

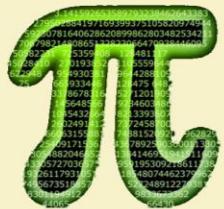


ಜಾನ್‌ನೆಲ್‌ಪರ್ಕತೆ

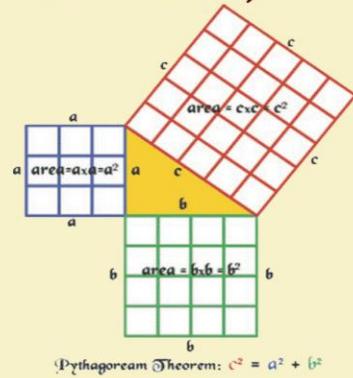


# ಗಣಿತ ಗ್ಲೋಬೋಸ್

(2021-22 ಎಸ್ ಎಸ್ ಎಲ್ ಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ  
ಕೋವಿಡ್-19 ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ  
ಕಡಿತಗೊಳಿಸಿರುವ ಪಶ್ಚಾತ್ಸ್ವಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ)



**YES,I Can do**



ಶ್ರೀ ಸುರೇಶ.ಸಿ.ಮನಹಳ್ಳಿ  
ಬಿ.ಎಲ್.ಡಿ.ಇ ಸಂಸ್ಥೆಯ  
ಎಸ್.ಡಿ.ಎಸ್.ಜಿ. ಪ ಪೂ ಕಾಲೇಜ(ಮಾ.ವಿ) ಸಾವಳಿಗಿ  
ತಾ॥ ಜಮಾಲಿಂದಿ ಜಿ॥ ಬಾಗಲಕೋಟ  
ಮೋನ್ ನಂ : 9008208739

ಎಲ್ಲ ನೋಟ್‌ಗಾಗಿ <https://sureshmanahalli.blogspot.com>

ಕ್ರ. ಸಂ	ವಿಷಯಾಧಿತ	ಘಟಕ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಅಂಕಗಳ ವಿತರಣೆ	ಅಂಕಗಳು	ಒಟ್ಟು
01	ಬೀಜಗಣಿತ	01. ಸಮಾಂತರ ಶೈಕ್ಷಿಗಳು	05	1(ಒಹುಆಯ್ದು)+2+2+3+4	12	
		03. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	04	1(ಒಹುಆಯ್ದು)+1+2+4	8	26
		10. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು	04	1(ಒಹುಆಯ್ದು)+1+2+2	06	
02	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ	11. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	04	1(ಒಹುಆಯ್ದು)+1+2+3	07	
		12. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	02	1+3	04	11
03	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	07. ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	04	1(ಒಹುಆಯ್ದು)+1+2+3	07	07
04	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	13. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	03	1+3+3	07	07
05	ರೇಖಾಗಣಿತ	02. ತ್ರಿಭುಜಗಳು	02	1+ *5	06	
		04. ವೃತ್ತಗಳು	02	1(ಒಹುಆಯ್ದು)+3	04	
		06. ರಚನೆಗಳು	03	2+3+4	09	19
06	ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ	05. ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	02	1(ಒಹುಆಯ್ದು)+3	04	
		15. ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಫಾನಫಲಗಳು	03	1(ಒಹುಆಯ್ದು)+1+4	06	10
		ಒಟ್ಟು	38		80	80

ಕನಾಂಟಿಕ ಪ್ರೌಡ್ ಲಿಂಕ್ಸ್ ಪರೀಕ್ಷೆ ಮಂಡಳಿಯು ಕರ್ತಿಣತೆಗೆ ನೀಡಿದ ಆದ್ಯತೆ :

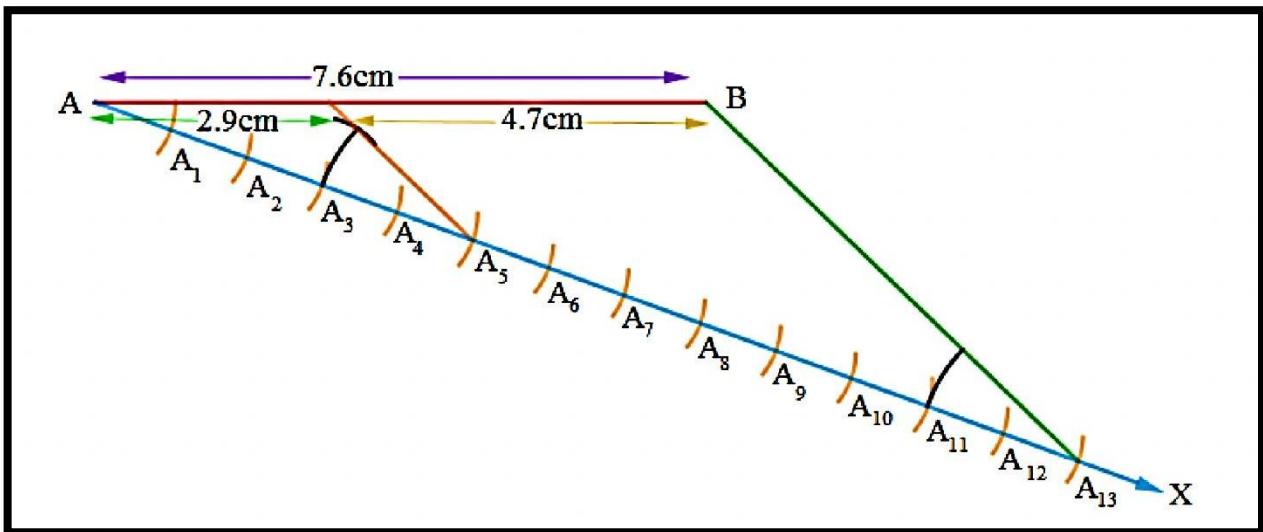
ಸುಲಭ - 32 ಅಂಕಗಳು (40%) ಸಾಮಾನ್ಯ - 40 ಅಂಕಗಳು (50%) ಕರಿಣ - 8 ಅಂಕಗಳು (10%)

ಇದರ ಅಧ್ಯ - 72 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಅಭ್ಯಾಸಿಸಿದರೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಪಡೆಯಬಹುದು. Yes,I Can do it.

## : ಚಿತ್ರಗಳು (16 ಅಂಕಗಳು) :

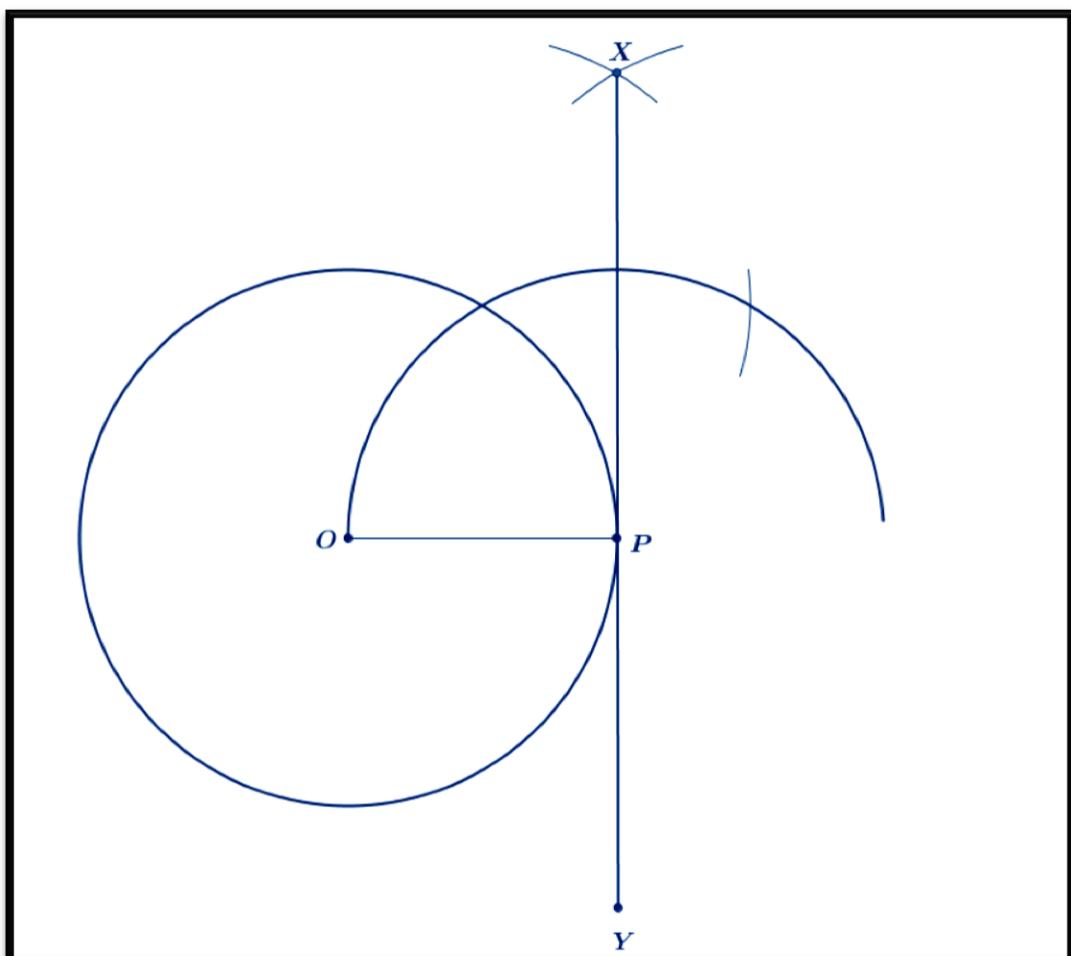
**1) ರೇಖಾವಿಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು. (2ಅಂಕಗಳು)**

