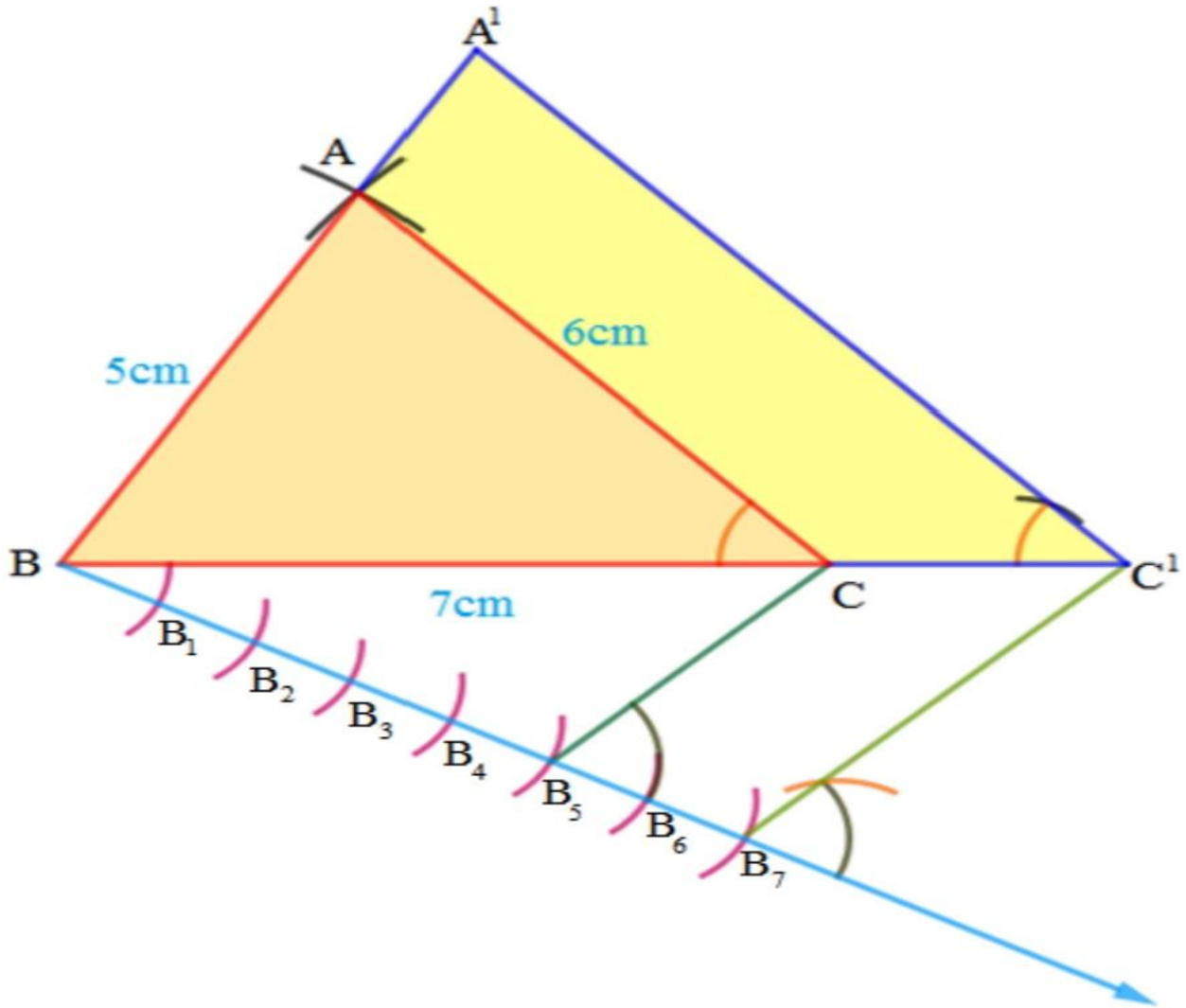
ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ***3*** ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ರಚನೆ

3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ***9cm*** ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ



ಪರಿಕಲ್ಪನೆ 4. ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ.

