YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–2

ಅಧ್ಯಾಯ 1

ಘನಗಳು ಮತ್ತು ಘನಮೂಲಗಳು

Cubes and Cube Roots

Attractive Maths Solution

Copy rights reserved

ಅಧ್ಯಾಯ 1
ಘನಗಳು ಮತ್ತು ಘನಮೂಲಗಳು

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- ಪೀಠಿಕೆ
- ಘನಗಳು
- ಕೆಲವು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಮಾದರಿಗಳು
- ಘನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು
- ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿಸಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ
- ಘನಮೂಲಗಳು
- ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ ಘನಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು
- ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಮೂಲ

1729 ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

$1729 = 1728 + 1 = 12^3 + 1^3$

$1729 = 1000 + 729 = 10^3 + 9^3$

ಇದನ್ನು ಹಾರ್ಡಿ–ರಾಮಾನುಜನ್ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುವರು.

ಘನಗಳು

ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 3 ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಉದಾಹರಣೆ:

$1 = 1 \times 1 \times 1 = 1^3$,

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$,

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$ ...ಇತ್ಯಾದಿ.

ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಗಳು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಹಾಗೂ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಗಳು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ:

$11^3 = 1331$

$12^3 = 1728$

$13^3 = 2197$

$14^3 = 2744$

$15^3 = 3375$

$16^3 = 4096$

$17^3 = 4913$

ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನ	ಘನ	ಘನದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನ
1	1	1	1
2	2	8	8
3	3	27	7
4	4	64	4
5	5	125	5
6	6	216	6
7	7	343	3
8	8	512	2
9	9	729	9
10	0	1000	0

ಕೆಲವು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಮಾದರಿಗಳು:

1.ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನ ಮಾಡುವುದು.

ಕೆಳಗಿನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

1	1	1^3
3+5	8	2^3
7+9=11	27	3^3
13+15+17+19	64	5^3
21+23+25+27+29	125	5^3

2.ಘನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು:

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಘನಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನವು ಅದರ ಘನದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ 3ಸಲ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 3 ಬಾರಿ, (ಅಥವಾ 3 ರ ಗುಣಕದಲ್ಲಿದ್ದರೆ) ಅದು ಪೂರ್ಣ ಘನಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: 243 ಪೂರ್ಣ ಘನವೇ?

ಪರಿಹಾರ:

$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

ಮೇಲಿನ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ 3ರ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ ನಂತರ 3×3 ಹಾಗೆ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 243 ಪೂರ್ಣ ಘನವಲ್ಲ.

ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2: 392 ಪೂರ್ಣ ಘನವೇ? ಆಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ 392ನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಯಾವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಅದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

$392 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 7 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 392 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಒಂದು 7 ಬೇಕು.

$392 \times 7 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 = 2744$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 392 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 7.

ಉದಾಹರಣೆ 3: 53240 ಪೂರ್ಣ ಘನವೇ? ಆಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಯಾವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

$53240 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11 \times 5$

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 5 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 53240 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ.

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ 5 ಒಂದು ಸಲ ಮಾತ್ರ ಇದೆ. ನಾವು ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ 5 ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

$53240 \div 5$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11 = 10648.$

53240 ನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 5. ಇಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಘನ 10648.

ಉದಾಹರಣೆ 4: 1188 ಪೂರ್ಣ ಘನವೇ? ಇಲ್ಲವಾದಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಯಾವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

$1188 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 2 ಮತ್ತು 11 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 1180 ಪೂರ್ಣ ಘನವಲ್ಲ.

1188ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ 2 ಎರಡು ಸಲ ಮತ್ತು 11 ಒಂದು ಸಲ ಇದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $2 \times 2 \times 11 = 44$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 11 ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ 1188ನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 44.

ಇದರಿಂದ ದೊರಕುವ ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ

$= 1188 \div 44 = 27 \ (=3^3).$

ಉದಾಹರಣೆ 5: 68600 ಪೂರ್ಣ ಘನವೇ? ಇಲ್ಲವಾದಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಯಾವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಅದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

$68600 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 5 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 68600 ಪೂರ್ಣ ಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ,

$68600 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

$= 343000$ ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನ.

ಘನಮೂಲಗಳು:

ಘನಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಘನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದರ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ.

$\sqrt[3]{}$ ಚಿಹ್ನೆಯು ಘನಮೂಲವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ:

$\sqrt[3]{1} = 1; \sqrt[3]{8} = 2; \ \sqrt[3]{729} = 9; \sqrt[3]{1000} = 10$

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ ಘನಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 6: 8000 ದ ಘನಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

8000 ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ

$8000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

$\sqrt[3]{8000} = 2 \times 2 \times 5 = 20$

ಉದಾಹರಣೆ 7: ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ 13824ರ ಘನಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ:

13824 = $\underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

$= 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

ಆದ್ದರಿಂದ

$\sqrt[3]{13824} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಮೂಲ

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಅಂದಾಜು ವಿಧಾನದಿಂದ 17576 ರ ಘನಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ 17576 ಆಗಿದೆ.

ಹಂತ 1:

17576 ಇದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಲತುದಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ.

17 $\underline{576}$

ಹಂತ 2:

ಮೊದಲನೆ ಗುಂಪು 576 ಇದರ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ 6. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 6 ಬರುತ್ತದೆ.

