ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ, ಬಳ್ಳಾರಿ.

ಕ್ಷೇತ್ರ ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳ ಕಾರ್ಯಾಲಯ, ಹಡಗಲಿ.

ತಾಲ್ಲೂಕು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರ ವೇದಿಕೆ, ಹಡಗಲಿ

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ

ಮಲ್ಲಿಗೆ ನಾಡಿನ ಜ್ಞಾನ ಪರಿಮಳದಲಿ

ಗಣಿತ ವಿಷಯದ ಪಾಸಿಂಗ್ ಪ್ಯಾಕೇಜ್ 2020-21

Target - 40

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು	ಅಂಕಗಳು
1	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2
2	ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದು (4 ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರು ಒಂದು)	4/5
3	ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು	2
4	ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು	4
5	ವೃತ್ತಗಳ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದು (2 ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರು ಒಂದು)	3
6	ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರಚನೆ	2
7	ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ	3
8	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ	4
9	ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ/ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತದ ಇತರೆ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	2
10	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು	2
11	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2
12	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನಿಪಾತಗಳ ಆಧಾರಿತ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆ	2
13	ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಅಥವಾ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಸ್ಯೆ	3
14	ಓಜೀವ ರಚನೆ	3
15	ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವುದು	2
ಒಟ್ಟು		40

1 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ ಅಂಕ 2

Type-1

1) 2, 6, 10, 14,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 25 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: $a = 2, d = 6 - 2 = 4, n = 25, a_n = a_{25} = ?$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_{25} = 2 + (25 - 1)4$$

$$= 2 + (24)4$$

$$= 2 + 96$$

$$a_{25} = 98$$

∴ 25 ನೇ ಪದವು 98 ಆಗಿದೆ.

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) 2, 7, 12,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_{10} = 47$)
2) 1, 4, 7, 10,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 15 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_{10} = 43$)
3) 2, 5, 8, 11,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 13 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_{10} = 38$)
4) 10, 7, 4,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 30 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_{10} = -77$)
5) 3, -1, -5, -9,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 9 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_{10} = -29$)

Type-2

2) 1, 4, 7, 10,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 61 ಆಗಿರುತ್ತದೆ?

ಪ:

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$61 = 1 + (n - 1)3$$

$$61 = 1 + 3n - 3$$

$$61 = 3n - 2$$

$$61 + 2 = 3n$$

$$63 = 3n$$

$$\Rightarrow 3n = 63$$

$$n = \frac{\cancel{63}^{9}}{\cancel{3}_{1}}$$

$$n = 13$$

∴ 13 ನೇ ಪದವು 61 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

$a=1$
$d=4-1$
$d=3$
$a_n = 61$
$n=?$

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) 2, 4, 6, 8,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 62 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : n = 31)
2) 3, 8, 13, 18,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 53 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : n = 10)
3) 21, 18, 15,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು -81 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : n = 35)
4) 5, 11, 17, 23,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 71 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : n = 12)
5) 1, 4, 7, 10,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 52 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : n = 18)

Type-3

1) 2, 5, 8, 11, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: $a = 2$, $d = 5 - 2 = 3$, $n = 10$, $S_n = S_{10} = ?$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$S_n = \frac{10}{2}(2(2) + (10-1)3)$$

$$= 5(4 + (9)3)$$

$$= 5(4 + 27)$$

$$= 5(31)$$

$$S_n = 155$$

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) 3, 7, 11, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 14 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : n = 406)
2) 3, 8, 13,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : n = 1010)
3) 2, 7, 12, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : n = 245)
4) 8, 3, 2, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 22 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : n = -979)
5) 2, 5, 8, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 12 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : n = 222)

Type-4

1) 2 + 5 + 8 + ... + 59 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 2$, $d = 5 - 2 = 3$, $a_n = 59$, $n = ?$

ಪ:

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$59 = 2 + (n - 1)3$$

$$59 = 2 + 3n - 3$$

$$59 = 3n - 1$$

$$59 + 1 = 3n$$

$$60 = 3n$$

$$\Rightarrow 3n = 60$$

$$n = \frac{60}{3}$$

$$\therefore n = 20$$

$a = 2$, $a_n = l = 59$, $n = 20$, $S_n = ?$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$S_n = \frac{20}{2}(2 + 59)$$

$$S_n = 10(61)$$

$$\therefore S_n = 610$$

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

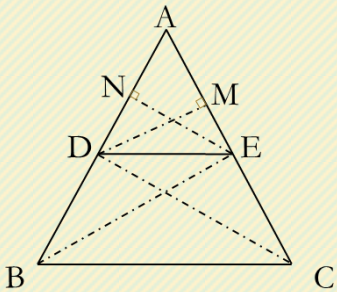
ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) 1 + 4 + 7 + ... + 28 (Ans : $S_n = 150$)
2) 3 + 6 + 9 + ... + 42 (Ans : $S_n = 315$)
3) 2 + 6 + 10 + ... + 30 (Ans : $S_n = 128$)
4) 34 + 32 + 30 + ... + 10 (Ans : $S_n = 242$)

2 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದು (4 ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು) 4/5

ಪ್ರಮೇಯ 2.1 : ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

"ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ."



ದತ್ತ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $BC \parallel DE$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ: BE ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು DM ⊥ AC ಮತ್ತು EN ⊥ AB ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ: $\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2}\times AD\times EN}{\frac{1}{2}\times DB\times EN} = \frac{AD}{DB} \rightarrow (1)$ (Δ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ)

ಮತ್ತು $\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta CED)} = \frac{\frac{1}{2}\times AE\times DM}{\frac{1}{2}\times EC\times DM} = \frac{AE}{EC} \rightarrow (2)$

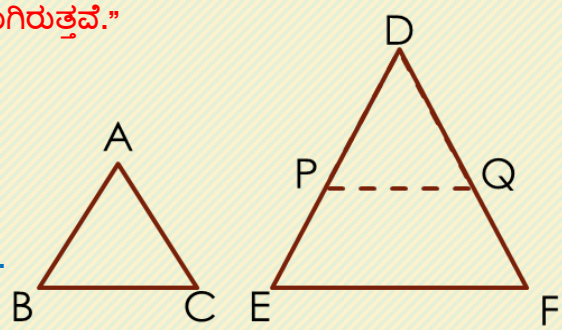
ΔBDE ಮತ್ತು ΔCED ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DF ಮತ್ತು BC $\parallel DE$ ನಡುವೆ ಇವೆ.

$\therefore$ ವಿ(ΔBDE) = ವಿ$(\Delta CED) \rightarrow (3)$

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ((1), (2) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ)

ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಮೇಯ (AAA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

"ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ) ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ."



ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ ಮತ್ತು $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

ರಚನೆ: DP=AB ಮತ್ತು DQ=AC ಆಗುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ PQ ಅನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDPQ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D$ ($\because$ ದತ್ತ)

DP=AB ಮತ್ತು DQ=AC ($\because$ ರಚನೆ)

$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta DPQ$ ($\because$ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ)

$\angle B = \angle P$ ಮತ್ತು $PQ = BC \rightarrow (1)$ ($\because$ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು)

ಆದರೆ $\angle B = \angle E = \angle P$ ($\because$ ದತ್ತ ಮತ್ತು (1))

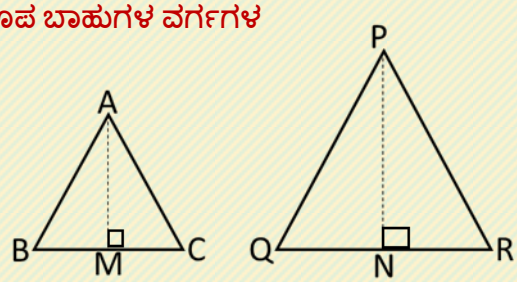
$\therefore PQ \parallel EF$ ($\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$ ($\because$ ಥೇಲ್ಸ್ ನ ಉಪಪ್ರಮೇಯ)

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ($\because$ ರಚನೆ ಮತ್ತು (1))

ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ: (ಪ್ರಮೇಯ 2.6)

" ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ."