7.6cm ಲಾಂಛನದಲ್ಲಿ 2.9cm ಮತ್ತು 4.7cm ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೊ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



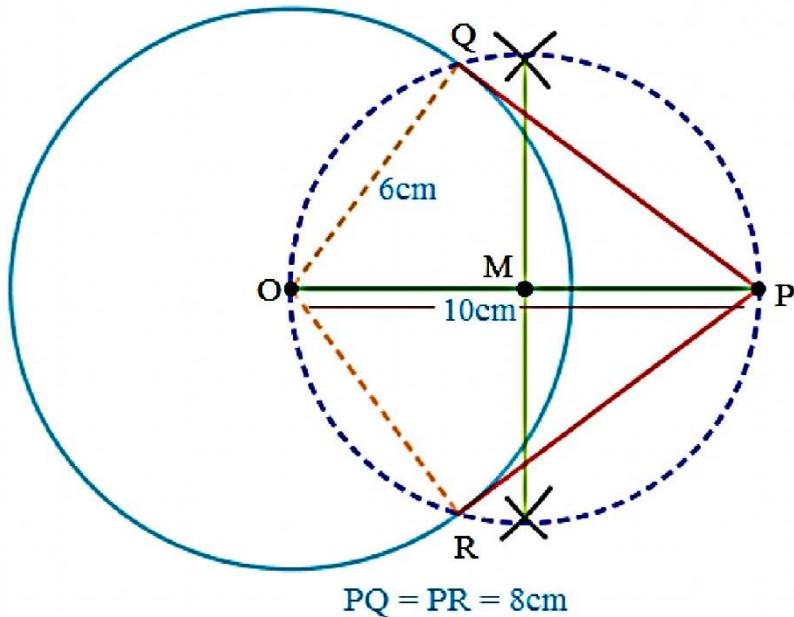
**2) ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ವರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. (2ಅಂಕಗಳು)**

4cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಪರಧಿ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ವರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



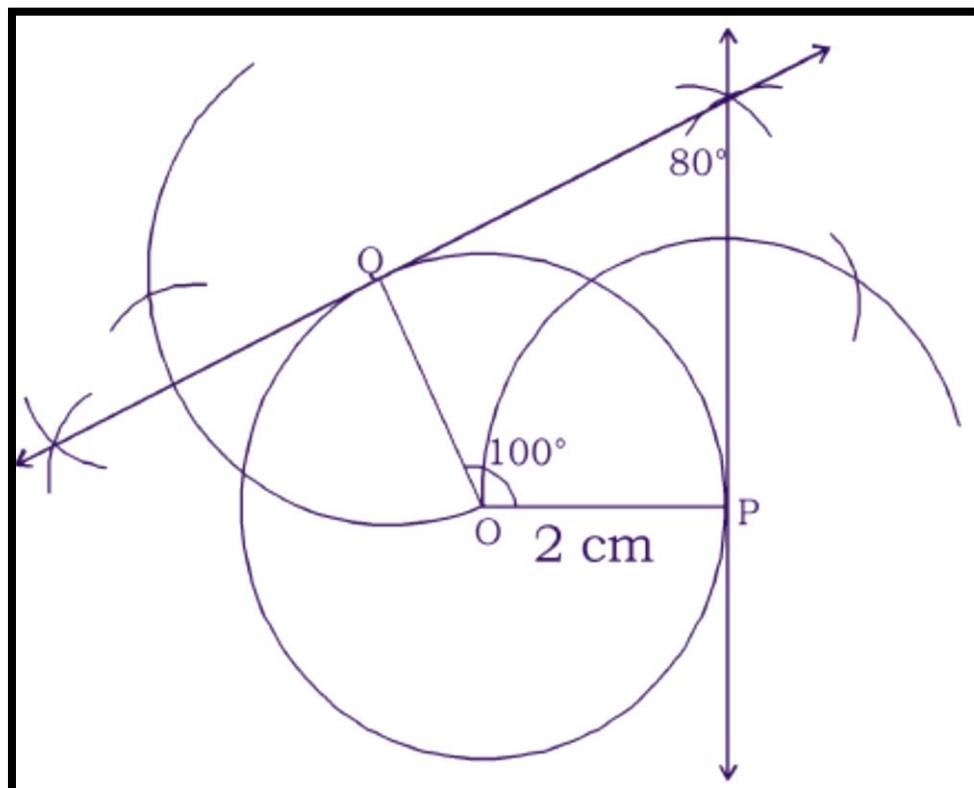
### 3) ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.(3ಅಂಕಗಳು)

6cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10cm ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

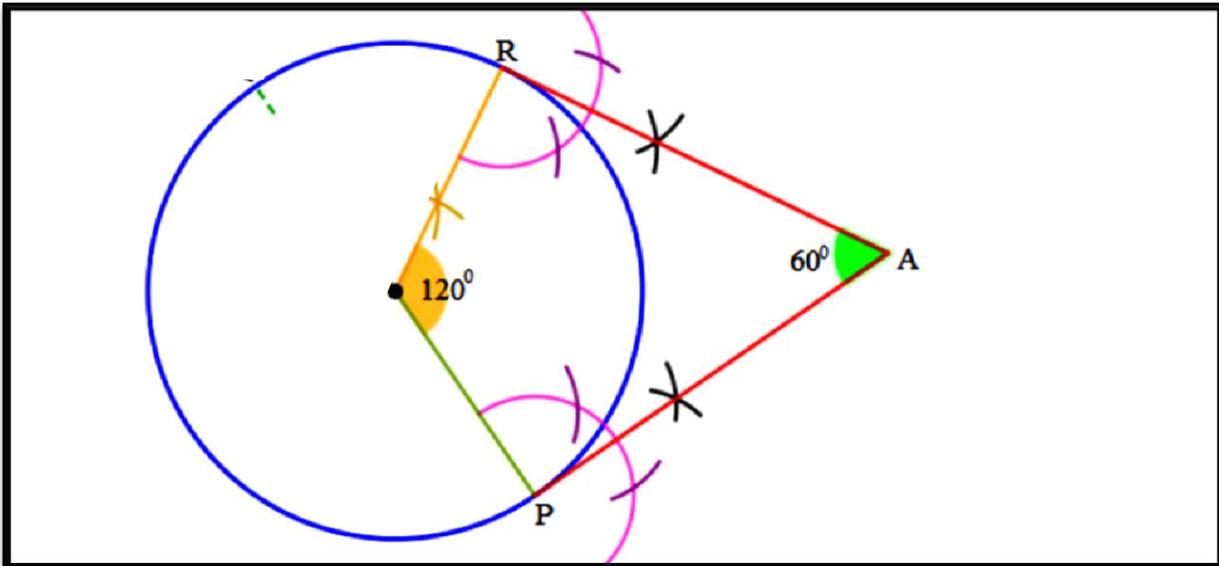


### 4) ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನ ಏರ್ಪಡಿಸಬಂತೆ ವೃತ್ತಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.(3ಅಂಕಗಳು)

2cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $100^\circ$  ಇರುವಂತೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿದೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