ಹಂತ 3:

ಈಗ ಎರಡನೆ ಗುಂಪು 17ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ,

2^3 (=8) < 17 < 3^3 (=27)

ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ 2ನ್ನು ಬೇಕಾದ ಘನಮೂಲದ ಹತ್ತನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt[3]{17576} = 26$

ಅಭ್ಯಾಸ 1

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಪೂರ್ಣ ಘನಗಳಲ್ಲ?

(i) 216 (ii) 128 (iii) 1000 (iv) 100 (v) 46656

ಪರಿಹಾರ:

2	**216**
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

216 = $\underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

216ರಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 3 ಇವುಗಳು 3 ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 216 ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ

$\sqrt[3]{216} = 2 \times 3 = 6$

(ii) 128

2	**128**
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

128 = $\underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2$

128ರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 2 ಬಿಡಿಯಾಗಿದ್ದು 3 ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ 128 ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ

(iii) 1000

2	**1000**
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

1000 = $\underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{5 \times 5 \times 5}$

1000 ರಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 5 ಇವುಗಳು 3 ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 1000 ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ

$\sqrt[3]{1000} = 2 \times 5 = 10$

(iv) 100

2	**100**
2	50
5	25
5	5
	1

100 = $2 \times 2 \times 5 \times 5$

100 ರಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 3 ಇವುಗಳು 3 ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ 100 ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ

(v) 46656

2	**46656**
2	23328
2	11664
2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	9
3	3
	1

$46656 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}$

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 3, ಮೂರು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ 46656 ಪೂರ್ಣಘನ ಅಲ್ಲ

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಕನಿಷ್ಠ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 243 (ii) 256 (iii) 72 (iv) 675 (v) 100

ಪರಿಹಾರ:

(i) 243

3	**243**
3	81
3	9
3	3
3	1

$243 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 3 \times 3$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 3 ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 243 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಒಂದು 3 ಬೇಕು.

$243 \times 3 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3} = 729$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 243 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 3.

(ii) 256

2	**256**
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$256 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 2$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 2 ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 256 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಒಂದು 2 ಬೇಕು.

$256 \times 2 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}$ $= 512$ ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 256 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 2.

(iii) 72

2	**72**
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$72 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 3 \times 3$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 3 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 72 ಪೂರ್ಣ ಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಒಂದು 3 ಬೇಕು.

$72 \times 3 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} = 216$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 72 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 3.

(iv) 675

3	**675**
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$675 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5 \times 5$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 5 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 675 ಪೂರ್ಣ ಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಒಂದು 5 ಬೇಕು.

$675 \times 5 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{5 \times 5 \times 5} = 3375$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 675 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 5.

(v) 100

2	100
2	**50**
5	**25**
5	**5**
	1

$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

100 ರಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 3 ಇವುಗಳು 3 ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ 100 ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ

ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಒಂದು 2 ಮತ್ತು 5 ಬೇಕು.

$100 \times 2 \times 5 = 1000$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 675 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ $2 \times 5 = 10$.

3. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಕನಿಷ್ಠ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 81 (ii) 128 (iii) 135 (iv) 192 (v) 704

ಪರಿಹಾರ:

(i) 81

3	**81**
3	27
3	9
3	3
	1

$81 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 3$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 3 ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 81 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಾವು ಒಂದು 3ನ್ನು ಇಲ್ಲವಾಗಿಸಬೇಕು.

81ನ್ನು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಒಂದು 3 ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

$81 \div 3 = \underline{3 \times 3 \times 3} = 27$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 81 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 3.

(ii) 128

2	**128**
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$128 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 2 ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 128 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಾವು ಒಂದು 2ನ್ನು ಇಲ್ಲವಾಗಿಸಬೇಕು.

128 ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಒಂದು 2 ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

$128 \div 2 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} = 64$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 128 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 2.

(iii) 135

3	**135**
3	45
3	15
5	5
	1

$135 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 5 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 135 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಾವು ಒಂದು 5 ನ್ನು ಇಲ್ಲವಾಗಿಸಬೇಕು.

135 ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಒಂದು 5 ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

$135 \div 5 = \underline{3 \times 3 \times 3} = 27$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 135 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 5.

(iv) 192

2	192
2	96
2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$192 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 3$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 3 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 192 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಾವು ಒಂದು 3 ನ್ನು ಇಲ್ಲವಾಗಿಸಬೇಕು.

192 ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಒಂದು 3 ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

$192 \div 3 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} = 64$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 192 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 3.

(v) 704

2	704
2	352
2	176
2	88
2	44
2	22
11	11
	1

$704 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 11$

ಇಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 11 ಮೂರು ಸಲ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 704 ಪೂರ್ಣಘನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ನಾವು ಒಂದು 11 ನ್ನು ಇಲ್ಲವಾಗಿಸಬೇಕು.

704 ನ್ನು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಒಂದು 3 ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

$704 \div 11 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} = 64$

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಘನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 704 ಪೂರ್ಣ ಘನವನ್ನಾಗಿಸಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 11.