5cm ,6cm ಮತ್ತು **7cm** ಬಾಹುಗಳು ಇರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹು ಮೊದಲ ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ



ಅಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

AB= 8cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ***4:3*** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ

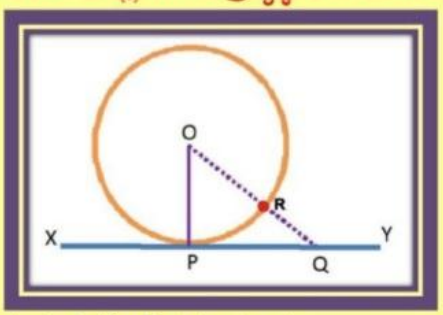
5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಪರದಿಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು ***p***ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಷ ಕವನ ರಚಿಸ

4cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ 110^0 ಕೋನ ಇರುವಂತೆ ***2*** ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅವುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ

4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ***8 cm*** ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ

6cm, 5cm ಮತ್ತು ***4cm*** ಬಾಹುಗಳು ಇರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹು ಮೊದಲ ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{4}{3}$ ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ

ಪ್ರಮೇಯ: "ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ."



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, P ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು.

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮೇಲೆ Q ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. OQ ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ,

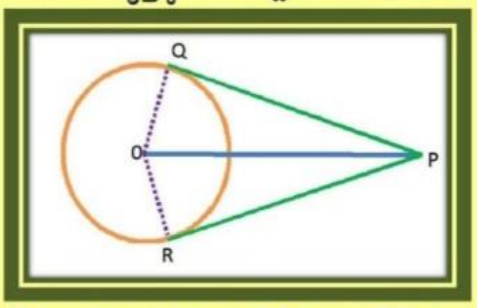
$OP = OR$ (∴ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$OQ = OR+RQ$

$OQ > OR$

$\boxed{OP \perp XY}$ (∴ XY ಸ್ಪರ್ಶಕ್ಕೆ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಿರುವ ರೇಖೆ OP)

ಪ್ರಮೇಯ: "ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು, ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ."



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ P ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳುನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $PQ = PR$

ಸಾಧನೆ : ΔPOQ ಮತ್ತು ΔPOR ಗಳಲ್ಲಿ,

$OQ = OR$ (∴ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (∴ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ)

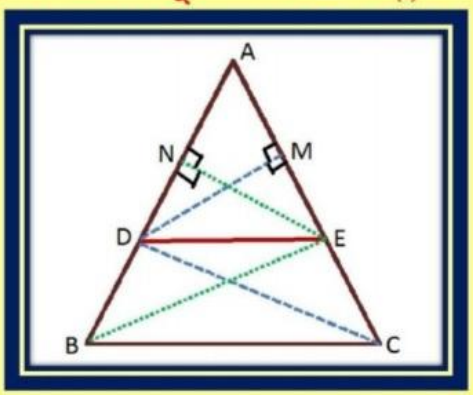
$OP = OP$ (∴ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

$\therefore \Delta POQ \cong \Delta POR$ (ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಪ್ರಮೇಯ)

$\boxed{PQ = PR}$ (∴ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ)

ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಯು
ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ



ದತ್ತ : ΔABC ದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

ರಚನೆ : DC ಮತ್ತು EB ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

$EN \perp AB$ ಮತ್ತು $DM \perp AC$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ : ΔADE ಮತ್ತು ΔBDE ದಲ್ಲಿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{1/2\ AD \times EN}{1/2\ BD \times EN} \qquad (\because A = 1/2\ b\,h)$$

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AD}{BD} \quad \text{..... (I)}$$

ΔADE ಮತ್ತು ΔCDE ದಲ್ಲಿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{1/2\ AE \times DM}{1/2\ CE \times DM}$$