ದತ್ತ : $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ಸಾಧಾನೀಯ : $\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2$

ರಚನೆ : $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $PN \perp QR$ ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ

ಸಾಧನೆ : ΔABM ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle B = \angle Q$ ($\because \Delta ABC \sim \Delta PQR$)

$\angle M = \angle N = 90\circ$ ($\because$ ರಚನೆ)

$\Delta ABM \sim \Delta PQN$ ($\because AA$ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ} \rightarrow (1)$

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \rightarrow (2)$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$$

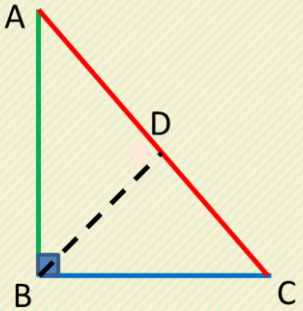
$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{AB}{PQ} \times \frac{AB}{PQ} \quad (\because (1)\&(2))$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2$$

ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಪ್ರಮೇಯ 2.8)

"ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ."



ದತ್ತ: ΔABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ. ಇಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$ ಆಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ: $BD \perp AC$ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ: $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

$\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ ($\because AA$ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$AD.AC = AB^2 \rightarrow (1)$

$\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

$\frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC}$ ($\because AA$ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$DC.AC = BC^2 \rightarrow (1)$

(1) + (2) ➔ $AD.AC + DC.AC = AB^2 + BC^2$

$AC.(AD + DC) = AB^2 + BC^2$

$AC.AC = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

3 ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು 2

1) x + y = 14 ಮತ್ತು x – y = 4 ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

ಪ:

$x + y = 14 \rightarrow (1)$

$x - y = 4 \rightarrow (2)$

$2x = 18$

$x = \frac{18}{2}$

$x = 9$

x = 9 ಅನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x + y = 14$

$9 + y = 14$

$y = 14 - 9$

$y = 5$

∴ x = 9 ಮತ್ತು y = 5

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) x+y=7 & x–y=1 ಉ: x=4 & y=3	2) x+y=9 & x–y=3 ಉ: x=6 & y=3	3) x+y=5 & x–y=1 ಉ: x=3 & y=2
4) x+y=5 & x–y=3 ಉ: x=4 & y=1	5) x+y=8 & x–y=2 ಉ: x=5 & y=3	6) x+y=6 & x–y=4 ಉ: x=5 & y=1
7) 2x+3y=14 & 2x–3y=2 ಉ: x=4 & y=3	8) 3x+2y=8 & 3x–2y=4 ಉ: x=2 & y=1	9) x+2y=10 & x–2y=1 ಉ: x=4 & y=3

2) 3x + 4y = 10 ಮತ್ತು 2x – 2y = 2 ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

ಪ:

$3x + 4y = 10 \rightarrow (1) \times 2$

$2x - 2y = 2 \rightarrow (2) \times 3$

$6x + 8y = 20$

$6x - 6y = 6$ ಕಳೆಯಲಾಗಿ

$- \quad +$

$14y = 14$

$y = \frac{14}{14}$

$y = 1$

y = 1 ಅನ್ನು ಸ. (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$3x + 4y = 10$

$3x + 4(1) = 10$

$3x + 4 = 10$

$3x = 10 - 4$

$3x = 6$

$x = \frac{6}{3}$

$x = 2$

∴ x = 2 ಮತ್ತು y = 1

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) 2x+3y=7 & 3x–4y=2 ಉ: x=2 & y=1	2) 2x+y=5 & 3x+2y=8 ಉ: x=2 & y=1	3) 2x+4y=14 & 3x–3y=3 ಉ: x=3 & y=2
5) 3x+2y=16 & 2x–3y=2 ಉ: x=4 & y=2	6) 3x–5y=4 & 3x–2y=7 ಉ: x=3 & y=1	7) x+2y=8 & 3x–y=3 ಉ: x=2 & y=3
7) 2x+3y=9 & 3x–4y=5 ಉ: x=3 & y=1	8) x+y=9 & 3x–2y=2 ಉ: x=4 & y=5	9) 2x+4y=18 & x–y=3 ಉ: x=5 & y=2

4 ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು(ಗ್ರಾಫ್) 4

1) x – y = 3 ಮತ್ತು x + y = 7 ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.

x - y = 3

x - 3 = y

y = x – 3

x	0	3	5
y	-3	0	2

X = 0
y = x – 3
y = 0 – 3
y = - 3

X = 3
y = x – 3
y = 3 – 3
y = 0

X = 5
y = x – 3
y = 5 – 3
y = 2

x + y = 7

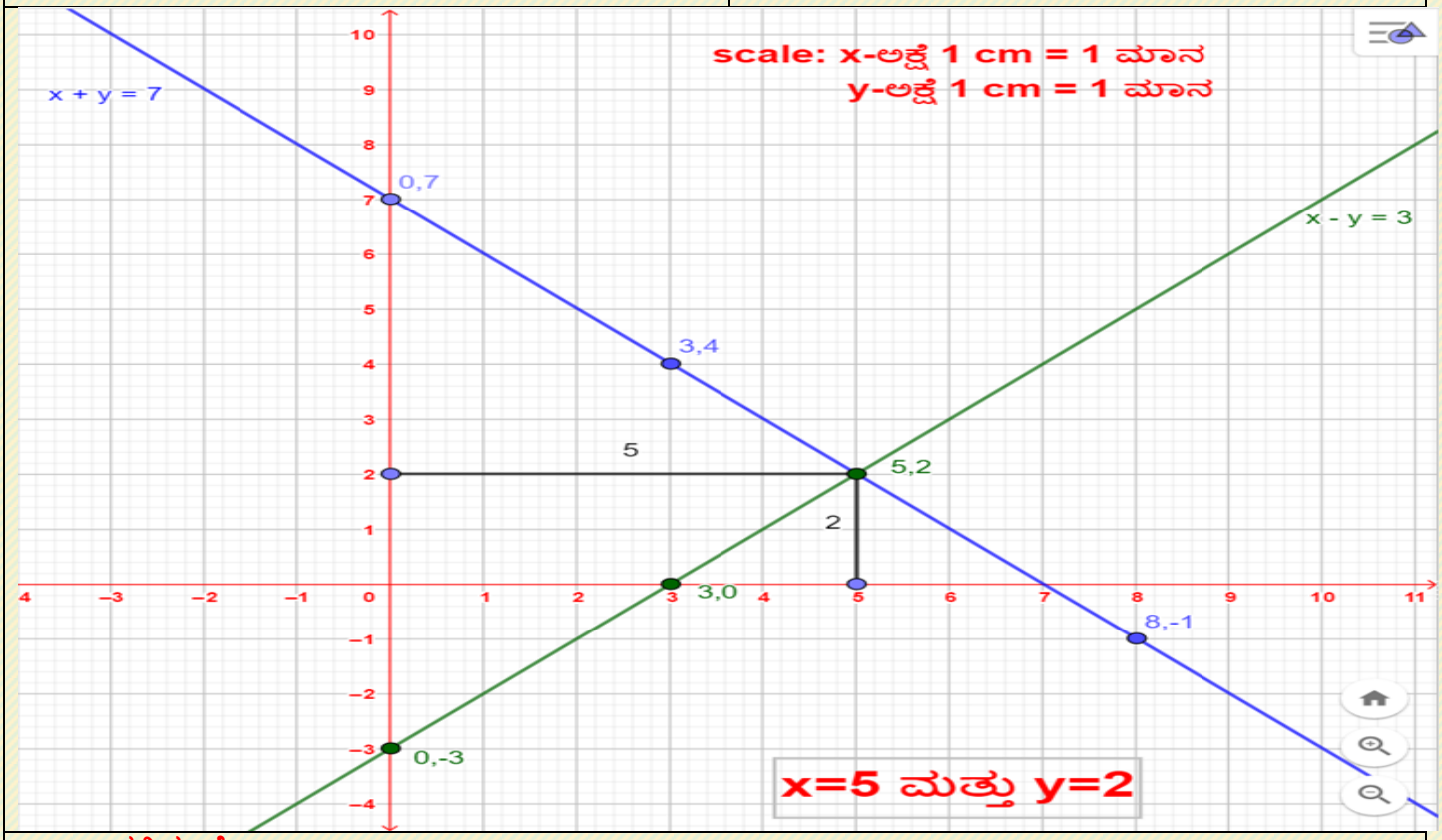
y = 7 - x

x	0	3	-1
Y	7	4	8

X = 0
y = 7 – x
y = 7 – 0
y = 7

X = 3
y = 7 – x
y = 7 – 3
y = 4

X = -1
y = 7 – x
y = 7 – (-1)
y = 7 + 1
y = 8



ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) x+y=7 & x–y=1 ಉ: x=4 & y=3	2) x+y=9 & x–y=3 ಉ: x=6 & y=3	3) x+y=5 & x–y=1 ಉ: x=3 & y=2
4) x+y=5 & x–y=3 ಉ: x=4 & y=1	5) x+y=8 & x–y=2 ಉ: x=5 & y=3	6) x+y=6 & x–y=4 ಉ: x=5 & y=1
7) x+y=4 & x–y=1 ಉ: x=3 & y=1	8) x+y=7 & x–y=3 ಉ: x=5 & y=2	9) x+y=10 & x–y=2 ಉ: x=6 & y=4

1) x + 3y = 6 ಮತ್ತು 2x – 3y = 12 ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.