4. ಪರೀಕ್ಷಿತ್ ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್‌ನಿಂದ 5 ಸೆಂ.ಮೀ, 2 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀಗಳಷ್ಟು ಉದ್ದದ ಅಂಚುಗಳುಳ್ಳ ಒಂದು ಆಯತ ಘನವನ್ನು ಮಾಡಿದನು. ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದು ಘನವನ್ನು ಮಾಡಲು ಇಂತಹ ಎಷ್ಟು ಆಯತ ಘನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಆಯತದ ಘನದ ಅಂಚುಗಳು: 5, 2, 5

$5 \times 5 \times 2$ ಇಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 5 ಮತ್ತು 3 ಮೂರು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಮಾಡಲು

$5 \times 2 \times 2 = 20$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಘನವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಪರೀಕ್ಷಿತನಿಗೆ 20 ಆಯತ ಘನಗಳು ಬೇಕು.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಮೂಲವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 64 (ii) 512 (iii) 10648 (iv) 27000 (v) 15625 (vi) 13824 (vii) 110592 (viii) 46656 (ix) 175616 (x) 91125

ಪರಿಹಾರ:

(v) 64

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$64 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}$

$64 = 2^3 \times 2^3$

$\sqrt[3]{64} = 2 \times 2 = 4$

(v) 512

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$512 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}$

$512 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3$

$\sqrt[3]{512} = 2 \times 2 \times 2 = 8$

(iii) 10648

2	10648
2	5324
2	2662
11	1331
11	121
11	11
	1

$10648 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{11 \times 11 \times 11}$

$10648 = 2^3 \times 11^3$

$\sqrt[3]{10648} = 2 \times 11 = 22$

(iv) 27000

2	27000
2	13500
2	6750
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$27000 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

$27000 = 2^3 \times 3^3 \times 3^3$

$\sqrt[3]{27000} = 2 \times 3 \times 5 = 30$

(v) 15625

5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

$15625 = \underline{5 \times 5 \times 5} \times \underline{5 \times 5 \times 5}$

$15625 = 5^3 \times 5^3$

$\sqrt[3]{15625} = 5 \times 5 = 25$

(vi) 13824

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$13824 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

$13824 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

$\sqrt[3]{13824} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

(vii) 110592

2	110592
2	55296
2	27648
2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$110592 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

$110592 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

$\sqrt[3]{110592} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

(viii) 46656

2	46656
2	23328
2	11664
2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$46656 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

$46656 = 2^3 \times 2^3 \times 3^3 \times 3^3$

$\sqrt[3]{46656} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

(ix) 175616

2	175616
2	87808
2	43904
2	21952
2	10976
2	5488
2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

$175616 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{7 \times 7 \times 7}$

$175616 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 7^3$

$\sqrt[3]{175616} = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$

(x) 91125

3	91125
3	30375
3	10125
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$91125 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{5 \times 5 \times 5}$

$91125 = 3^3 \times 3^3 \times 5^3$

$\sqrt[3]{91125} = 3 \times 3 \times 5 = 45$

2. ಸರಿ ಅಥವಾ ತಪ್ಪು ಎಂದು ಹೇಳಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ.

ತಪ್ಪು – ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(ii) ಪೂರ್ಣ ಘನವು ಎರಡು ಸೊನ್ನೆಗಳಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ.

ಸರಿ – ಪೂರ್ಣ ಘನವು ಮೂರು ಸೊನ್ನೆಗಳಿಂದ ಕೊನೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(iii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು 5 ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಂಡರೆ ಅದರ ಘನವು 25 ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ತಪ್ಪು – ಉದಾ: $15^3 = 3375$ ಇದು 25ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ.

(iv) 8 ರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ಯಾವ ಪೂರ್ಣಘನವೂ ಇಲ್ಲ.

ತಪ್ಪು – 2 ರ ಘನ 8 ಆಗಿದ್ದು, 8ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

(v) ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು ಮೂರಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬಹುದು.

ತಪ್ಪು – ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 10 ರ ಘನ 1000 ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ

(vi) ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನದಲ್ಲಿ 7 ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಿಗಳಿರಬಹುದು.

ತಪ್ಪು – ಅತ್ಯಂತ ಗರಿಷ್ಠ ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 99 ರ ಘನ = 970299 ರಲ್ಲಿ ಆರು ಅಂಕಿಗಳಿವೆ.

(vii) ಒಂದಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು ಒಂದಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬಹುದು.

ಸರಿ – 1 ಮತ್ತು 2 ರ ಘನಗಳು 1 ಮತ್ತು 8 ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

3. 1331 ಒಂದು ಪೂರ್ಣಘನವೆಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಸಿದೆ. ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಮಾಡದೆ ಅದರ ಘನಮೂಲವನ್ನು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದೇ ರೀತಿ 4913, 12167, 32768 ಗಳ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ 1331ಆಗಿದೆ.

ಹಂತ 1:

17576 ಇದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಲತುದಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ.

1 331

ಹಂತ 2:

ಮೊದಲನೆ ಗುಂಪು 331 ಇದರ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ 1. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1 ಬರುತ್ತದೆ.

ಹಂತ 3:

ಈಗ ಎರಡನೆ ಗುಂಪು 1ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ,

$1^3 = 1$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt[3]{1331} = 11$

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ 17576 ಆಗಿದೆ.

4913

ಹಂತ 1:

4913 ಇದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಲತುದಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ.

4 913

ಹಂತ 2:

ಮೊದಲನೆ ಗುಂಪು 913 ಇದರ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ 3. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 7 ಬರುತ್ತದೆ.

ಹಂತ 3:

ಈಗ ಎರಡನೆ ಗುಂಪು 4ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ,

$1^3\ (=1) < 4 < 2^3\ (=8)$

ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ 1ನ್ನು ಬೇಕಾದ ಘನಮೂಲದ ಹತ್ತನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt[3]{4913} = 17$

12167

ಹಂತ 1:

12167 ಇದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಲತುದಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ.