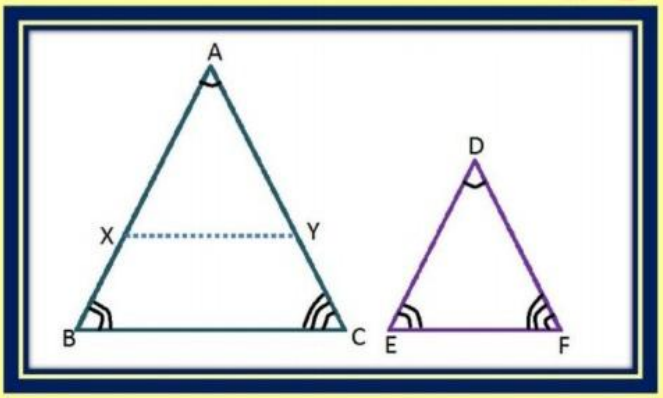
$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AE}{CE} \quad \text{..... (II)}$$

(I) ಮತ್ತು (II) ರಿಂದ

$$\boxed{\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}} \qquad (\because \Delta BDE = \Delta CDE)$$

ಪ್ರಮೇಯ (ಕೋನ–ಕೋನ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ)

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

ರಚನೆ : $AX = DE$ ಮತ್ತು $AY = DF$ ಆಗುವಂತೆ X ಮತ್ತು Y ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. XY ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔAXY ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$AX = DE$ (∵ ರಚನೆ)

$\angle XAY = \angle EDF$ (∵ ದತ್ತ)

$AY = DF$ (∵ ರಚನೆ)

$\therefore \Delta AXY \equiv \Delta DEF$ (∵ ಬಾಕೊಬಾ)

$\therefore \angle AXY = \angle EDF$
$\angle AYX = \angle EFD$ } (∵ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

$XY = EF$

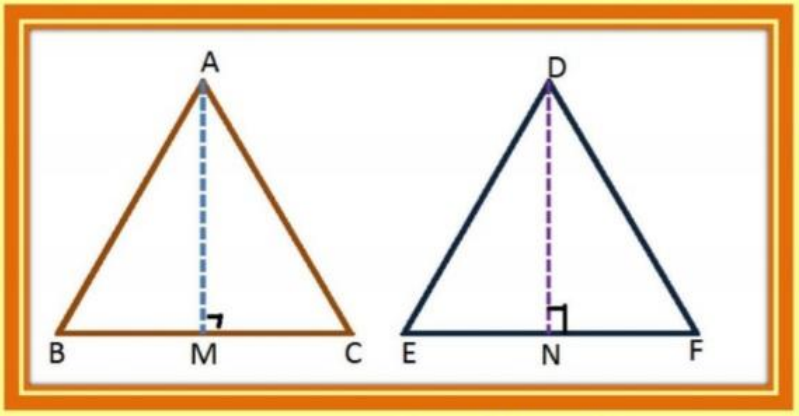
$\therefore XY \parallel BC$ (∵ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.)

$\frac{AB}{AX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CA}{YA}$ (∵ ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$\therefore \boxed{\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}}$

ಪ್ರಮೇಯ (ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು)

"ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು,
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ."



ದತ್ತ : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}$

ರಚನೆ : $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $DN \perp EF$ ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔAMB ಮತ್ತು ΔDNE ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABM = \angle DEN$ ($\because$ ದತ್ತ)

$\angle AMB = \angle DNE = 90^0$ ($\because$ ರಚನೆ)

$\Delta AMB \sim \Delta DNE$ ($\because$ ಕೋ.ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN} = \frac{MA}{ND}$

$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{1/2\ BC \times MA}{1/2\ EF \times ND}$ ($\because A = 1/2\ b\ h$)

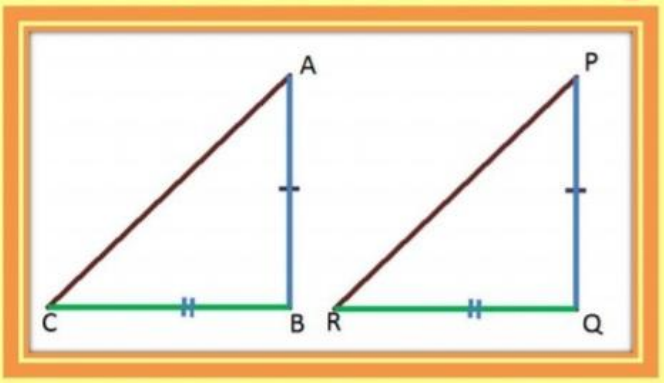
ಈಗ, $\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times MA}{EF \times ND}$