$x + 3y = 6$

$+3y = 6 - x$

$3y = 6 - x$

$y = \frac{6-x}{3}$

x	0	3	-3
y	2	1	3

x = 0

$y = \frac{6-x}{3}$

$y = \frac{6-0}{3}$

$y = \frac{6}{3}$

y = 2

x = 3

$y = \frac{6-x}{3}$

$y = \frac{6-3}{3}$

$y = \frac{3}{3}$

y = 1

x = -3

$y = \frac{6-x}{3}$

$y = \frac{6-(-3)}{3}$

$y = \frac{6+3}{3}$

$y = \frac{9}{3}$

y = 3

$2x - 3y = 12$

$2x - 12 = 3y$

$3y = 2x - 12$

$y = \frac{2x-12}{3}$

x	0	3	-3
y	-4	-2	-6

x = 0

$y = \frac{2x-12}{3}$

$y = \frac{2(0)-12}{3}$

$y = \frac{0-12}{3}$

$y = \frac{-12}{3}$

y = -4

x = 3

$y = \frac{2x-12}{3}$

$y = \frac{2(3)-12}{3}$

$y = \frac{6-12}{3}$

$y = \frac{-6}{3}$

y = -2

x = -3

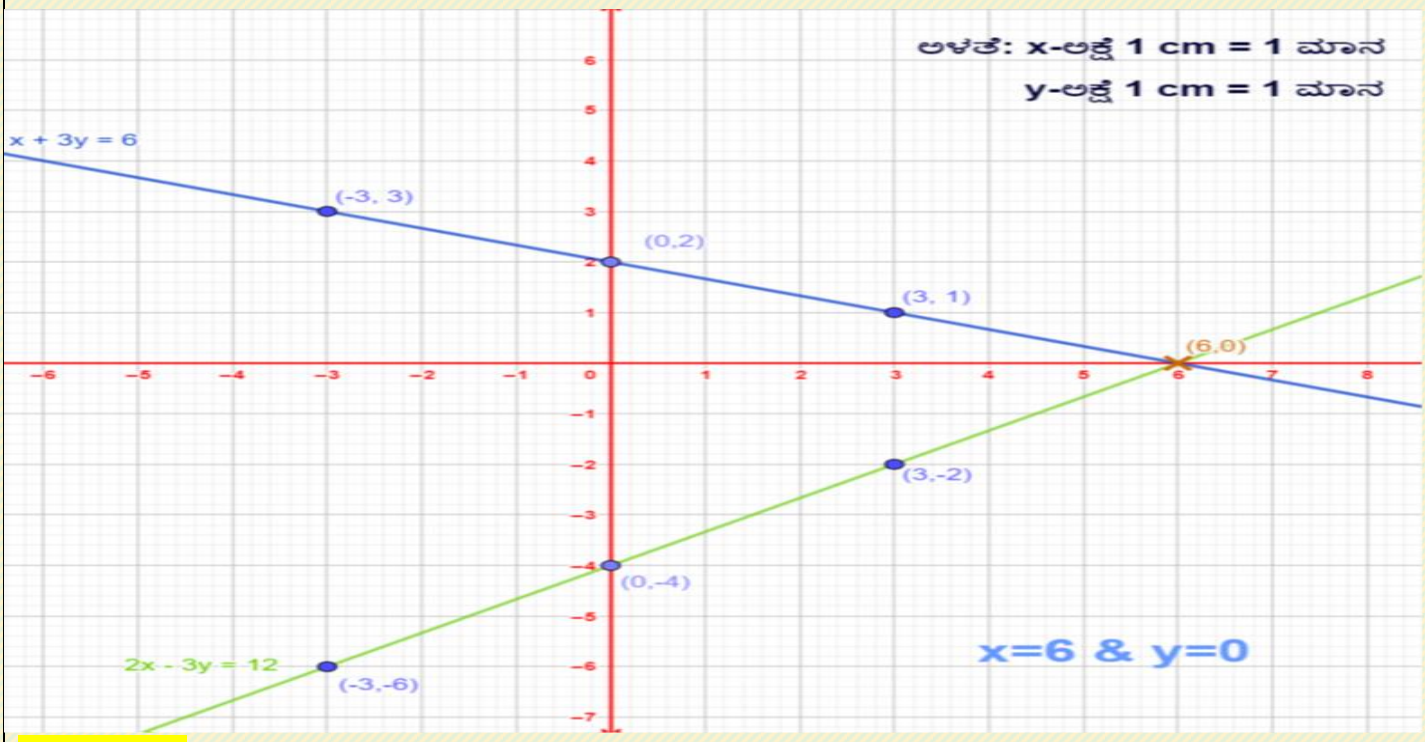
$y = \frac{2x-12}{3}$

$y = \frac{2(-3)-12}{3}$

$y = \frac{-6-12}{3}$

$y = \frac{-18}{3}$

y = -6



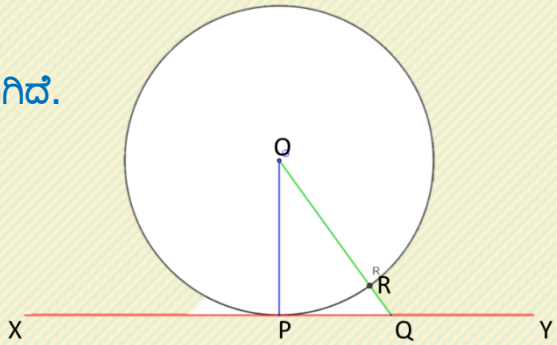
ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) 2x+3y=7 & 3x–4y=2 ಉ: x=2 & y=1	2) 2x+y=5 & 3x+2y=8 ಉ: x=2 & y=1	3) 2x+4y=14 & 3x–3y=3 ಉ: x=3 & y=2
5) 3x+2y=16 & 2x–3y=2 ಉ: x=4 & y=2	6) 3x–5y=4 & 3x–2y=7 ಉ: x=3 & y=1	7) x+2y=8 & 3x–y=3 ಉ: x=2 & y=3
7) 2x+3y=9 & 3x–4y=5 ಉ: x=3 & y=1	8) x+y=9 & 3x–2y=2 ಉ: x=4 & y=5	9) 2x+4y=18 & x–y=3 ಉ: x=5 & y=2

5	ವೃತ್ತಗಳ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದು (2 ಪ್ರಮೇಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು)	3

ಪ್ರಮೇಯ 4.1:

" ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಇಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ."



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ XY ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, XY ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು Q ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು OQ ಅನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : OQ = OR + RQ (ಇಲ್ಲಿ OR ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ)

OQ = OP + RQ (OR = OP ಏಕಂದರೆ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

OQ > OP

O ಬಿಂದುವಿನಿಂದ XY ಗೆ ಇರುವ ಕನಿಷ್ಟ ದೂರ OP ಆಗಿದೆ.

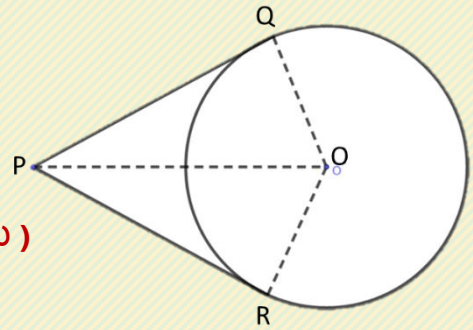
$\therefore OP \perp XY$

ಪ್ರಮೇಯ 4.2:

" ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ."