12 167

ಹಂತ 2:

ಮೊದಲನೆ ಗುಂಪು 167 ಇದರ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ 7. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 3 ಬರುತ್ತದೆ.

ಹಂತ 3:

ಈಗ ಎರಡನೆ ಗುಂಪು 12ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ,

$2^3\ (=8) < 12 < 3^3\ (=27)$

ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ 2ನ್ನು ಬೇಕಾದ ಘನಮೂಲದ ಹತ್ತನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt[3]{12167} = 23$

32768

ಹಂತ 1:

32768 ಇದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಲತುದಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ.

32 768

ಹಂತ 2:

ಮೊದಲನೆ ಗುಂಪು 768 ಇದರ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ 8. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 2 ಬರುತ್ತದೆ.

ಹಂತ 3:

ಈಗ ಎರಡನೆ ಗುಂಪು 32ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ,

$3^3\ (=27) < 32 < 4^3\ (=64)$

ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ 3ನ್ನು ಬೇಕಾದ ಘನಮೂಲದ ಹತ್ತನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt[3]{32768} = 32$

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

Attractive Maths Solution

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–2

ಅಧ್ಯಾಯ 2

ಘಾತಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತ ಸೂಚಿಗಳು

Exponents and Powers

Copy rights reserved

ಅಧ್ಯಾಯ 2

ಘಾತಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿಗಳು

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- ಪೀಠಿಕೆ
- ಋಣ ಘಾತಸೂಚಿಗಳಿರುವ ಘಾತಗಳು
- ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳು
- ಘಾತಾಂಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು.
- ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಮತ್ತು ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ.

ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು

5,970,000,000,000,000,000,000,000 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.

ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅತೀ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ನಾವು ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

5,970,000,000,000,000,000,000,000

= 5.97×10^{24} ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

10^{24} ಇದನ್ನು ನಾವು 10ರ ಘಾತ 24 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

ಇಲ್ಲಿ 10ನ್ನು **ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ** ಹಾಗೂ 24ನ್ನು **ಘಾತಸೂಚಿ** ಎನ್ನುವರು.

ಋಣ ಘಾತಸೂಚಿಗಳಿರುವ ಘಾತಗಳು:

ಯಾವುದೇ ಋಣ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ನಾವು

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಅಥವಾ $\frac{1}{a^{-m}} = a^m$ ಆಗಿಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ: $2^{-2} = \frac{1}{2^2}$; $10^{-5} = \frac{1}{10^5}$

$\frac{1}{3^{-4}} = 3^4$; $\frac{1}{5^{-8}} = 5^8$

1425 ನ್ನು ಘಾತಾಂಕರೂಪವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

1425=

$1\times 10^3 + 4\times 10^2 + 2\times 10^1 + 5\times 10^0$

[ನೆನಪಿಡಿ: $a^0 = 1$]

1425.36 ನ್ನು ಮೇಲಿನಂತೆ ಬರೆದಾಗ,

1425.36 =

$1\times 10^3 + 4\times 10^2 + 2\times 10^1 + 5\times 10^0 + 3\times \frac{1}{10^1} + 6\times \frac{1}{10^2}$

$= 1\times 10^3 + 4\times 10^2 + 2\times 10^1 + 5\times 10^0 + 3\times 10^{-1} + 6\times 10^{-2}$

ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳು:

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ a, b ಗಳು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದೆ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದಾಗ ಹಾಗೂ m ಮತ್ತು n ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದಾಗ,

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

(iii) $(a^m)^n = a^{mn}$

(iv) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(v) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

(vi) $a^0 = 1$

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 2^{-3} **(ii)** $\frac{1}{3^{-2}}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

(ii) $\frac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 9$

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತಗೊಳಿಸಿ.

(i) $(-4)^5 \times (-4)^{-10}$

(ii) $2^5 \div 2^{-6}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(-4)^5 \times (-4)^{-10}$

$= (-4)^{5-10}$

$= (-4)^{-5}$

$= \frac{1}{(-4)^5}$

(ii) $2^5 \div 2^{-6}$

$= \frac{2^5}{2^{-6}} = 2^5 \times 2^6 = 2^{5+6} = 2^{11}$

4:ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ, ಉತ್ತರವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $(2^5 \div 2^8)^5 \times 2^{-5}$

(ii) $(-4)^{-3} \times (5)^{-3} \times (-5)^{-3}$

(iii) $\frac{1}{8} \times (3)^{-3}$

(iv) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(2^5 \div 2^8)^5 \times 2^{-5}$

$= \left(\frac{2^5}{2^8}\right)^5 \times 2^{-5}$

$= (2^{5-8})^5 \times 2^{-5}$

$= (2^{-3})^5 \times 2^{-5}$

$= 2^{-15} \times 2^{-5}$

$= 2^{-15-5} = 2^{-20} = \frac{1}{2^{20}}$

(ii) $(-4)^{-3} \times (5)^{-3} \times (-5)^{-3}$

$= [-4 \times 5 \times -5]^{-3}$

$= 100^{-3}$

$= \frac{1}{100^3}$

(iii) $\frac{1}{8} \times (3)^{-3}$

$= \left(\frac{1}{2^3}\right) \times (3)^{-3}$

$= 2^{-3} \times (3)^{-3}$

$= (2 \times 3)^{-3}$

$= 6^{-3} = \frac{1}{6^3}$

(iv) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

$= \left(-3 \times \frac{5}{3}\right)^4$

$= (-5)^4$

$= (-1)^4 \times 5^4 = 5^4$

ಉದಾಹರಣೆ 5: $(-3)^{m+1} \times (-3)^5 = (-3)^7$ ಆದಾಗ m ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$(-3)^{m+1} \times (-3)^5 = (-3)^7$