$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times BC}{EF \times EF}$ ($\because \frac{MA}{ND} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$)

$$\boxed{\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}}$$

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು, ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದರೆ, ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ದಲ್ಲಿ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ಸಾಧನೀಯ : $\angle ABC = 90°$

ರಚನೆ : $\angle Q = 90°$, $AB=QP$ $BC=QR$ ಇರುವಂತೆ ΔPQR ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔPQR ದಲ್ಲಿ,

$PR^2 = QP^2 + QR^2$ [$\because \angle Q = 90°$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ]

$PR^2 = AB^2 + BC^2$ .....(1) [$\because$ ರಚನೆ]

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ .....(2) [$\because$ ದತ್ತ]

$\Rightarrow AC^2 = PR^2$ (1)& (2) ರಿಂದ

$\therefore AC = PR$

ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ

$AC = PR$ [$\because$ ಸಾಧಿಸಿದೆ]

$BC = QR$ [$\because$ ರಚನೆ]

$AB = PQ$ [$\because$ ರಚನೆ]

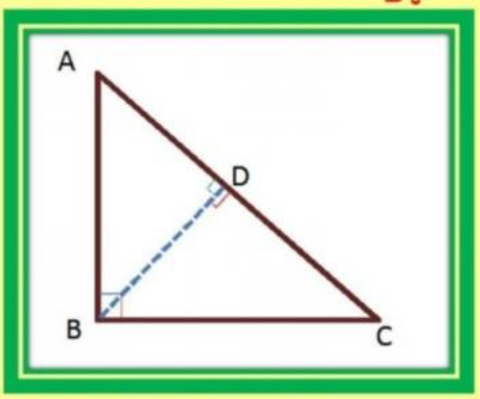
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$ [$\because$ಬಾಬಾಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ]

$\Rightarrow \angle ABC = \angle PQR = 90°$ [$\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ]

$\boxed{\angle ABC = 90°}$

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ

"ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತದ್ದೆ."



ದತ್ತ : ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ : $BD \perp AC$

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಮತ್ತು ΔADB ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$ [$\because$ ದತ್ತ & ರಚನೆ]

$\angle BAC = \angle BAD$ [$\because$ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ]

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB$ [ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು]

$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB} = \frac{AC}{AB}$ [ಕೋ ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ]

$AB^2 = AC.AD$ .....(1)

ΔABC ಮತ್ತು ΔBDC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle BDC = 90^\circ$ [$\because$ ದತ್ತ & ರಚನೆ]

$\angle BCA = \angle BCD$ [$\because$ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ]

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta BDC$ [ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು]

$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC}$ [ಕೋ ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ]

$BC^2 = AC.DC$ .....(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$$AB^2 + BC^2 = (AC.\,AD) + (AC.\,DC)$$
$$= AC\,(AD + DC)$$
$$= AC.\,AC$$

$$\boxed{AC^2 = AB^2 + BC^2}$$

Student's self assessment chart

sl.no	Concept	Marks	Remark
1	General form and formulas on AP	1	
2	Problems on nth term of AP	2	
3	Problems on sum of n terms of AP	2	
4	Theorems on triangles	5	
5	Theorems on circles	3	
6	Elimination method of solving linear pair	2	
7	Graphical method of solving linear pair	4	
8	Table 3.4 of Linear pair	1	
9	Constructions	9	
10	Distance formula	2	
11	Area of triangle	3	
12	mean median and mode	3	
13	Ogive graphs	3	
14	Formula method of solving QE	2	
15	Nature of roots of QE	2	
16	Formulas of solids	2	
17	Simple problems on trigonometric ratios	2	
	Total marks	48	