ದತ್ತ : ' O ' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ' P ' ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ PQ & PR ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : PQ = PR



ರಚನೆ : OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔOPQ ಮತ್ತು ΔOPR ಗಳಲ್ಲಿ

OQ = OR (ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

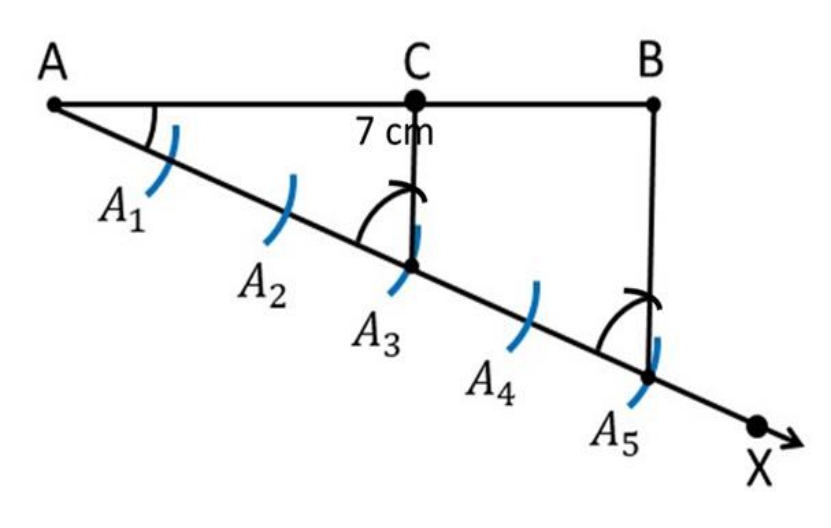
OP = OP (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta OPQ \cong \Delta OPR$ (ಲಂ.ವಿ.ಬಾ)

$\therefore PQ = PR$

6 ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರಚನೆ 2

1) **7 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.**



ಹಂತಗಳು:

1)ನೀಡಿದ ಅಳತೆಯಷ್ಟು AB ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು

2)ಓರೆರೇಖೆ AX ಎಳೆದು ನೀಡಿದ ಅನುಪಾತದ ಮೊತ್ತದಷ್ಟು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು

3)ಕೊನೆಯ ಸಮಭಾಗದಿಂದ B ಗೆ ಸೇರಿಸಿ

∠ಕೊನೆಯ ಭಾಗ = ∠ಅನುಪಾತದ ಪೂರ್ವ ಪದ ಆಗುವಂತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯನ್ನು C ಗೆ ಸೇರುವಂತೆ ಎಳೆಯಬೇಕು

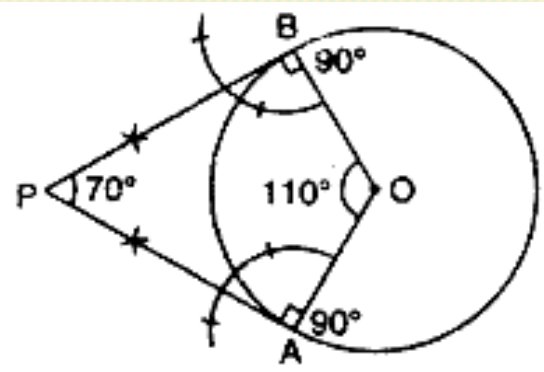
ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ:

1) 8 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 4 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.	2) 9 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 4 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.
3) 6 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.	4) 7 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

7 ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ 3

Type-1 ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ(ತ್ರಿ.ನ.ಕೋ) ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 110^0 ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



ಹಂತಗಳು:

1)ನೀಡಿದ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯದಷ್ಟು ವೃತ್ತ ರಚಿಸಿ.

2)ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವೆ ಕೋನ 110^0 ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

3)ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80^0 ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

2) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70^0 ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

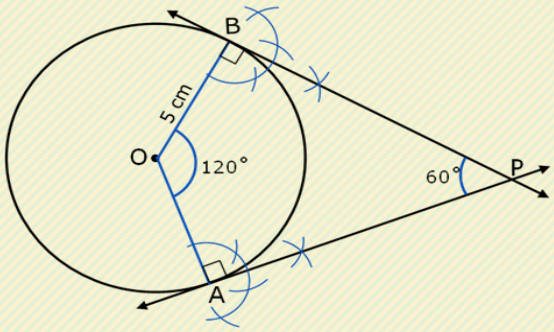
3) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60^0 ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

4) 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 75^0 ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

Type-2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ(ಸ್ಪ.ನ.ಕೋ) ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60^0 ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ತ್ರಿ.ನ.ಕೋ = 180° – ಸ್ಪ.ನ.ಕೋ ➔ ತ್ರಿ.ನ.ಕೋ = 180° – 60° = 120°



ಹಂತಗಳು:

1)ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

2)ನೀಡಿದ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯದಷ್ಟು ವೃತ್ತ ರಚಿಸಿ.

3)ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವೆ ಕೋನ 110^0 ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

4)ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

2) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70^0 ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

3) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80^0 ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

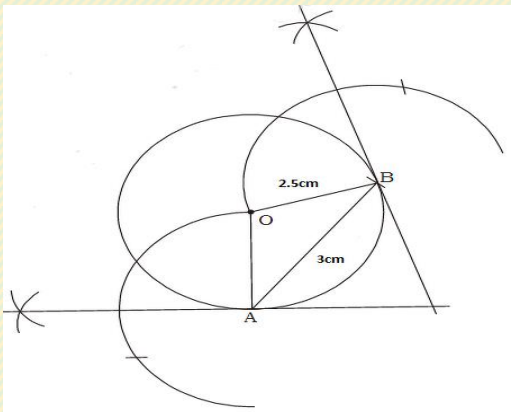
4) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 65^0 ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

5) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 85^0 ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

6) 6 cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 55^0 ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

Type-3 ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ರಚನೆ:

1) 2.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 3 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಹಂತಗಳು :

1)ನೀಡಿದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯಷ್ಟು ವೃತ್ತ ರಚಿಸಿರಿ.

2) ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದದಂತೆ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

3) ಜ್ಯಾದ ಎರಡು ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ಗೆ ಸೇರಿಸಿ.

4) ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

2) 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 7 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

3) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 4.5 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

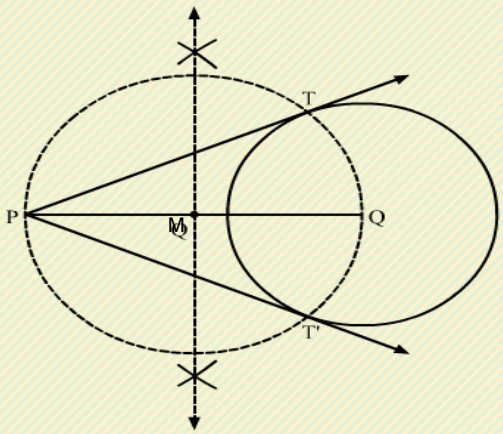
4) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 6 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

5) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 6 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

6) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 7 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

Type-4 ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು.(Case-1 ದೂರ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಕೊಟ್ಟಾಗ)

1) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



d = 8 cm, r = 3.5 cm

ಹಂತಗಳು :

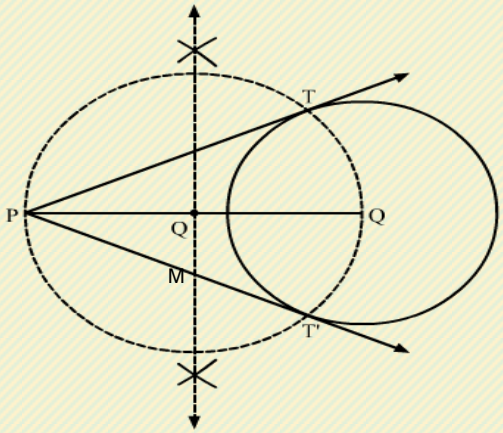
1) d ಯ ಅಳತೆಯಷ್ಟು PQ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
2) ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯಂತೆ ವೃತ್ತವನ್ನು Q ಶೃಂಗದಿಂದ ರಚಿಸಿರಿ.
3) PQ ನ ಲಂಬಾರ್ಧಕವನ್ನು ಎಳೆದು, ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
4) M ಬಿಂದುವಿನಿಂದ P & Q ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
5) ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಸೇರುವ ಬಿಂದು(T) ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು P ಯಿಂದ T ಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

2) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ 6 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
3) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
4) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
5) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