$(-3)^{m+1+5} = (-3)^7$

$(-3)^{m+6} = (-3)^7$

$m + 6 = 7$

$m = 7 - 6$

$m = 1$

ಉದಾಹರಣೆ 6: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ ಇದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{2^{-2}}{3^{-2}}$

$= \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

ಉದಾಹರಣೆ 7:

(i) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(ii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-7} \times \left(\frac{8}{5}\right)^{-5}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

$= \left\{\frac{1^{-2}}{3^{-2}} - \frac{1^{-3}}{2^{-3}}\right\} \div \frac{1^{-2}}{4^{-2}}$

$= \left\{\frac{3^2}{1^2} - \frac{2^3}{1^3}\right\} \div \frac{4^2}{1^2}$

$= \{9 - 8\} \div 16$

$= 1 \div 16$

$= \frac{1}{16}$

(ii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-7} \times \left(\frac{8}{5}\right)^{-5}$

$= \frac{5^{-7}}{8^{-7}} \times \frac{8^{-5}}{5^{-5}}$

$= \frac{8^7}{5^7} \times \frac{5^5}{8^5}$

$= \frac{8^{7-5}}{5^{7-5}} = \frac{8^2}{5^2} = \frac{64}{25}$

ಘಾತಾಂಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು

ಕೆಂಪು ರಕ್ತ ಕಣದ ಸರಾಸರಿ ವ್ಯಾಸವು 0.000007 ಮೀ.

ಇದು ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದಾಗ,

0.000007ಮೀ.$= 7 \times \frac{1}{10^6}$ ಮೀ.

$= 7 \times 10^{-6}$ ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) 0.000035 (ii) 4050000

ಪರಿಹಾರ:

(i) $0.000035 = 3.5 \times 10^{-5}$

(ii) $4050000 = 4.05 \times 10^6$

ಉದಾಹರಣೆ 9: ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಡಿಯಲ್ಲಿನ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 3.52×10^5 (ii) 7.54×10^{-4} (iii) 3×10^{-5}

ಪರಿಹಾರ:

(i) $3.52 \times 10^5 = 3.52 \times 100000 = 352000$

(ii) $7.54 \times 10^{-4} = \frac{7.54}{10^4} = \frac{7.54}{10000} = 0.000754$

(iii) $3 \times 10^{-5} = \frac{3}{10^5} = \frac{3}{100000} = 0.00003$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 3^{-2} (ii) $(-4)^{-2}$ (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) 3^{-2}

$= \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

(ii) $(-4)^{-2}$

$= \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

$= \frac{1^{-5}}{2^{-5}} = \frac{2^5}{1^5} = \frac{32}{1} = 32$

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತಗೊಳಿಸಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಧನಾತ್ಮಕ ಘಾತ ಸೂಚಿ ಇರುವಂತೆ ಘಾತಾಂಕರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$ (ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

(iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5}$ (v) $2^{-3} \times (-7)^{-3}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$

$= \frac{(-4)^5}{(-4)^8} = \frac{1}{(-4)^{8-5}} = \frac{1}{(-4)^3}$

(ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$

$= \frac{1^2}{(2^3)^2} = \frac{1}{2^{3\times2}} = \frac{1}{2^6}$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

$= (-3)^4 \times \frac{5^4}{3^4} = \frac{(-3\times5)^4}{3^4}$

$= \frac{(-15)^4}{3^4} = \left(\frac{-15}{3}\right)^4 = -5^4 = (-1)^4 \times 5^4$

$= 5^4$

(iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5}$

$= \left(\frac{1}{3^7} \div \frac{1}{3^{10}}\right) \times 3^{-5}$

$= \left(\frac{1}{3^7} \times \frac{3^{10}}{1}\right) \times 3^{-5}$

$= \left(\frac{3^{10}}{3^7}\right) \times 3^{-5}$

$= 3^{10-7-5} = 3^{10-12} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

(v) $2^{-3} \times (-7)^{-3}$

$= (2 \times -7)^{-3}$

$= (-14)^{-3} = \frac{1}{(-14)^3}$

3. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(30 + 4^{-1}) \times 2^2$ (ii) $(2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(iv) (iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0$

(v) $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right\}^2$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(3^0 + 4^{-1}) \times 2^2$

$= \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4$

$= \frac{4+1}{4} \times 4 = 5$

(ii) $(2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2}$

$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) \div \frac{1}{2^2}$

$= \left(\frac{1}{8}\right) \div \frac{1}{2^2}$

$= \left(\frac{1}{2^3}\right) \times \frac{2^2}{1} = \frac{2^2}{2^3} = \frac{1}{2^{3-1}} = \frac{1}{2}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

$= \frac{1^{-2}}{2^{-2}} + \frac{1^{-2}}{3^{-2}} + \frac{1^{-2}}{4^{-2}}$

$= \frac{1}{2^{-2}} + \frac{1}{3^{-2}} + \frac{1}{4^{-2}}$

$= 2^2 + 3^2 + 4^2$

$= 4 + 9 + 16 = 29$

(iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0$

$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)^0$

$= \left(\frac{20+15+12}{60}\right)^0$

$= \left(\frac{47}{60}\right)^0 = 1$

(v) $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right\}^2$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{2^{-4}}{3^{-4}} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

4. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು?