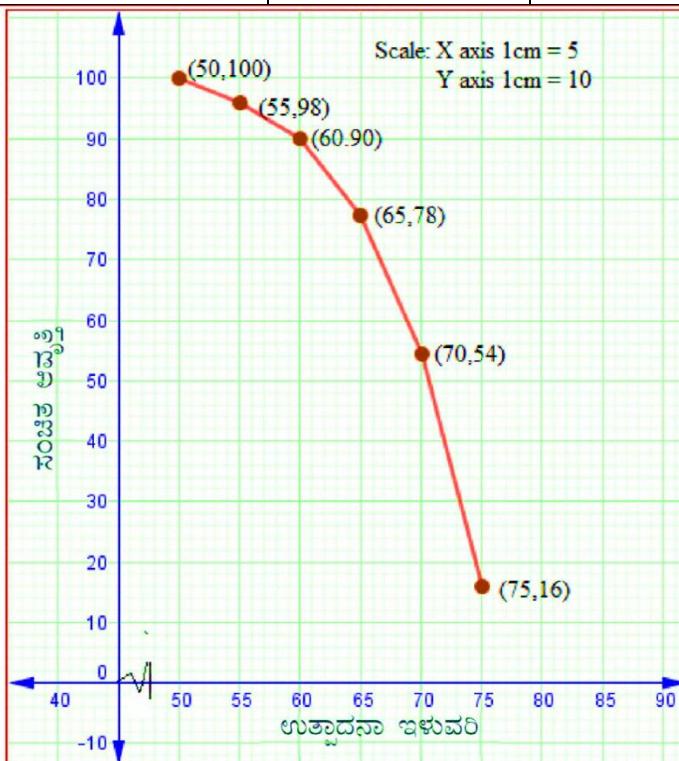


5) 5cm ತೆಜ್ಜದ ವೃತ್ತಕೆ ಸರ್ವಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $60^\circ$  ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸರ್ವಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



6) ಓಟೀವ್ ರಚನೆ (3ಅಂಕಗಳು) : ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗೆ ಉತ್ಪಾದನೆಯ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಣಕ್ಕೆ ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ಈ ವಿಶರಣೆಯ “ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ” ವಿಶರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಟೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ(kg/ha)	ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಂಬಿಳಿತ ಆವೃತ್ತಿ	(X,Y)
50–55	2	100	(50,100)
55–60	8	98	(55,98)
60–65	12	90	(60,90)
65–70	24	78	(65,78)
70–75	38	54	(70,54)
75–80	16	16	(75,16)



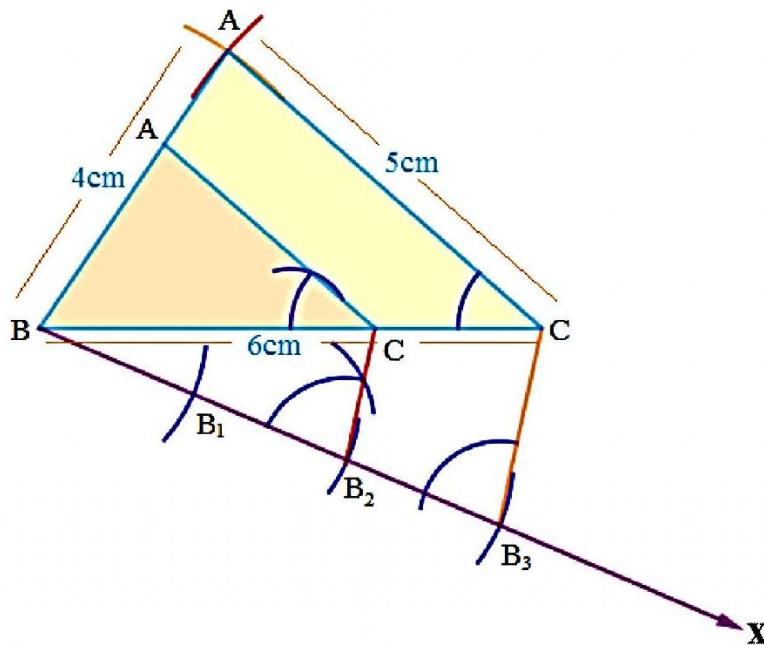
\* ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಟೀವ್ –  
ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಾತಿಗಳನ್ನು  
ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು, ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು  
ಕೆಳಗಿನಿಂದ ಕೊಡಿಸುವುದು.

\* ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಟೀವ್ –  
ವರ್ಗಾಂತರದ ಮೇಲ್ಮಾತಿಗಳನ್ನು  
ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವು ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು  
ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೊಡಿಸುವುದು.

## ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ. (4 ಅಂಕಗಳು)

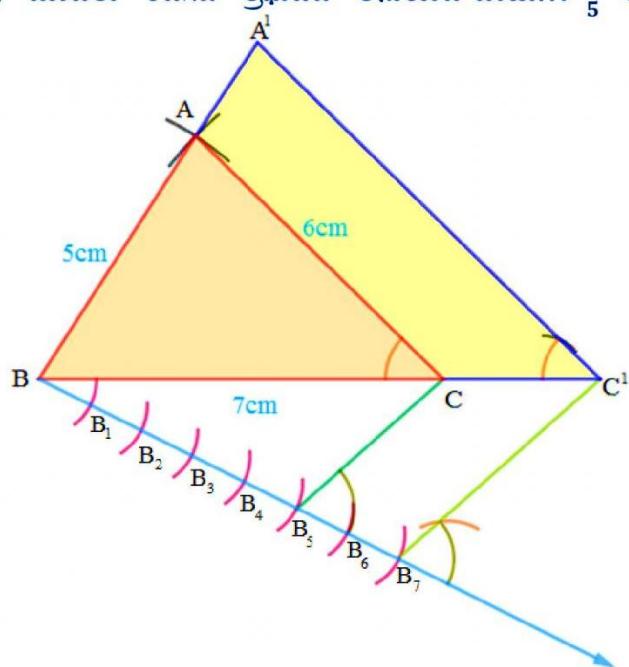
7)

$4\text{cm}$ ,  $5\text{cm}$  ಮತ್ತು  $6\text{cm}$  ಬಾಹ್ಯಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹ್ಯವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹ್ಯಗಳ  $\frac{2}{3}$  ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.



8)

$5\text{cm}$ ,  $6\text{cm}$  ಮತ್ತು  $7\text{cm}$  ಬಾಹ್ಯಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹ್ಯವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹ್ಯಗಳ  $\frac{7}{5}$  ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



9) ಏಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ವಿಥಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸುವುದು. (4ಅಂಕಗಳು) :

1)  $2x + y - 6 = 0$  ಮತ್ತು  $4x - 2y - 4 = 0$  ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ವಿಥಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

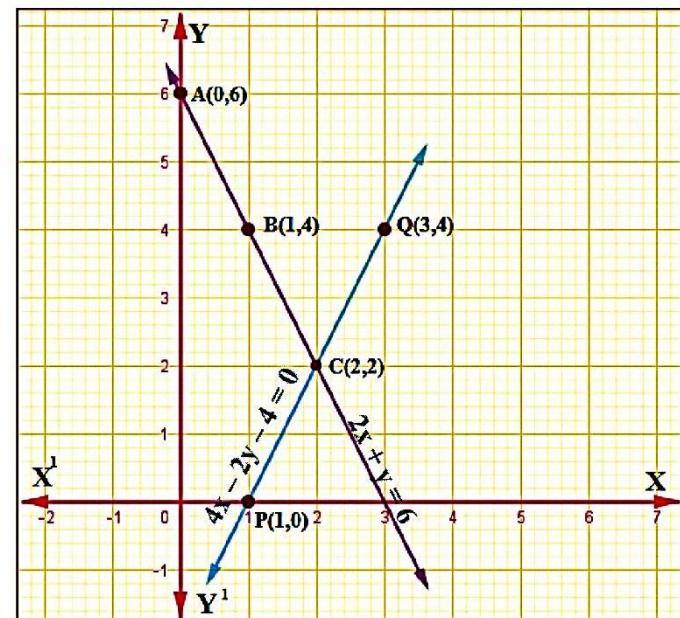
$$2x + y - 6 = 0 \Rightarrow y = 6 - 2x$$

$x$	0	1	2
$y = 6 - 2x$	6	4	2

$$4x - 2y - 4 = 0 \Rightarrow 2y = 4x - 4 \Rightarrow$$

$$\frac{4x-4}{2}$$

$x$	1	2	3
$y = \frac{4x-4}{2}$	0	2	4



2)  $x + y = 5$  &  $2x - y = 4$  ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ವಿಥಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$$x + y = 5$$