Type-4 ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು.(Case-2 ದೂರ ವೃತ್ತದಿಂದ ಕೊಟ್ಟಾಗ)

1) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಿಂದ 4 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



d = 4+3.5 = 7.5 cm, r = 3.5 cm

ಹಂತಗಳು :

1) d = ವೃತ್ತದಿಂದ ದೂರ + ತ್ರಿಜ್ಯ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2) d ಯ ಅಳತೆಯಷ್ಟು PQ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
3) ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯಂತೆ ವೃತ್ತವನ್ನು Q ಶೃಂಗದಿಂದ ರಚಿಸಿರಿ.
4) PQ ನ ಲಂಬಾರ್ಧಕವನ್ನು ಎಳೆದು, ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
5) M ಬಿಂದುವಿನಿಂದ P & Q ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
6) ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಸೇರುವ ಬಿಂದು(T) ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು P ಯಿಂದ T ಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

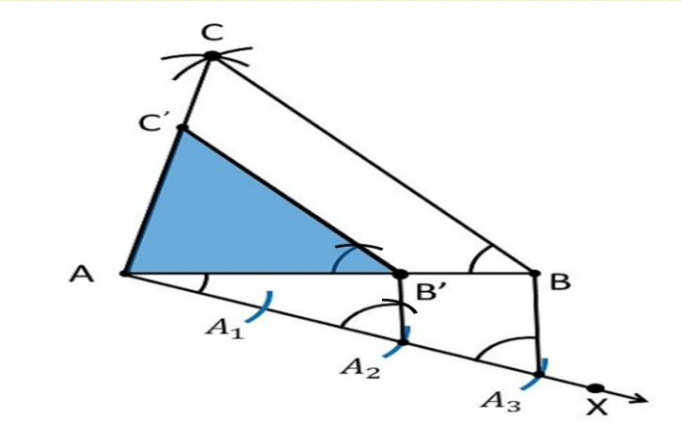
ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

2) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಿಂದ 4 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
3) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಿಂದ 3 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
4) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ 4.5 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

8	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ	4

Case – 1 ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) BC = 4 cm, AB = 6 cm, ಮತ್ತು AC = 4.5 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



ಹಂತಗಳು :

1)ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

2)ಓರೆರೇಖೆ AX ಎಳೆದು, ನೀಡಿದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ & ಛೇದಗಳಲ್ಲಿಯ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ

3) ಛೇದದ ಭಾಗವನ್ನು B ಗೆ ಸೇರಿಸಿ, ∠ಛೇದ = ∠ಅಂಶ ಆಗುವಂತೆ ಅಂಶದ ಭಾಗದಿಂದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆದು B' ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

4) $\angle B = \angle B^I$ ಆಗುವಂತೆ B' ನಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆದು C' ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) BC = 5 cm, AB = 6 cm, ಮತ್ತು AC = 4 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

2) 4 cm, 5 cm, ಮತ್ತು 6 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

3) BC = 3.5 cm, AB = 5 cm, ಮತ್ತು AC = 4 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

4) BC = 4 cm, AB = 5 cm, ಮತ್ತು $\angle B = 60°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

5) BC = 5 cm, AB = 6 cm, ಮತ್ತು $\angle B = 65°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

6) BC = 4.5 cm, AB = 5.5 cm, ಮತ್ತು $\angle A = 55°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

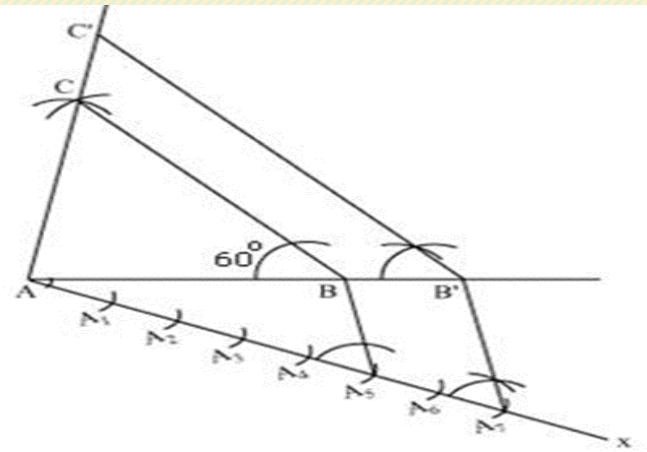
7) AB = 6 cm, $\angle B = 55°$ ಮತ್ತು $\angle C = 65°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{4}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

8) AB = 5 cm, $\angle B = 45°$ ಮತ್ತು $\angle C = 50°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

9) ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 4 cm ಮತ್ತು 3 cm (ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ) ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ, ಮೊದಲ ತ್ರಿಭಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

Case – 2 ವಿಷಮ(ಮಿಶ್ರ) ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) BC = 4 cm, AB = 6 cm, ಮತ್ತು AC = 4.5 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



ಹಂತಗಳು :

1)ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

2)ಓರೆರೇಖೆ AX ಎಳೆದು, ನೀಡಿದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ & ಛೇದಗಳಲ್ಲಿಯ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ

3) ಛೇದದ ಭಾಗವನ್ನು B ಗೆ ಸೇರಿಸಿ, ∠ಛೇದ = ∠ಅಂಶ ಆಗುವಂತೆ ಅಂಶದ ಭಾಗದಿಂದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆದು B' ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

4) $\angle B = \angle B^{I}$ ಆಗುವಂತೆ B' ನಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆದು C' ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) BC = 5 cm, AB = 6 cm, ಮತ್ತು AC = 4 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

2) 4 cm, 5 cm, ಮತ್ತು 6 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

3) BC = 3.5 cm, AB = 5 cm, ಮತ್ತು AC = 4 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $1\frac{2}{3}\ (= \frac{5}{3})$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

4) BC = 4 cm, AB = 5 cm, ಮತ್ತು $\angle B = 60°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

5) BC = 5 cm, AB = 6 cm, ಮತ್ತು $\angle B = 65°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

6) BC = 4.5 cm, AB = 5.5 cm, ಮತ್ತು $\angle A = 55°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

7) AB = 6 cm, $\angle B = 55°$ ಮತ್ತು $\angle C = 65°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

8) AB = 5 cm, $\angle B = 45°$ ಮತ್ತು $\angle C = 50°$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

9	ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2

1) A(2, 3) ಮತ್ತು B(10, -3) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: A(2 , 3) ಮತ್ತು B(10, -3)

(x_1 , y_1) & (x_2 , y_2)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(10 - 2)^2 + (-3 - 3)^2}$$

$$d = \sqrt{(8)^2 + (-6)^2}$$

$$d = \sqrt{64 + 36}$$

$$d = \sqrt{100}$$

$d = 10$ ಮಾನಗಳು

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) (2, 3), (4, 1) Ans : d = $\sqrt{8}$	2) (1, 0), (5, 3) Ans : d = 5
3) (-1, 3), (2, 7) Ans : d = 5	4) (-5, 7), (-2, 3) Ans : d = 5
5) (3, 5), (-3, -3) Ans : d = 10	6) (0, 1), (-3, 1) Ans : d = 3
7) (4, -3), (1, 1) Ans : d = 5	8) (1, 0), (4, -4) Ans : d = 5
9) (-2, 3), (1, -1) Ans : d = 5	10) (3, 1), (3, 5) Ans : d = 4

2) P(3, -4) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೂಲಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: P(3, -4) = (x, y)

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$d = \sqrt{3^2 + (-4)^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 16}$$

$$d = \sqrt{25}$$

$d = 5$ ಮಾನಗಳು

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳು ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) (-4, 3) Ans : d = 5	2) (1, 0) Ans : d = 1
3) (-6, 8) Ans : d = 10	4) (3, 4) Ans : d = 5
5) (-3, 4) Ans : d = 5	6) (4, 0) Ans : d = 4
7) (4, -3) Ans : d = 5	8) (-6, 0) Ans : d = -6
9) (-2, 3) Ans : d = $\sqrt{13}$	10) (-3, -4) Ans : d = 5

9	ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು(ಹೆಚ್ಚುವರಿ)	2

1) (4, -3) ಮತ್ತು (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: (4, -3) ಮತ್ತು (8 , 5) ಹಾಗೂ 3 : 1

(x_1 , y_1) & (x_2 , y_2) $m_1 : m_2$

$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$x = \frac{3(8) + 1(4)}{3 + 1}$$

$$x = \frac{24 + 4}{4}$$

$$x = \frac{28}{4}$$

$$x = 7$$

$$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{3(5) + 1(-3)}{3 + 1}$$

$$y = \frac{15 - 3}{4}$$

$$y = \frac{12}{4}$$

$$y = 3$$

∴ ಆ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದು (7, 3)

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

1) (2, 3) ಮತ್ತು (-4, 6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (-2, 5)

2) (7, 0) ಮತ್ತು (2, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (4, 3)

3) (1, -1) ಮತ್ತು (6, 4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (3, 1)

4) (4, -3) ಮತ್ತು (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (7, 3)

5) (-2, -3) ಮತ್ತು (5, 4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 4:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (2, 1)

6) (4, 3) ಮತ್ತು (8, 3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 1:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (5, 3)

2) A(-6, 10) ಮತ್ತು B(3, -8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡನ್ನು (-4, 6) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ?