(i) $\frac{8^{-1}\times5^3}{2^{-4}}$ (ii) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\frac{8^{-1}\times5^3}{2^{-4}}$

$= \frac{2^4\times5^3}{8^1}$

$= \frac{2^4\times5^3}{2^3} = 2^4 \times 2^{-3} \times 5^3$

$= 2^{4-3} \times 5^3$

$= 2^1 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$

(ii) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1}$

$= \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{6}$

$= \left(\frac{1}{10}\right) \times \frac{1}{6} = \frac{1}{60}$

5. $5^m \div 5^{-3} = 5^5$ ಆದಾಗ m ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$5^m \div 5^{-3} = 5^5$

$5^m \div \frac{1}{5^3} = 5^5$

$5^m \times 5^3 = 5^5$

$5^{m+3} = 5^5$

m + 3 = 5

m = 5-3

m = 2

6. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-1}$ **(ii)** $\left(\frac{5}{8}\right)^{-7} \times \left(\frac{8}{5}\right)^{-4}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-1}$

$\left\{\left(\frac{3}{1}\right)^{1} - \left(\frac{4}{1}\right)^{1}\right\}^{-1}$

$= \left\{\frac{3}{1} - \frac{4}{1}\right\}^{-1}$

$= \{3 - 4\}^{-1}$

$= \{-1\}^{-1}$

= - 1

(ii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-7} \times \left(\frac{8}{5}\right)^{-4}$

$= = \frac{5^{-7}}{8^{-7}} \times \frac{8^{-4}}{5^{-4}}$

$= \frac{8^7}{5^7} \times \frac{5^4}{8^4}$

7. ಸುಲಭಿಸಿ:

(i) $\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}}$ **(ii) (i)** $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}}$

$= \frac{5^2 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 5 \times 2 \times t^{-8}}$

$= \frac{5^2 \times t^{-4+8}}{5^{-2} \times 2}$

$= \frac{5^{2+2} \times t^4}{2}$

$= \frac{5^4 \times t^4}{2} = \frac{625t^4}{2}$

(ii) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$

$= \frac{3^{-5} \times 2^{-5} \times 5^{-5} \times 5^3}{5^{-7} \times 3^{-5} \times 2^{-5}}$

$= 3^{-5+5} \times 2^{-5+5} \times 5^{-5+7+3}$

$= 3^0 \times 2^0 \times 5^5$

$= 1 \times 1 \times 5^5$

= 3125

ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) 0.0000000000085

(ii) 0.00000000000942

(iii) 6020000000000000

(iv) 0.00000000837

(v) 31860000000

ಪರಿಹಾರ:

(i) 0.0000000000085

$= 8.5 \times 10^{-12}$

(ii) 0.00000000000942

$= 9.42 \times 10^{-12}$

(iii) 6020000000000000

$= 6.02 \times 10^{15}$

(iv) 0.00000000837

$= 8.37 \times 10^{-9}$

(v) 31860000000

$= 3.186 \times 10^{10}$

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) 3.02×10^{-6} (ii) 4.5×10^4 (iii) 3×10^{-8} (iv) 1.0001×10^9 (v) 5.8×10^{12} (vi) 3.61492×10^6

ಪರಿಹಾರ:

(i) $3.02 \times 10^{-6} = 0.00000302$

(ii) $4.5 \times 10^4 = 45000$

(iii) $3 \times 10^{-8} = 0.00000003$

(iv) $1.0001 \times 10^9 = 1000100000$

(v) $5.8 \times 10^{12} = 5800000000000$

(vi) $3.61492 \times 10^6 = 3614920$

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) ಒಂದು ಮೈಕ್ರಾನ್ $\frac{1}{1000000}$ ಮೀ. ಗೆ ಸಮವಾಗಿದೆ.

(ii) ಒಂದು ಎಲೆಕ್ಟ್ರಾನ್‌ನ ವಿದ್ಯುತ್ ಅವೇಶವು 0.000,000,000,000,000,000,16 ಕೂಲಂಬ್.

(iii) ಒಂದು ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾದ ಗಾತ್ರವು 0.0000005 ಮೀ.ಆಗಿದೆ.

(iv) ಒಂದು ಸಸ್ಯ ಜೀವ ಕೋಶದ ಗಾತ್ರವು 0.00001275 ಮೀ.ಆಗಿದೆ.

(v) ಒಂದು ಕಾಗದ ದಪ್ಪವು 0.07 ಮೀ. ಮೀ. ಆಗಿದೆ.

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಒಂದು ಮೈಕ್ರಾನ್ $\frac{1}{1000000}$ ಮೀ. ಗೆ ಸಮವಾಗಿದೆ.

= $\frac{1}{10^6}$ $= 1 \times 10^{-6}$ ಮೀ

(ii) ಒಂದು ಎಲೆಕ್ಟ್ರಾನ್‌ನ ವಿದ್ಯುತ್ ಅವೇಶವು 0.000,000,000,000,000,000,16 ಕೂಲಂಬ್.