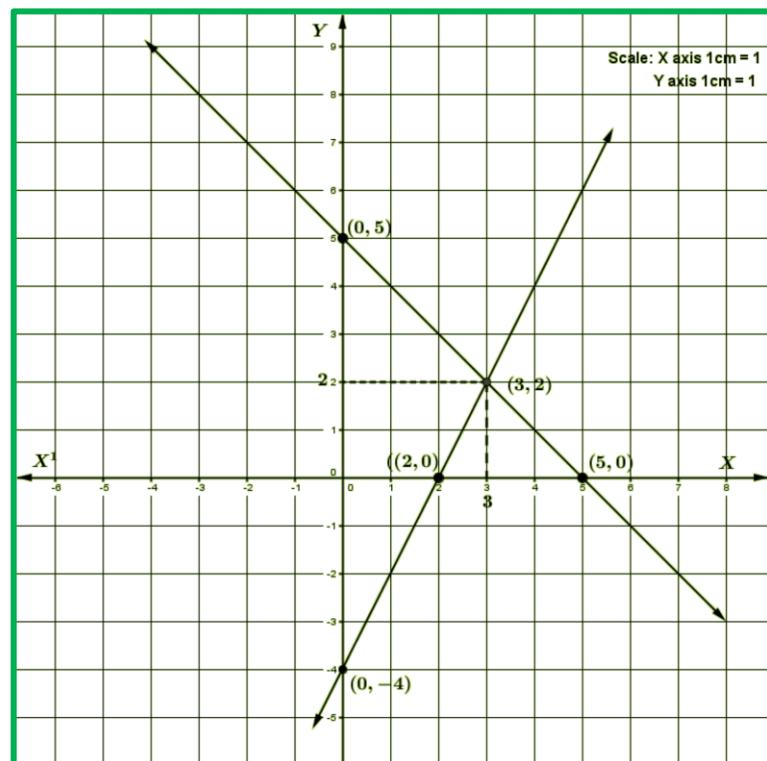
$$\Rightarrow y = 5 - x$$

$x$	0	5
$y$	5	0

$$2x - y = 4$$

$$\Rightarrow y = 2x - 4$$

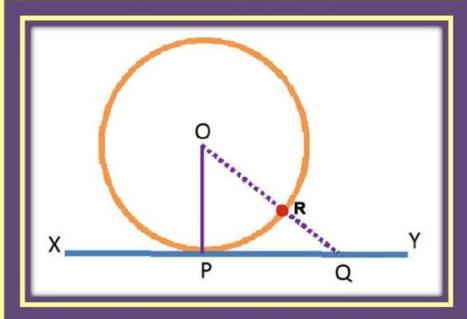
$x$	0	2
$y$	-4	0



## :- ಪ್ರಮೇಯಗಳು (8 ಅಂಕಗಳು) :-

### ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (3ಅಂಕಗಳು)

**ಪ್ರಮೇಯ:** “ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”



ದತ್ತ :  $O$  ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ,  $P$  ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು.

**ಸಾಧನೀಯ :**  $OP \perp XY$

ರಚನೆ : ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮೇಲೆ  $Q$  ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.  $OQ$  ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :  $O$  ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ,

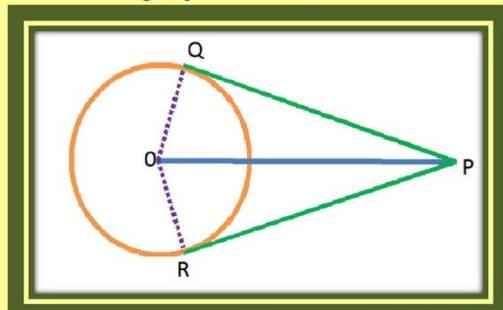
$$OP = OR \quad (\therefore \text{ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು})$$

$$OQ = OR + RQ$$

$$OQ > OR$$

$OP \perp XY$       ( $\therefore XY$  ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಿರುವ ರೇಖೆ  $OP$ )

**ಪ್ರಮೇಯ:** “ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು, ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.”



ದತ್ತ :  $O$  ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ  $P$  ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ  $PQ$  ಮತ್ತು  $PR$  ಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.

**ಸಾಧನೀಯ :**  $PQ = PR$

ಸಾಧನೆ :  $\triangle POQ \cong \triangle POR$  ಗಳಲ್ಲಿ,

$$OQ = OR \quad (\therefore \text{ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು})$$

$$\angle P Q O = \angle P R O = 90^\circ \quad (\therefore \text{ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ})$$

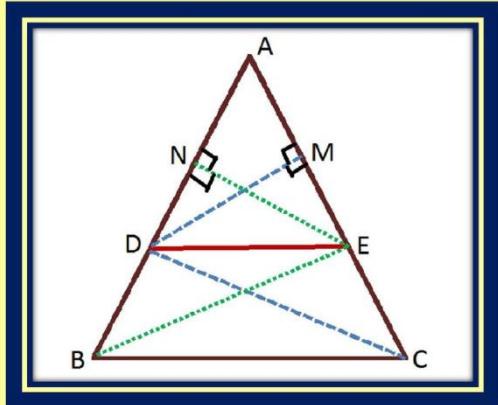
$$OP = OP \quad (\therefore \text{ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹ್ಯ})$$

$$\therefore \triangle POQ \cong \triangle POR \quad (\text{ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಪ್ರಮೇಯ})$$

$PQ = PR$       ( $\therefore$  ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ)

## ಧೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

ಶ್ರೀಭೂಜದ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಶರಳರೇಖೆಯು  
ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹ್ಯಗಳನ್ನು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ



ದತ್ತ :  $\Delta ABC$  ದಲ್ಲಿ  $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ :  $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

ರಚನೆ :  $DC$  ಮತ್ತು  $EB$  ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

$EN \perp AB$  ಮತ್ತು  $DM \perp AC$  ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ :  $\Delta ADE$  ಮತ್ತು  $\Delta BDE$  ದಲ್ಲಿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} AD \times EN}{\frac{1}{2} BD \times EN} \quad (\because A = \frac{1}{2} b h)$$

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AD}{BD} \quad \dots \dots \dots \text{(I)}$$

$\Delta ADE$  ಮತ್ತು  $\Delta CDE$  ದಲ್ಲಿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} AE \times DM}{\frac{1}{2} CE \times DM}$$

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AE}{CE} \quad \dots \dots \dots \text{(II)}$$

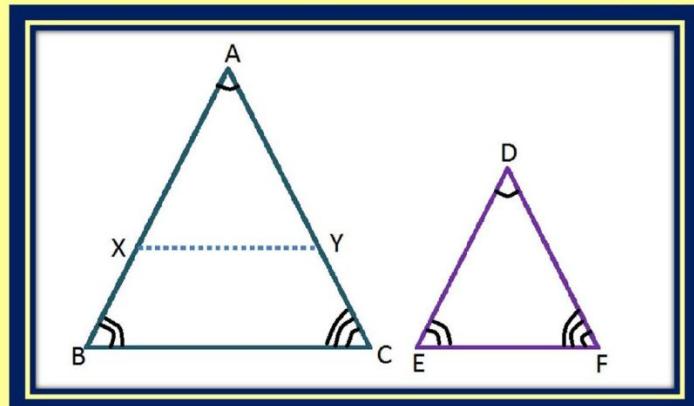
(I) ಮತ್ತು (II) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

$(\because \Delta BDE = \Delta CDE)$

## ಪ್ರಮೇಯ (ಕೋನ-ಕೋನ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ)

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,  
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹ್ಯಗಳು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ :  $\triangle ABC$  ಮತ್ತು  $\triangle DEF$  ಗಳಲ್ಲಿ  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$ ,  $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ : 
$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

ರಚನೆ :  $AX = DE$  ಮತ್ತು  $AY = DF$  ಆಗುವಂತೆ  $X$  ಮತ್ತು  $Y$   
ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.  $XY$  ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\triangle AXY \cong \triangle DEF$  ಗಳಲ್ಲಿ

$$AX = DE \quad (\because \text{ರಚನೆ})$$

$$\angle XAY = \angle EDF \quad (\because \text{ದತ್ತ})$$

$$AY = DF \quad (\because \text{ರಚನೆ})$$

$$\therefore \triangle AXY \cong \triangle DEF \quad (\because \text{ಬಾಕೊಬಾ})$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle AXY &= \angle EDF \\ \angle AYX &= \angle EFD \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (\because \text{ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು})$$

$$XY = EF$$

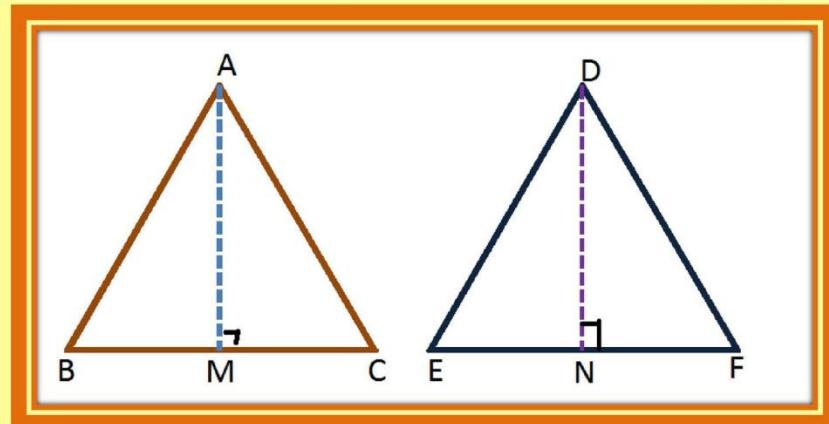
$$\therefore XY \parallel BC \quad (\because \text{ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.})$$

$$\frac{AB}{AX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CA}{YA} \quad (\because \text{ಫೇಲ್ ಪ್ರಮೇಯ})$$

$$\therefore \boxed{\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}}$$

## ಪ್ರಮೇಯ (ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು)

“ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು,  
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹ್ಯಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.”