ಪ: A(-6, 10) & B(3, -8) ಹಾಗೂ (-4, 6)

(x_1, y_1) & (x_2, y_2) ಹಾಗೂ (x , y)

$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$-4 = \frac{m_1(3) + m_2(-6)}{m_1 + m_2}$$

$$-4(m_1 + m_2) = 3m_1 - 6m_2$$

$$-4m_1 - 4m_2 = 3m_1 - 6m_2$$

$$6m_2 - 4m_2 = 3m_1 + 4m_2$$

$$2m_2 = 7m_1$$

$$\frac{2}{7} = \frac{m_1}{m_2}$$

$\therefore$ $m_1 : m_2 = 2 : 7$

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

1) (-2, 1) ಮತ್ತು (2, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡನ್ನು (1, 4) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ? Ans: 3 : 1

2) (1, 2) ಮತ್ತು (6, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡನ್ನು (4, 1) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ? Ans: 3 : 2

3) (4, -3) ಮತ್ತು (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡನ್ನು (7, 3) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ? Ans: 3 : 1

4) (-3, 10) ಮತ್ತು (6, -8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡನ್ನು (-1, 6) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ? Ans: 2 : 7

5) (4, 3) ಮತ್ತು (8, 3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡನ್ನು (5, 3) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ? Ans: 1:3

6) (-6, 10) ಮತ್ತು (3, -8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡನ್ನು (-4, 6) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ? Ans: 3 : 2

7) (-2, -3) ಮತ್ತು (5, 4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡನ್ನು (2, 1) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ? Ans: 4 : 3

3) (2, 3) ಮತ್ತು (4, 7) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: (2, 3) ಮತ್ತು (4, 7)

(x_1, y_1) & (x_2, y_2)

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$x = \frac{2 + 4}{2}$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$y = \frac{3 + 7}{2}$$

$$y = \frac{10}{2}$$

$$y = 5$$

$\therefore$ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (3, 5)

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) (-3, 4) ಮತ್ತು (-1, 2) Ans : (-2, 3)

2) (0, 3) ಮತ್ತು (2, 1) Ans : (1, 2)

3) (5, -1) ಮತ್ತು (-1, 7) Ans : (2, 3)

4) (-2, 5) ಮತ್ತು (-4, 7) Ans : (-3, 6)

5) (4, 3) ಮತ್ತು (6, 5) Ans : (5, 4)

4) A(5, 2), B(4, 7) ಮತ್ತು C(7, -4) ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: A(5, 2), B(4, 7) ಮತ್ತು C(7, -4)

(x_1, y_1), (x_2, y_2) & (x_3, y_3)

$$\Delta = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$\Delta = \frac{1}{2}\left[5(7-(-4)) + 4\big((-4)-2\big) + 7\,(2 - 7)\right]$$

$$\Delta = \frac{1}{2}[5\,(7 + 4) + 4\,(-4 - 2) + 7\,(2 - 7)]$$

$$\Delta = \frac{1}{2}[5\,(\ 11\ ) + 4\,(\ -6\ ) + 7\,(-5\ )]$$

$$\Delta = \frac{1}{2}[\ 55 \quad -24 \quad -35\ ]$$

$$\Delta = \frac{1}{2}[\ 55 - 59\ ]$$

$$\Delta = \frac{1}{2}[\ -4\ ]$$

$$\Delta = -\frac{4}{2}$$

$$\Delta = -2$$

$\Delta = 2$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1)	(2, 3), (-1, 0), (2, -4)	Ans : $\Delta = \frac{21}{2}$	2)	(-5, -1), (3, -5), (5, 2)	Ans : $\Delta = 32$
3)	(1, 2), (3, -1), (0, 3)	Ans : $\Delta = -\frac{1}{2}$	4)	(-1, 4), (2, 3), (1, 0)	Ans : $\Delta = -5$
5)	(1, 0), (2, 4), (3, 1)	Ans : $\Delta = -\frac{7}{2}$	6)	(-3, 1), (0, 2), (1, -2)	Ans : $\Delta = -\frac{13}{2}$
7)	(2, 0), (1, 2), (-2, 1)	Ans : $\Delta = \frac{7}{2}$	8)	(-2, 1), (3, 2), (0, -1)	Ans : $\Delta = -6$
9)	(0, 2), (-1, 1), (3, -2)	Ans : $\Delta = \frac{7}{2}$	10)	(-2, -1), (1, 0), (3, 1)	Ans : $\Delta = \frac{3}{2}$

10	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು	2

1) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿ : $x^2 - 3x + 1 = 0$

ಪ: $x^2 - 3x + 2 = 0$ ಇಲ್ಲಿ a = 1, b = -3, c = 2

$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$x = \frac{3+1}{2}$ ಅಥವಾ $x = \frac{3-1}{2}$

$x = \frac{4}{2}$ ಅಥವಾ $x = \frac{2}{2}$

$x = 2$ ಅಥವಾ $x = 1$

2) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿ : $x^2 + 7x + 5 = 0$

ಪ: $x^2 + 7x + 5 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ ಇಲ್ಲಿ a = 1, b = 7, c = 5

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 20}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$x = \frac{7+\sqrt{29}}{2}$ ಅಥವಾ $x = \frac{7-\sqrt{29}}{2}$

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

1) $x^2 + 4x + 4 = 0$	Ans : x = -2 ಅಥವಾ x = -2	2) $x^2 - 4x + 4 = 0$	Ans : x = 2 ಅಥವಾ x = 2
3) $x^2 + 2x + 3 = 0$	Ans : $x = -1 + \sqrt{-2}$ OR $x = -1 - \sqrt{-2}$	4) $x^2 + 5x + 3 = 0$	Ans : $x = \frac{-5+\sqrt{13}}{2}$ OR $x = \frac{-5-\sqrt{13}}{2}$
5) $2x^2 - 3x - 3 = 0$	Ans : $x = \frac{3+\sqrt{33}}{4}$ OR $x = \frac{3-\sqrt{33}}{4}$	6) $x^2 + 5x + 6 = 0$	Ans : x = -2 ಅಥವಾ x = -3
7) $x^2 - 7x + 12 = 0$	Ans : x = 4 ಅಥವಾ x = 3	8) $x^2 - 5x + 4 = 0$	Ans : x = 4 ಅಥವಾ x = 1
8) $x^2 + 3x + 2 = 0$	Ans : x = -2 ಅಥವಾ x = -1	8) $3x^2 - 5x - 1 = 0$	Ans : $x = \frac{5+\sqrt{37}}{6}$ OR $x = \frac{5-\sqrt{37}}{6}$

ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು.

1) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $x^2 + 3x + 2 = 0$

ಪ:

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1x + 2 = 0$$

$$x(x + 2) + 1(x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(x + 1) = 0$$

$x + 2 = 0$ ಅಥವಾ $x + 1 = 0$

$x = -2$ ಅಥವಾ $x = -1$

$x^2 \times 2$

$= 2x^2$

$+2x \quad +1x = 3x$

2) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $2x^2 - 5x - 7 = 0$

ಪ:

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$2x^2 - 7x + 2x - 7 = 0$$

$$x(2x - 7) + 1(2x + 2) = 0$$

$$(2x - 7)(x + 1) = 0$$

$2x - 7 = 0$ ಅಥವಾ $x + 1 = 0$

$2x = 7$ ಅಥವಾ $x = -1$

$x = \frac{7}{2}$ ಅಥವಾ $x = -1$

$2x^2 \times (-7)$

$= -14x^2$

$-7x \quad +2x = -5x$

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

1) $x^2 + 4x + 4 = 0$	Ans : $x = -2$ ಅಥವಾ $x = -2$	2) $x^2 - 4x + 4 = 0$	Ans : $x = 2$ ಅಥವಾ $x = 2$
3) $x^2 + 9x + 20 = 0$	Ans : $x = -4$ ಅಥವಾ $x = -5$	4) $x^2 + 6x + 9 = 0$	Ans : $x = -3$ ಅಥವಾ $x = -3$
5) $2x^2 - x - 3 = 0$	Ans : $x = 3$ ಅಥವಾ $x = -2$	6) $x^2 + 5x + 6 = 0$	Ans : $x = -2$ ಅಥವಾ $x = -3$
7) $x^2 - 7x + 12 = 0$	Ans : $x = 4$ ಅಥವಾ $x = 3$	8) $x^2 - 5x + 4 = 0$	Ans : $x = 4$ ಅಥವಾ $x = 1$
8) $x^2 + 3x + 2 = 0$	Ans : $x = -2$ ಅಥವಾ $x = -1$	8) $3x^2 - 5x - 8 = 0$	Ans : $x = -2$ ಅಥವಾ $x = -2$

11	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2

1) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

ಪ: $2x^2 - 3x + 5 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

a = 2, b = -3, c = 5

$b^2 - 4ac$

$=(-3)^2 - 4(2)(5)$

$= 9 - 40$

$= -31 < 0$

$\therefore b^2 - 4ac < 0$

∴ ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

1) $2x^2 - x - 3 = 0$ Ans: ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ

2) $3x^2 - 5x - 8 = 0$ Ans: ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ

3) $x^2 - 5x + 4 = 0$ Ans: ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ

4) $x^2 + 5x + 3 = 0$ Ans: ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳಿಲ್ಲ

5) $x^2 + 6x + 9 = 0$ Ans: ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ

6) $x^2 + 2x + 3 = 0$ Ans: ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳಿಲ್ಲ

2) $2x^2 + kx + 3 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ಸಮನಾದ ಎರಡು ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ kಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: $2x^2 + kx + 3 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

a = 2, b = k, c = 3

$b^2 - 4ac = 0$ (ಮೂಲಗಳು ಸಮ)

$k^2 - 4(2)(3) = 0$

$k^2 - 24 = 0$

$k^2 = 24$

$k = \sqrt{24}$

$k = \sqrt{4 \times 6}$

$k = \pm 2\sqrt{6}$

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾದರೆ, k ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) $x^2 - 4x + k = 0$ Ans: k = 4

2) $kx^2 - 5x - 8 = 0$ Ans: k = 3

3) $x^2 + kx + 4 = 0$ Ans: k = 4

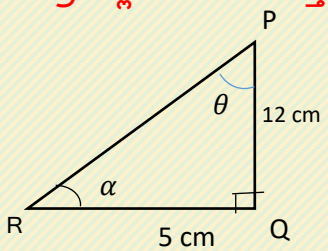
4) $x^2 + 8x + k = 0$ Ans: k = 16

5) $x^2 + kx + 9 = 0$ Ans: k = 6

6) $x^2 - 2x + k = 0$ Ans: k = 1

12 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ಆಧಾರಿತ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆ 2

1) ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\sin\theta$ ಮತ್ತು $\cos\alpha$ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪ: $\sin\theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{QR}{PR} = \frac{5}{13}$

$\cos\alpha = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{QR}{PR} = \frac{5}{13}$

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

1) ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\angle B$ ಯು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. AB = 24 cm, BC = 7 cm ಆದರೆ sin A, cos A ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\sin A = \frac{24}{25}$ ಮತ್ತು $\cos A = \frac{7}{25}$

2) $\sin A = \frac{3}{5}$ ಆದರೆ, cos A ಮತ್ತು tan A ಬೆಲೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ. Ans: $\cos A = \frac{4}{5}$ ಮತ್ತು $\tan A = \frac{7}{25}$

3) 15 cot A = 8 ಆದರೆ, sin A ಮತ್ತು sec A ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\sin A = \frac{15}{17}$ ಮತ್ತು $\sec A = \frac{17}{8}$

4) $\sec A = \frac{13}{12}$ ಆದರೆ, tan A ಮತ್ತು cosec A ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\tan A = \frac{5}{12}$ ಮತ್ತು $\text{cosec}\, A = \frac{13}{5}$

5) $\sqrt{3}\tan\theta = 1$ ಆದರೆ, $\sin\theta$ ಮತ್ತು $\cos\theta$ ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\sin\theta = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ಹೆಚ್ಚುವರಿ

1) $\frac{\sin 23^\circ}{\cos 67^\circ} = \frac{\sin 23^\circ}{\cos(90^\circ - 23^\circ)}$

$= \frac{\sin 23^\circ}{\sin 23^\circ}$

$= 1$

2)ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

2) $2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$

$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$

$= 2(1) + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

$= \frac{8 + 3 - 2}{4}$

$= \frac{7}{2}$

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) $\frac{\tan 26^\circ}{\cot 64^\circ}$ Ans : 1

2) cosec 31° – sec 59° Ans : 0

3) $\sin 60^\circ . \cos 30^\circ + \sin 30^\circ . \cos 60^\circ$ Ans : $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{6}}$ OR $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}$

4) $\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \text{cosec}\, 30^\circ}$ Ans : 1

13 ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಅಥವಾ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಸ್ಯೆ 3

1) ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಆವೃತ್ತ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
f	4	3	6	5	2

ಪರಿಹಾರ:

C.I.	f_i	ಮಧ್ಯಬಿಂದು x_i	f_ix_i
5-15	4	10	40
15-25	3	20	60
25-35	6	30	180
35-45	5	40	200
45-55	2	50	100
N = $\sum f_i = 20$		$\sum f_ix_i = 580$	

ಸರಾಸರಿ, $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

$\bar{x} = \frac{580}{20}$

$\bar{x} = 29$

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಆವೃತ್ತ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

1)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$\bar{x} = 26.5$
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3	

2)

ವರ್ಗಾಂತರ	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	$\bar{x} = 27.6$
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3	

3)

ವರ್ಗಾಂತರ	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$\bar{x} = 31.6$
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3	

4)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$\bar{x} = 26$
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7	

.

2) ಒಂದು ತರಗತಿಯ 30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವಿತರಣೆಯು ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕ ಮಧ್ಯಾಂಕಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತೂಕ (kg ಗಳಲ್ಲಿ)	40 – 45	45 – 50	50 -55	55 - 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	3	8	6	6	3	2

ಪ:

ವರ್ಗಾಂತರ C I	ಆವೃತ್ತಿ f	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ cf
40 – 45	2	2
45 – 50	3	5
50 – 55	8	13
55 – 60	6	19
60 – 65	6	25
65 – 70	3	28
70 - 75	2	30
	N = 30	

$\frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$

L = 55

cf = 13

f = 6

h = 5

$$M = L + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right] \times h$$

$$M = 55 + \left[\frac{15 - 13}{6}\right] \times 5$$

$$M = 55 + \left[\frac{2 \times 5}{6}\right]$$

$$M = 55 + \frac{5}{3}$$

$$M = 55 + 1.6$$

$$M = 56.6$$

3) 5 (1.6
3
20
18
2

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$M = 26.25$
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3	

2)

ವರ್ಗಾಂತರ	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	$M = 26.8$
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3	

3)

ವರ್ಗಾಂತರ	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$M = 32.5$
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3	

4)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$M = 25.8$
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7	

2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ರೂಢಿಬೆಲೆ(ಬಹುಲಕ)ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	
0 – 10	7	
10 – 20	9	f_0
20 – 30	15	f_1
30 – 40	11	f_2
40 – 50	8	

ಪರಿಹಾರ : L = 20, h = 10, f_0 = 9, f_1 = 15, f_2 = 11

$$Mo = L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] h$$

$$Mo = 20 + \left[\frac{15 - 9}{2(15) - 9 - 11}\right] \times 10$$

$$Mo = 20 + \left[\frac{6}{30 - 20}\right] \times 10$$

$$Mo = 20 + \left[\frac{6 \times 10}{10}\right]$$

$$Mo = 20 + 6$$

$$Mo = 26$$

ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ರೂಢಿಬೆಲೆ(ಬಹುಲಕ)ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$M_o = 25.5$
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3	