= 1.6×10^{-19} ಕೂಲಂಬ್

(iii) ಒಂದು ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರೀಯಾದ ಗಾತ್ರವು 0.0000005 ಮೀ.ಆಗಿದೆ.

= 5×10^{-7} ಮೀ.

(iv) ಒಂದು ಸಸ್ಯ ಜೀವ ಕೋಶದ ಗಾತ್ರವು 0.00001275 ಮೀ.ಆಗಿದೆ.

= 1.275×10^{-5} ಮೀ

(v) ಒಂದು ಕಾಗದ ದಪ್ಪವು 0.07 ಮೀ. ಮೀ. ಆಗಿದೆ.

= 7×10^{-2} ಮಿ.ಮೀ.

4. ಒಂದು ಕಂತೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು 20ಮೀ.ಮೀ ದಪ್ಪವುಳ್ಳ 5 ಪುಸ್ತಕಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು 0.016ಮೀಮೀ. ದಪ್ಪವುಳ್ಳ 5 ಹಾಳೆಗಳಿವೆ. ಕಂತೆಯ ಒಟ್ಟು ದಪ್ಪ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ ದಪ್ಪ = 20ಮಿ.ಮೀ.

5 ಪುಸ್ತಕಗಳ ದಪ್ಪ = $20 \times 5 = 100$ ಮಿ.ಮೀ.

ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ದಪ್ಪ = 0.016ಮಿ.ಮೀ.

5 ಹಾಳೆಗಳ ದಪ್ಪ = $0.016 \times 5 = 0.08$ಮಿ.ಮೀ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಕಂತೆಯ ಒಟ್ಟು ದಪ್ಪ

= $100 + 0.08$ ಮಿ.ಮೀ

100.08ಮಿ.ಮೀ. = 1.0008×10^2 ಮಿ.ಮೀ.

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–2

ಅಧ್ಯಾಯ 3

ದತ್ತಾಂಶಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ

Data Handling

Copy rights reserved

Attractive Maths Solution

ಅಧ್ಯಾಯ 3

ದತ್ತಾಂಶಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು
- ದತ್ತಾಂಶಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆ
- ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಗೂಡಿಸುವುದು
- ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯ ಸ್ತಂಭಗಳು
- ವೃತ್ತಾಕಾರದ ನಕ್ಷೆ ಅಥವಾ ಪೈ ನಕ್ಷೆ
- ಪೈ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು
- ಅದೃಷ್ಟ ಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯತೆ
- ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು
- ಸಮಾನ ಸಾಧ್ಯತೆಯ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು
- ಅದೃಷ್ಟವನ್ನು ಸಂಭವನೀಯತೆಗೆ ತಾಳೆ ಹಾಕುವುದು
- ಘಟನೆಗಳಲ್ಲಿನ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು
- ನಿಜ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಅದೃಷ್ಟ ಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯತೆ

ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೀತಿಯ ಮಾಹಿತಿಗಳು ಕಂಡುಬರುತ್ತಿರುತ್ತವೆ.

(a) ಒಬ್ಬ ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮನ್ ಕಳೆದ ಹತ್ತು ಟೆಸ್ಟ್ ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಡೆದ ರನ್ನುಗಳು

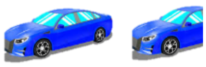
(b) ಒಬ್ಬ ಬೌಲರ್ ಕಳೆದ ಹತ್ತು ಏಕ ದಿನ ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ವಿಕೆಟ್ಟುಗಳು

(c) ಒಂದು ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು

ಈ ರೀತಿ ಪಡೆಯುವ ಮಾಹಿತಿಗೆ ದತ್ತಾಂಶ ಎಂದು ಹೆಸರು.

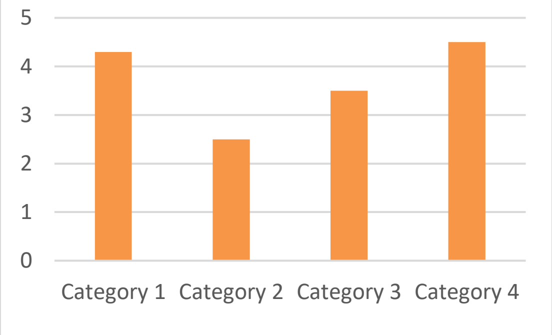
ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ, ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ವಿಶದಪಡಿಸಲು ಅವುಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

1. ಚಿತ್ರ ನಕ್ಷೆ:

ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿ ಮೂರು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟವಾದ ಕಾರುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ		
= 100 ಕಾರುಗಳು		
ಜೂನ್		**200**
ಜುಲಾಯಿ		**300**
ಅಗೋಸ್ತು		**150**

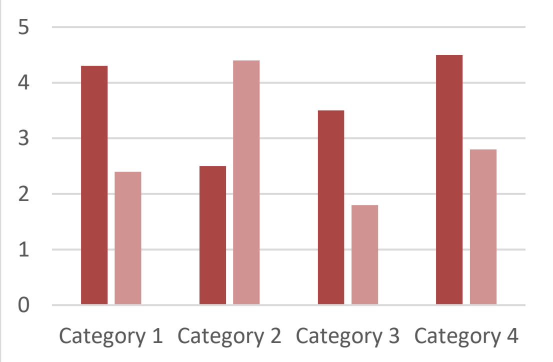
ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಚಿತ್ರಣವನ್ನು ನೀಡುವುದು.