$$\text{ದತ್ತ : } \Delta ABC \sim \Delta DEF, \quad \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

$$\text{ಸಾಧನೀಯ : } \frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

ರಚನೆ :  $AM \perp BC$  ಮತ್ತು  $DN \perp EF$  ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\Delta AMB \sim \Delta DNE$  ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle ABM = \angle DEN \quad (\because \text{ದತ್ತ})$$

$$\angle AMB = \angle DNE = 90^\circ \quad (\because \text{ರಚನೆ})$$

$$\Delta AMB \sim \Delta DNE \quad (\because \text{ಕೋ.ಕೋ. ನಿಧಾರಕ ಗುಣ})$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN} = \frac{MA}{ND}$$

$$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times MA}{\frac{1}{2} EF \times ND} \quad (\because A=1/2 b h)$$

ಈಗ,

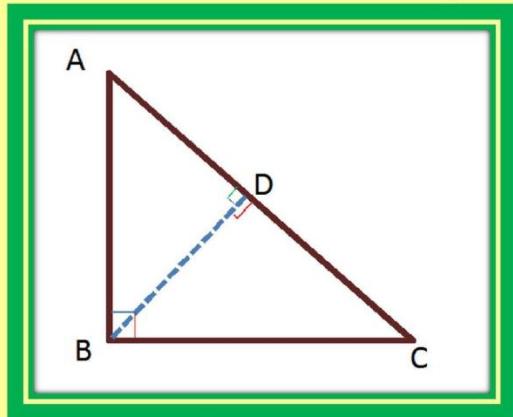
$$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times MA}{EF \times ND}$$

$$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times BC}{EF \times EF} \quad (\because \frac{MA}{ND} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF})$$

$$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

## ಪ್ರैಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ

“ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ಏಕೊಂದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಯೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.”



ದತ್ತ : ABC ಯಲ್ಲಿ  $\angle ABC = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ :  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ :  $BD \perp AC$

ಸಾಧನೆ :  $\Delta ABC$  ಮತ್ತು  $\Delta ADB$  ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ \quad [\because \text{ದತ್ತ} \& \text{ರಚನೆ}]$$

$$\angle BAC = \angle BAD \quad [\because \text{ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ}]$$

$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB \quad [\text{ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು}]$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB} = \frac{AC}{AB} \quad [\text{ಕೋ ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ}]$$

$$AB^2 = AC \cdot AD \quad \dots(1)$$

$\Delta ABC$  ಮತ್ತು  $\Delta BDC$  ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle ABC = \angle BDC = 90^\circ \quad [\because \text{ದತ್ತ} \& \text{ರಚನೆ}]$$

$$\angle BCA = \angle BCD \quad [\because \text{ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ}]$$

$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta BDC \quad [\text{ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು}]$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC} \quad [\text{ಕೋ ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ}]$$

$$BC^2 = AC \cdot DC \quad \dots(2)$$

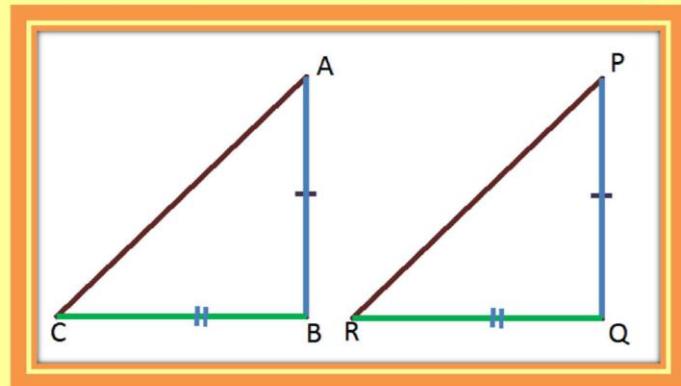
(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= (AC \cdot AD) + (AC \cdot DC) \\ &= AC (AD + DC) \\ &= AC \cdot AC \end{aligned}$$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

## ಪ್ರಾಥಮಿಕ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹ್ಯವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು, ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹ್ಯಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಯೊತ್ತಕ್ಕ ಸಮನಾಗಿದರೆ, ಆ ಎರಡು ಬಾಹ್ಯಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಪರಾದುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ :  $\Delta ABC$  ದಲ್ಲಿ  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ಸಾಧನೀಯ :  $\angle ABC = 90^\circ$

ರಚನೆ :  $\angle Q = 90^\circ$ ,  $AB=QP$   $BC=QR$  ಇರುವಂತೆ  $\Delta PQR$  ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\Delta PQR$  ದಲ್ಲಿ,

$$PR^2 = QP^2 + QR^2 \quad [\because \angle Q = 90^\circ \text{ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಪ್ರಮೇಯ}]$$

$$PR^2 = AB^2 + BC^2 \quad \dots\dots(1) \quad [\because \text{ರಚನೆ}]$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad \dots\dots(2) \quad [\because \text{ದತ್ತ}]$$

$$\Rightarrow AC^2 = PR^2 \quad (1) \& (2) \text{ ಠಿಂದ}$$

$$\therefore AC = PR$$

$\Delta ABC$  ಮತ್ತು  $\Delta PQR$  ಗಳಲ್ಲಿ

$$AC = PR \quad [\because \text{ಸಾಧನೆ}]$$

$$BC = QR \quad [\because \text{ರಚನೆ}]$$

$$AB = PQ \quad [\because \text{ರಚನೆ}]$$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$  [ $\because$ ಬಾಬಾಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ]

$\Rightarrow \angle ABC = \angle PQR = 90^\circ$  [ $\because$  ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ]

**$\angle ABC = 90^\circ$**

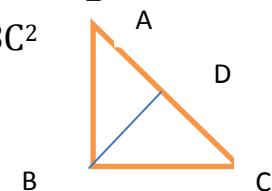
## ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು

- \* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ : ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿಯ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ ಅಂತಹ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- \* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ :  $a, a + d, a + 2d, a + 3d \dots$
- \* ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ  $d = a_2 - a_1$   $d = a_n - a_{n-1}$
- \* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ  $a$  ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ  $d$  ಆದಾಗ  $n$ ನೇ ಪದವು  $a_n = a + (n - 1)d$
- \* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ  $n$  ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$
- \* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ  $n$  ನೇ ಪದ (ಕೊನೆಯಪದ)  $l$  ಆಗಿದ್ದರೆ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ  $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$
- \*  $S_1 = a_1$   $S_2 = a_1 + a_2$   $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$  \*  $S_n - S_{n-1} = a_n$
- \* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ  $n$  ಬೆಸ್ ಸ್ನಾಫ್‌ವರ್ವಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ =  $n^2$
- \* ಮೊದಲ  $n$  ಸ್ನಾಫ್‌ವರ್ವಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ =  $\frac{n(n+1)}{2}$

## ತ್ರಿಭುಜಗಳು

- # ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಬೇಕಾದರೆ
  - ಉಂಟಾಗಿದ್ದರೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು
  - ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು
- # ಧೇಲ್ನನ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ) : ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.
- # ಧೇಲ್ನನ ಪ್ರಮೇಯ ವಿಲೋಮ : ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- # ಸಮರೂಪ ಸಂಕೇತ ‘~’ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಸಂಕೇತ ‘≡’
- # ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು: ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- # ಹೈಪೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ: ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- # ಹೈಪೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.
- # ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಶೃಂಗದಿಂದ ವಿಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮರೂಪ ಅಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$$AB^2 = AD \cdot AC \quad BC^2 = CD \cdot AC \quad BD^2 = AD \cdot CD \quad AC^2 = AB^2 + BC^2$$



## ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

- \* ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ  $ax + by + c = 0$
- \* ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳ ವರ್ತನೆ ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರ

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \& \quad a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಪರಸರ ಫೇದಿಸುತ್ತವೆ	ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ	ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಪರಸರ ಐಸ್ಟಾಗಿಸುತ್ತದೆ	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರವಿದೆ	ಅವಲಂಬಿತ ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ

### ವೃತ್ತಗಳು

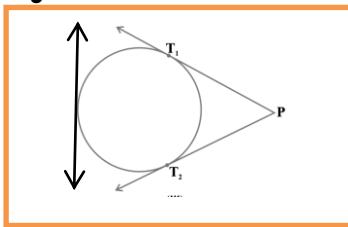
- # ಸ್ಪರ್ಶಕ : ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಫೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕ
- # ಪ್ರಮೇಯ : ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- # ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ:

ಪ್ರಕರಣ 1: ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ

ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಕರಣ 2: ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ

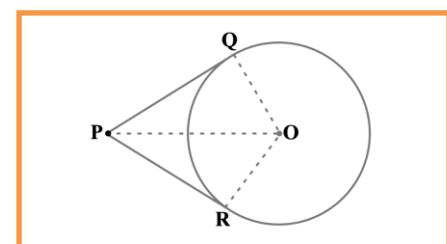
ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮಾತ್ರ ಎಳೆಯಬಹುದು. AB



ಪ್ರಕರಣ 3: ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. PT1 & PT2

# ಪ್ರಮೇಯ : ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

- |  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| i) PQ=PR                               | ii) $\angle POQ=\angle POR$          |
| iii) $\angle QPO=\angle RPO$           | iv) $\angle PQO=\angle PRO=90^\circ$ |
| v) $\angle QPR + \angle QOR=180^\circ$ |                                      |



### ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

- \* ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ) =  $2\pi r$  \* ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು =  $\pi r^2$
- \* ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು 'ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ' ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ  $\{1\text{min} = 60^\circ\}$
- \* ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಹಾಗೂ ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು 'ವೃತ್ತಖಂಡ' ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

$$\theta \text{ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\theta}{360} \pi r^2$$

$$\theta \text{ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ} = \frac{\theta}{360} 2\pi r$$

$$* \text{ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - \text{ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

## ನಿದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

♣ ದೂರಸೂತ್ರ  $= PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

♣  $P(x, y)$  ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಮೂಲಬಿಂದು  $(0, 0)$  ಯಿಂದ ಇರುವ ದೂರವು  $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$

♣ ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ  $P = \left[ \begin{array}{c} m_1x_2 + m_2x_1 \\ m_1 + m_2 \end{array} \quad \begin{array}{c} m_1y_2 + m_2y_1 \\ m_1 + m_2 \end{array} \right]$

♣ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ  $P = \left[ \begin{array}{c} \frac{x_2 + x_1}{2} \\ \frac{y_2 + y_1}{2} \end{array} \right]$

♣ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ  $= 1/2 \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ}$

♣  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  ಮತ್ತು  $(x_3, y_3)$  ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

♣  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  ಮತ್ತು  $(x_3, y_3)$  ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖಾಗತ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸೌನ್ಯ (0)

### ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

\* ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಅದರ್ಥ ರೂಪ  $ax^2 + bx + c = 0$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

\* ಶೋಧಕ  $\Delta = b^2 - 4ac$

ಶೋಧಕ	ಸ್ಥಫಾವ
$\Delta = 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
$\Delta > 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ
$\Delta < 0$	ಉಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

### ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು :

$\sin A$	$\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ}}$	$\operatorname{cosec} A$	$\frac{\text{ವಿಕರ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$
$\cos A$	$\frac{\text{ವಾಶ್ರ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ}}$	$\operatorname{sec} A$	$\frac{\text{ವಿಕರ}}{\text{ವಾಶ್ರ್ಯ ಬಾಹು}}$
$\tan A$	$\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಾಶ್ರ್ಯ ಬಾಹು}}$	$\operatorname{cot} A$	$\frac{\text{ವಾಶ್ರ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

### ಮೂರಕ ಕೋನಗಳು

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$1) \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$2) \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

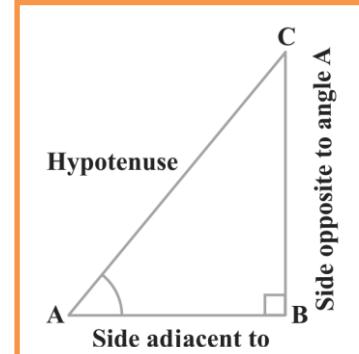
$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$3) \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$$

$$4) \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$$

$$5) \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$$

$$6) \sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$$



$\frac{1}{\sin A}$	ವಿರಚಣ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	Cosec A
$\frac{1}{\cos A}$	ವಿರಚಣ ವಾಶ್ರ್ಣಾ ಬಾಹು	Sec A
$\frac{1}{\tan A}$	ವಾಶ್ರ್ಣಾ ಬಾಹು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	Cot A
$\frac{1}{\operatorname{cosec} A}$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ವಿರಚಣ	Sin A
$\frac{1}{\sec A}$	ವಾಶ್ರ್ಣಾ ಬಾಹು ವಿರಚಣ	Sec A
$\frac{1}{\cot A}$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ವಾಶ್ರ್ಣಾ ಬಾಹು	Cot A

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
cosec	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
cot	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

### ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

- ಸರಾಸರಿ  $\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$
- ಬಹುಲಕ  $= l + \left[ \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] h$
- ಮಧ್ಯಂಕ  $= l + \left[ \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] h$
- ಕೇಂದ್ರಿಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಬಂಧವು: 3 ಮಧ್ಯಂಕ  $= 2$  ಸರಾಸರಿ + ಬಹುಲಕ

### ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಫಾರ್ಮಾಲ್‌ಗಳು

ಫಾರ್ಮಾಲ್	ವರ್ಕ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಮೂರಾ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಫಾರ್ಮಾಲ್
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi(r+h)$	$\pi r^2 h$
ಶಂಕು	$\pi rl$	$\pi r(r+l)$	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$
ಶಂಕುಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$\pi(r_1 + r_2)l$	$\pi \{(r_1 + r_2)l + r_1^2 + r_2^2\}$	$\frac{1}{3} \pi h(r_1^2 r_2^2 + r_1 r_2)$
ಗೋಳ	$4 \pi r^2$	$4 \pi r^2$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
ಅಧರ-ಗೋಳ	$2 \pi r^2$	$3 \pi r^2$	$\frac{2}{3} \pi r^3$

01) 2, 7, 12 ..... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 10ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :  $a = 2, d = 7 - 2 = 5$  ಮತ್ತು  $n = 10$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ } a_{10} = 2 + (10 - 1)5 = 2 + (9)5 = 2 + 45 = 47$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 10ನೇ ಪದ  $a_{10} = 47$

02) ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

12, 15, 18 ..... 99

$a = 12, d = 3, a_n = 99$

$$a + (n - 1)d = a_n$$

$$12 + (n - 1)3 = 99$$

$$12 + 3n - 3 = 99$$

$$3n + 9 = 99$$

$$3n = 99 - 9$$

$$3n = 90$$

$$n = 30$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

03) 21, 18, 15.....ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು -81 ಆಗಿದೆ? & ಯಾವುದೇ ಪದ 0 ಆಗಿದೆಯೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಇಲ್ಲಿ  $a = 21, d = 18 - 21 = -3$  ಮತ್ತು  $a_n = -81 \quad n = ?$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$-81 = 21 + (n - 1)(-3)$$

$$-81 = 24 - 3n$$

$$-105 = -3n$$

$$n = -105/-3 = 35 \quad n = 35 \quad \therefore \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ } 35\text{-ನೇ ಪದ} = -81 \text{ ಆಗಿದೆ.}$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$0 = 21 + (n - 1)(-3)$$

$$0 = 21 - 3n + 3$$

$$3n = 24 \quad \therefore n = 8 \quad \therefore 8\text{-ನೇ ಪದವು } 0 \text{ ಆಗಿದೆ}$$

04) ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 32, ಮೊದಲ & ಕೊನೆಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ & ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯಗಳ ಅನುಪಾತವು 7:15 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ  $(a-3d), (a-d), (a+d), (a+3d)$

$$a-3d + a-d + a+d + a+3d = 32$$

$$4a = 32$$

$$a = \frac{32}{4}$$

$$a = 8$$

$$d = \sqrt{4} = 2.$$

$$\frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{a^2 - 9d^2}{a^2 - d^2} = \frac{7}{15}$$

$$15a^2 - 135d^2 = 7a^2 - 7d^2$$

$$15a^2 - 7a^2 = 135d^2 - 7d^2$$

$$8a^2 = 128d^2$$

$$d^2 = \frac{8(64)}{728-16}$$

∴ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು  $a=8 \quad d=2$

$a-3d, a-d, a+d, a+3d$

2, 6, 10, 14

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**05) 10m ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟಡೆ ಹಾಗಾದರೆ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?**

ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರ  $CA = 8\text{m}$ , ಏಣಿಯ ಉದ್ದ  $AB = 10\text{m}$

$\therefore$  ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$10^2 = 8^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 100 - 64$$

$$BC^2 = 36$$

$$BC = 6\text{m}$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ 6ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.