2)

ವರ್ಗಾಂತರ	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	$M_o = 28.6$
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3	

3)

ವರ್ಗಾಂತರ	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$M_o = 34$
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3	

4)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	$M_o = 25.3$
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7	

14	ಓಜೀವ ರಚನೆ	3

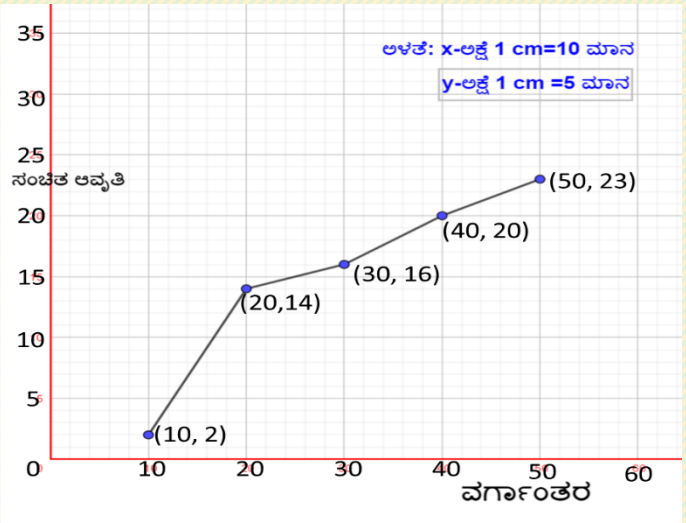
ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್(ಮೇಲ್ಮಿತಿ) - ಆವೃತ್ತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1)ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ " ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ " ರಚಿಸಿರಿ.

CI	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	2	12	2	4	3

ಪರಿಹಾರ:

CI	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ (cf)	
10 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2	(10, 2)
20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14 (=2+12)	(20, 14)
30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	16 (=14+2)	(30, 16)
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20 (=16+4)	(40, 20)
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	23 (=20+3)	(50, 23)



ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

1)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3

2)

ವರ್ಗಾಂತರ	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3

3)

ವರ್ಗಾಂತರ	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3

4)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7

.

ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್(ಮೇಲ್ಮಿತಿ) – ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1)ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ " ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ " ರಚಿಸಿರಿ. ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

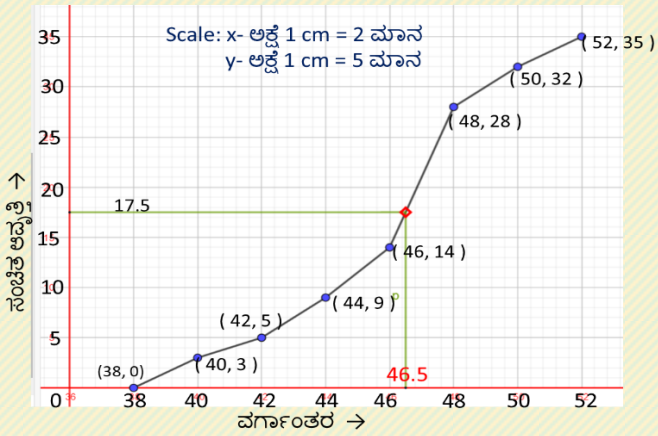
ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ	
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0	(38, 0)
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3	(40, 3)
42 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5	(42, 5)
44 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9	(44, 9)
46 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14	(46, 14)
48 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	28	(48, 28)
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32	(50, 32)
52 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35	(52, 35)

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು = N = 35

$$\frac{N}{2} = \frac{35}{2} = 17.5$$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = 46.5



ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

1)

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
10 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2
20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	6
30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	17
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	22
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	25

2)

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
120 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	6
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
180 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	19
200 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20

3)

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
< 5	3
< 10	9
< 15	20
< 20	34
< 25	44
< 30	50

4)

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
15 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	4
25 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	11
35 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	23
45 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	37
55 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	45
65 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	50

ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್(ಕೆಳಮಿತಿ) - ಆವೃತ್ತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

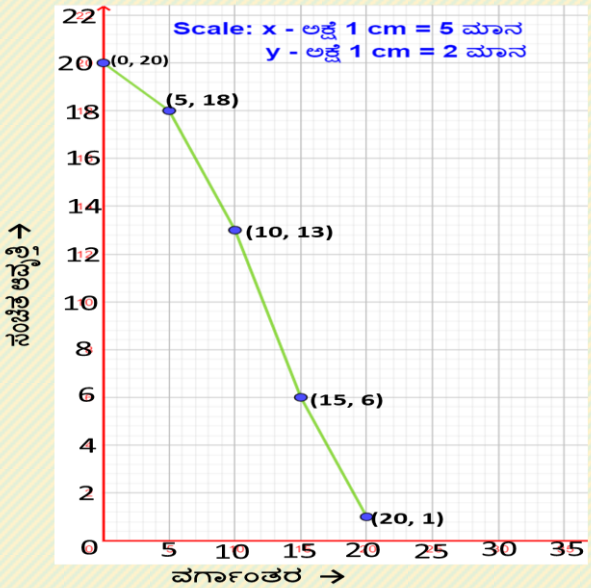
1)ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ " ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ " ರಚಿಸಿರಿ.

CI	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
f	2	5	7	5	1

N=20

ಪರಿಹಾರ:

CI	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ (cf)	
0 ಅಥವಾ 0 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	20 (=N)	(0, 20)
5 ಅಥವಾ 5 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	18 (=20-2)	(5, 18)
10 ಅಥವಾ 10 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	13 (=18-5)	(10, 13)
15 ಅಥವಾ 15 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	6 (=13-7)	(15, 6)
20 ಅಥವಾ 20 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	1 (=6-5)	(20, 1)



ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

1)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3

2)

ವರ್ಗಾಂತರ	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3

3)

ವರ್ಗಾಂತರ	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3

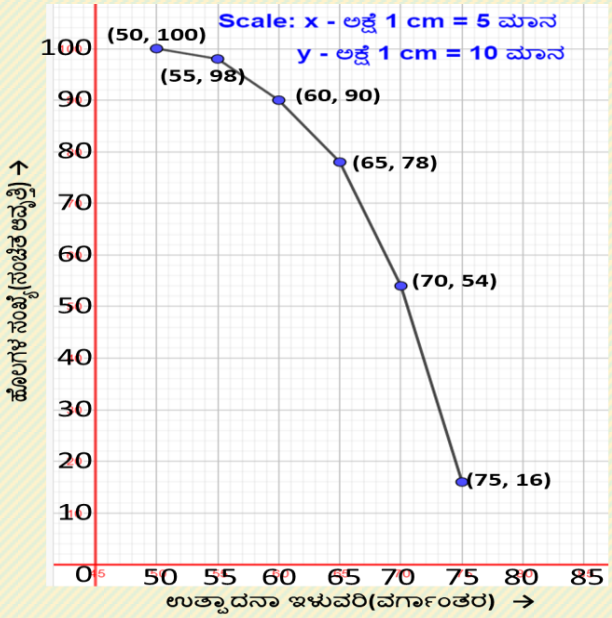
4)

ವರ್ಗಾಂತರ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7

ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್(ಕೆಳಮಿತಿ) – ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1)ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೇಕ್ಟೇರ್ ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡದೆ. " ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ " ರಚಿಸಿರಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ(kg/ha)	ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	
50 ಅಥವಾ 50 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	100	(50, 100)
55 ಅಥವಾ 55 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	98	(55, 98)
60 ಅಥವಾ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	90	(60, 90)
65 ಅಥವಾ 65 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	78	(65, 78)
70 ಅಥವಾ 70 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	54	(70, 54)
75 ಅಥವಾ 75 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	16	(75, 16)



ನಾ ಬಿಡಿಸುವೆ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

1)

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
0 ಅಥವಾ 0 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	25
10 ಅಥವಾ 10 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	23
20 ಅಥವಾ 20 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	19
30 ಅಥವಾ 30 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	8
40 ಅಥವಾ 40 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	3

2)

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	20
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	18
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	10
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	5
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	1

3)

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
≥ 0	50
≥ 5	47
≥ 15	41
≥ 20	30
≥ 25	16
≥ 30	6

4)

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
≥ 5	50
≥ 15	46
≥ 25	39
≥ 35	27
≥ 45	13
≥ 55	5

.