**06)  $3x + 4y = 10$  ಮತ್ತು  $2x - 2y = 2$  ರೇಖಾಶಿಕ್ಷಣ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.**

$$3x + 4y = 10 \dots \text{(i)} \quad \times 2$$

$$2x - 2y = 2 \dots \text{(ii)} \quad \times 3$$

$$\cancel{6x} + 8y = 20$$

$$\begin{array}{r} \cancel{6x} (+) - 6y = (-) 6 \\ \hline 14y = 14 \end{array}$$

$$Y=14/14=1 \quad \therefore Y=1 \text{ ಬೆಲೆಯನ್ನು } \text{(i) ಅಡೇಶಿಸಲಾಗಿ}$$

$$3x + 4y = 10$$

$$3x + 4(1) = 10$$

$$3x = 10 - 4$$

$$3x = 6 \quad X=6/3=2 \quad \therefore x=2 \quad y=1$$

**07)**

ಒಂದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಸೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟಿ ಆಗಿತ್ತು. ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಸೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಸೂರಿ ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ಕಾಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ಸೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು  $= x$  ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ಕಾಗಿನ ವಯಸ್ಸು  $= y$  ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಪ್ರಕಾರ,

$$(x - 5) = 3(y - 5)$$

$$x - 3y = -10 \quad \text{(1)}$$

$$(x + 10y) = 2(y + 10)$$

$$x - 2y = 10 \quad \text{(2)}$$

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1)ನ್ನು ಕಡೆದಾಗ,

$x - 3y = -10$	(1)
$x - 2y = 10$	(2)
$-y = -20$	

$$\Rightarrow y = 20$$

$y = 20$  ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆಡೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$x - 60 = -10$$

$$x = 50$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು  $= 50$  ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸು  $= 20$  ವರ್ಷಗಳು.

08) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಡೆದಾಗ ಅದು  $\frac{1}{3}$  ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭೇದಕ್ಕೆ 8ನ್ನು

ಸೇರಿಸದಾಗ ಅದು  $\frac{1}{4}$  ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ದತ್ತ ಭಿನ್ನರಾಶಿ} = \frac{x}{y} \text{ ಆಗಿರಲಿ}$$

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$$\frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3x - y = 3 \quad (1)$$

$$\frac{x}{y+8} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4x - y = 8 \quad (2)$$

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಡೆದಾಗ,

$4x - y = 8$	(2)
$3x - y = 3$	(1)
$x = 5$	

$x = 5$  ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$15 - y = 3$$

$$y = 12$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ} = \frac{5}{12}$$

09)

ಚಿತ್ರ 5.27 ರಲ್ಲಿ, O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. OD ಯು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ.  $OA = 7 \text{ cm}$  ಆದರೆ ಭಾಯಿಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ R = 7 cm

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ  $r = \frac{7}{2} \text{ cm}$

$\Delta BCA$  ಯ ಎತ್ತರ =  $OC = 7 \text{ cm}$

$\Delta BCA$  ಯ ಪಾದ =  $AB = 14 \text{ cm}$

$\Delta BCA$  ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $\frac{1}{2} \times AB \times OC$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 14 = 49 \text{ cm}^2$$

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $\pi R^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154 \text{ cm}^2$

ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $\frac{154}{7} \text{ cm}^2 = 22 \text{ cm}^2$

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{77}{2} \text{ cm}^2$

ಭಾಯಿಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ -  $\Delta BCA$  ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \left( 22 - 49 + \frac{77}{2} \right) \text{ cm}^2$$

$$= \left( \frac{154 - 98 + 77}{2} \right) \text{ cm}^2$$

$$= \left( \frac{133}{2} \right) \text{ cm}^2$$

$$= 66.5 \text{ cm}^2$$

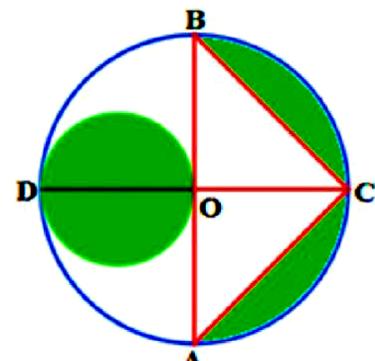


Fig 5.27

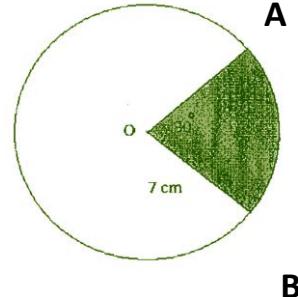
10) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯ 7cm ಇರುವಂತೆ 'O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ೧೦ ಕಂಸವು ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ  $30^\circ$  ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಭಾಯೆಗೊಳಿಸದೆ ಇರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರ :

$$\angle AOB = 30^\circ$$

ಭಾಯೆಗೊಳಿಸದೆ ಇರುವ ಭಾಗದ ಕೋನ  $\angle AOB = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$

$$\theta = 330^\circ$$

$$\text{ಭಾಯೆಗೊಳಿಸದೆ ಇರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\theta}{360} \pi r^2$$



B

$$= \frac{330}{360} \times \frac{22}{7} \times 7^2$$

$$= \frac{847}{6}$$

$$= 141.16 \text{ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ}^2$$

11) (2, 3) & (4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{i) } (x_1, y_1) = (2, 3), \quad (x_2, y_2) = (4, 1)$$

$$\text{ಸೂತ್ರ } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$d = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$$

$$d = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{2 \times 4}$$

$$d = 2\sqrt{2} \text{ ಮೂಲಮಾನಗಳು}$$

12) A (2,3), B (4, k) & C(6,-3) ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳ ರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0 \quad (\because \text{ಶ್ರಿಖಂಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು } 0 \text{ ಆಗಿರುತ್ತದೆ})$$

$$\frac{1}{2}[2(k - (-3)) + 4(-3 - 3) + 6(3 - k)] = 0$$

$$\frac{1}{2}[2(k + 3) + 4(-6) + 6(3 - k)] = 0$$

$$\frac{1}{2}[2k + 6 - 24 + 18 - 6k] = 0$$

$$\frac{1}{2}(-4k) = 0$$

$$k = 0$$

13)  $2x^2 - 3x + 5 = 0$  ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

$$\text{ಇಲ್ಲಿ } a = 2, b = -3 \text{ ಮತ್ತು } c = 5$$

$$\text{ಶೋಧಕ } \Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-3)^2 - 4(2)(5)$$

$$= 9 - 40$$

$$= -31 < 0$$

ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವ : ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

14)  $3x^2 - 5x + 2 = 0$  ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇದು  $ax^2 + bx + c = 0$  ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$$a = 3, \quad b = -5, \quad c = +2$$

ಮೂಲಗಳು  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{6}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$x = \frac{6}{6} \text{ or } x = \frac{4}{6}$$

$$x = 1 \text{ or } x = \frac{2}{3}$$

15) ಒಂದು ಮೋಟಾರು ದೋಷಿಯ ಜವವು ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ  $18\text{km/h}$  ಆಗಿದೆ. ಆ ದೋಷಿಯು ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ  $24\text{ km}$  ದೂರ ಚಲಿಸಲು, ಅದು ಪ್ರವಾಹದೊಡನೆ ಮೊದಲಿನ ಸಾಫ್ತನಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಫಂಟೆ ಹಚ್ಚಾಗಿದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರವಾಹದ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ್ರವಾಹದ ಜವ =  $x \text{ km/h}$

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ ದೋಷಿಯ ವೇಗ =  $(18 - x)\text{km/h}$

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ದೋಷಿಯ ವೇಗ =  $(18 + x)\text{km/h}$

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ ಚಲಿಸಲು ದೋಷಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ =  $\frac{24}{18-x}$  ಗಂಟೆಗೆ

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸಲು ದೋಷಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ =  $\frac{24}{18+x}$  ಗಂಟೆಗೆ

$$\frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1,$$

$$24(18+x) - 24(18-x) = 1(18-x)(18+x)$$

$$432 + 24x - 432 + 24x = 324 - x^2$$

$$48x = 324 - x^2$$

$$-x^2 + 324 - 48 = 0 \quad x (-1)$$

$$x^2 + 48x - 324 = 0$$

ಇದು  $ax^2 + bx + c = 0$  ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$$a = 1, \quad b = 48, \quad c = -324$$

$$\text{ಮೂಲಗಳು } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(48) \pm \sqrt{(-48)^2 - 4(1)(-324)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-48 \pm \sqrt{2304 + 1296}}{2}$$

$$x = \frac{-48 \pm \sqrt{3600}}{2}$$

$$x = \frac{-48 \pm 60}{2}$$

$$x = \frac{-48 + 60}{2}, \quad x = \frac{-48 - 60}{2}$$

$$x = \frac{12}{2}, \quad x = \frac{-108}{2}$$

$$x = 6, \quad x = -54$$

ಪ್ರವಾಹದ ಜವ =  $x = 6 \text{ km/h}$

16)  $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$  ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ \\ &= \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin(90 - 52^\circ) \sin(90 - 38^\circ) \\ &= \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \cos 52^\circ \cos 38^\circ \\ &= \cancel{\cos 38^\circ \cos 52^\circ} - \cancel{\cos 52^\circ \cos 38^\circ} = 0 \end{aligned}$$

17)  $\sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \sec A + \tan A$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} \times \frac{1 + \sin A}{1 + \sin A}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 + \sin A)^2}{1 - \sin^2 A}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 + \sin A)^2}{\cos^2 A}} = \frac{1 + \sin A}{\cos A} \\ &= \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} \\ &= \sec A + \tan A = \text{RHS} \end{aligned}$$

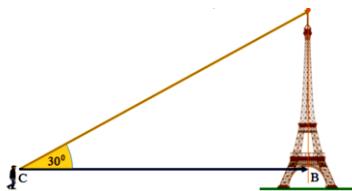
18) ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ 30m ದೂರದ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ಸೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $30^\circ$  ಅದರ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ = AB ಅಗಿರಲಿ.

ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರ BC = 30m

ಉಂಟಾಗುವ  $\triangle ABC$  ಯಳಿ,

$$\begin{aligned} \tan 30^\circ &= \frac{AB}{BC} \\ \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{AB}{30} \\ \Rightarrow AB &= \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} \text{m} \end{aligned}$$



19) 100m ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ದೀಪ ಸ್ಥಂಭದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಅದರ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳ ಅವನತ ಕೋನಗಳು  $30^\circ$  ಮತ್ತು  $45^\circ$  ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಹಡಗು ಮತ್ತೊಂದು ಹಡಗಿನ ಹಿಂಬದಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ( $\sqrt{3} \approx 1.73$  ಎಂದು ಬಳಸಿ)

ಉತ್ತರ :  $\triangle ABC \angle ACB = 45^\circ$        $\triangle ABC \angle ACB = 30^\circ$

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{100}{BC}$$

$$1 = \frac{100}{BC}$$

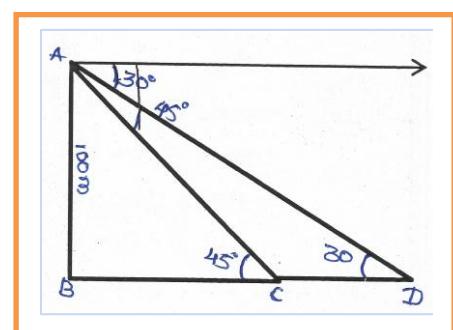
$$BC = 100$$

$$\tan \theta = \frac{AB}{BD}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{100}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{BD}$$

$$BD = 100\sqrt{3}$$



ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ =  $BD - BC = 100\sqrt{3} - 100 = 100(1.73) - 100 = 173 - 100 = 73 \text{m}$

20) ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಅವೃತ್ತಿ ವಿಶಿಷ್ಟಾ ಹೋಷ್ಟ್‌ಕದಿಂದ ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಅವೃತ್ತಿ
5 - 15	4
15 - 25	3
25 - 35	6
35 - 45	5
45 - 55	2

ಉತ್ತರ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಅವೃತ್ತಿ	$x$	$fx$
5 - 15	4	10	40
15 - 25	3	20	60
25 - 35	6	30	180
35 - 45	5	40	200
	$N=20$		$\sum fx = 580$

$$\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{X} = \frac{\sum fx}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{580}{20}$$

$$\bar{X} = 29$$

19) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಒಮ್ಮುಲಕವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಅವೃತ್ತಿ
0 - 10	6
10 - 20	9 <span style="color:red">f<sub>0</sub></span>
20 - 30	15 <span style="color:blue">f<sub>1</sub></span>
30 - 40	9 <span style="color:green">f<sub>2</sub></span>
40 - 50	1
	$N = 40$

$$\begin{aligned} \text{ಒಮ್ಮುಲಕ} &= l + \left[ \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h \\ &= 20 + \left[ \frac{15 - 9}{2 \times 15 - 9 - 9} \right] \times 10 \\ &= 20 + \left[ \frac{6}{30 - 18} \right] \times 10 \\ &= 20 + \left[ \frac{6}{12} \right] \times 10 \\ &= 20 + \frac{60}{12} \\ &= 20 + 5 \\ &= 25 \end{aligned}$$

21) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅವೃತ್ತಿ ವಿಶಿಷ್ಟಾ ಹೋಷ್ಟ್‌ಕಕ್ಕೆ ಮುಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಅವೃತ್ತಿ	4	9	15	14	8

ಉತ್ತರ :

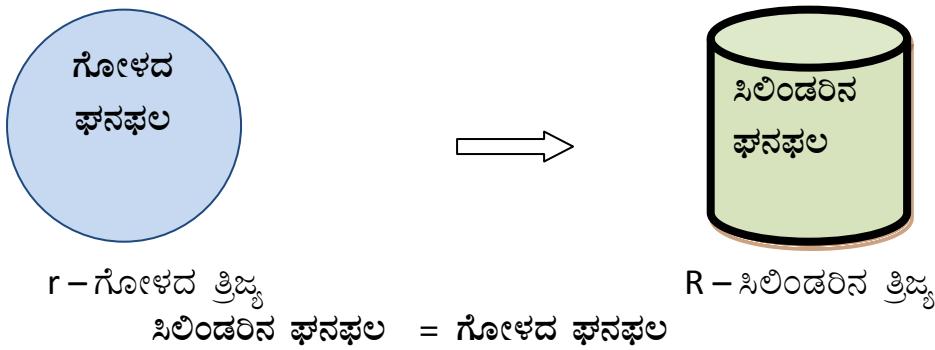
ವರ್ಗಾಂತರ	ಅವೃತ್ತಿ ( $f$ )	ಸಂಚಿತ ಅವೃತ್ತಿ ( $cf$ )
0-10	4	4
10-20	9	$13 = cf$
20-30	$15 = f$	28
30-40	14	42
40-50	8	50
	$n=50$	

$$n=50 \quad \therefore n/2 = 50/2 = 25$$

$$\therefore \text{ಮುಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ} = 20-30, \\ l=20, h=10, cf=13, f=15$$

$$\begin{aligned} \text{ಮುಧ್ಯಾಂಕ} &= l + \left[ \frac{n - cf}{f} \right] \times h \\ &= 20 + \left[ \frac{25 - 13}{15} \right] \times 10 \\ &= 20 + \left[ \frac{12}{15} \right] \times 10 \\ &= 20 + \frac{120}{15} \\ &= 20 + 8 \\ &= 28 \end{aligned}$$

22) 3cm త్రిభువిరువ ఫనగోళవన్న కరగి 9m ఉద్దద ఒందు సిలిండరినాకారద తంత్రియన్నాగి పరిపతీసమాగిదే. హగాదరే దొరెత తంత్రియ త్రిభువన్న కండుషిడియిరి.



$$\begin{aligned}\pi R^2 h &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ R^2 h &= \frac{4}{3} r^3 \\ R^2 \times 900 &= \frac{4}{3} \times 3^3 \\ R^2 &= \frac{4}{900} \times 3^2 \\ R^2 &= \frac{4}{900} \times 9 \\ R^2 &= \frac{4}{100} \\ R &= \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \\ R &= 0.2 \text{ cm}\end{aligned}$$

23) 60cm త్రిభువిరువ అధిగోళద పాదద మేలే 120 cm ఎత్తర మత్తు 60cm త్రిభువన్న హొందిరువ నేర వృత్త పాద శంకువన్న జోడిసలాగిదే. సంఘాణవాగి నీరనింద తుంబిద నేర వృత్తపాద సిలిండరినల్లి తలవన్న ముట్టువంతే నేరవాగి ఈ ఫనాక్షతియన్న ముఖుగిసలాగిదే. సిలిండరిన త్రిభువు 60 cm మత్తు ఎత్తరవు 180cm ఆదరే సిలిండరినల్లి ఉధిదిరువ నీరన ప్రమాణవన్న కండుషిడియిరి.

సిలిండరిన త్రిభువు  $r = 60\text{cm}$ ; ఎత్తర  $h = 180\text{cm}$

శంకువిన త్రిభువు ఎత్తర  $h_1 = 120\text{cm}$

సిలిండరిన ఫనఫల =  $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 180 = 2036571.43\text{cm}^3$$

శంకువిన ఫనఫల =  $\frac{1}{3} \pi r^2 h_1$

$$= \frac{22}{7} \times 20 \times 60 \times 120 = 452571.43\text{cm}^3$$

అధిగోలద ఫనఫల =  $\frac{2}{3} \pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 60 = 4525571.43\text{cm}^3$$

$\therefore$  సిలిండరినల్లి ఉధిదిరువ నీరు

$$= 2036571.43 - (452571.43 + 452571.43)$$

$$= 2036571.43 - 905142.86$$

$$= 1131428.57\text{cm}^3 = 1.131\text{m}^3$$