2. ಸ್ತಂಭ ನಕ್ಷೆ:



ಸಮಾನ ಅಗಲ, ಆದರೆ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರುವ ಕಂಬಗಳ ಮೂಲಕ ಮಾಹಿತಿಯ ಚಿತ್ರಣ.

2. ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭ ನಕ್ಷೆ:



ಎರಡು ದತ್ತಾಂಶ ಗಣಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ತೋರಿಸುವ ಸ್ತಂಭ ನಕ್ಷೆ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಇದು ಉಪಯುಕ್ತ.

ದತ್ತಾಂಶಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆ

ಒಂದು ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತಾಳೆಗುರುತು ಹಾಕಿ ಗುರುತಿಸುವುದನ್ನು ಆವರ್ತ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿ ಎನ್ನುವರು. ಒಂದು ವಿಷಯದ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಗೊಂಡಿದೆ ಎಂಬುವುದನ್ನು ' ಅವರ್ತನ' ಎನ್ನುವರು.

ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಗೂಡಿಸುವುದು.

ಒಂದು ತರಗತಿಯ 60 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ 50 ಅಂಕಕ್ಕೆ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ.

21, 10, 30, 22, 33, 5, 37, 12, 25, 42, 15, 39, 26, 32, 18, 27, 28, 19, 29, 35, 31, 24, 36, 18, 20, 38, 22, 44, 16, 24, 10, 27, 39,

28, 49, 29, 32, 23, 31, 21, 34, 22, 23, 36, 24, 36, 33, 47, 48, 49, 39, 20, 7, 16, 36, 45, 47, 30, 22, 17.

ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ಅಂಕಗಳಿಗೆ ತಾಳೆಗುರುತಿನೊಂದಿಗೆ ಆವರ್ತ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸಿದರೆ ಪಟ್ಟಿ ತೀರ ಉದ್ದವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಲು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಗುಂಪು	ತಾಳೆಗುರುತು	ಆವರ್ತನ
0 – 10	||	2
10 – 20	𝍸 𝍸	10
20 – 30	𝍸𝍸𝍸𝍸 |	21
30 – 40	𝍸𝍸𝍸 ||||	19
40 – 50	𝍸 |||	8
ಒಟ್ಟು		60

ಮೇಲಿನ ವಿತರಣೆಗೆ ಗುಂಪುಗೂಡಿಸಿದ ಆವರ್ತನ ವಿತರಣೆ ಎನ್ನಲಾಗುತ್ತದೆ.

0–10, 10–20, 20–30 ಮೊದಲಾದ ಪ್ರತಿಗುಂಪಿಗೆ **ವರ್ಗಾಂತರ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ 20 ಎಂಬ ದತ್ತಾಂಶ 10 – 20 ಅಥವಾ 20 – 30 ಈ ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಗುಂಪಿಗೆ (ವರ್ಗ) ಸೇರಿಬೇಕು.

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಮಿತಿಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳೆಂದರೆ **ಕೆಳಮಿತಿ** ಮತ್ತು **ಮೇಲ್ಮಿತಿ.**

ಉದಾಹರಣೆ: 10 – 20 ರಲ್ಲಿ 10 ಕೆಳಮಿತಿ ಮತ್ತು 20 ಮೇಲ್ಮಿತಿಯಾಗಿದೆ.

ವರ್ಗಾಂತರದ ಅಂತರವನ್ನು ವರ್ಗಾಂತರದ ಅಗಲ ಅಥವಾ ಪ್ರಮಾಣ ಎನ್ನುವರು. 10 – 20 ರಲ್ಲಿ ವರ್ಗಾಂತರದ ಅಗಲ 10 ಆಗಿದೆ ಅಲ್ಲದೆ ಮೇಲಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗಾಂತರದ ಅಗಲಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ.

ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯ ಸ್ತಂಭಗಳು

ಊತಕ ನಕ್ಷೆ (Histogram):

ವರ್ಗಾಂತರಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡ ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವರ್ತನವನ್ನು ಲಂಬ ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಒಂದು ವರ್ಗಕ್ಕೂ ಮುಂದಿನದಕ್ಕೂ ನಡುವೆ ಅಂತರವಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ಸ್ತಂಭಗಳ ನಡುವೆಯೂ ಅಂತರವಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ವೃತ್ತಾಕಾರದ ನಕ್ಷೆ ಅಥವಾ ಪೈ ನಕ್ಷೆ

ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ನಕ್ಷೆ ಅಥವಾ ಪೈ ನಕ್ಷೆ ಎನ್ನುವರು.

ಪೈ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು

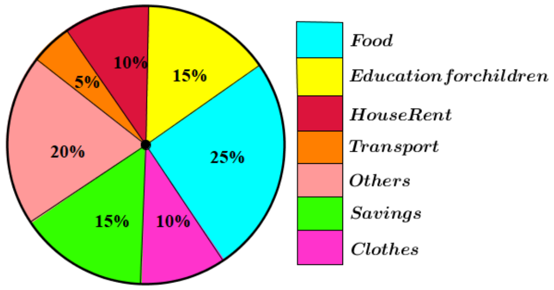
ಉದಾಹರಣೆ 1: ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಾಬತ್ತುಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಕುಟುಂಬದ ಮಾಸಿಕ ಖರ್ಚು ಮತ್ತು ಉಳಿತಾಯಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 3.8 ರಲ್ಲಿರುವ ಪೈ ಚಾರ್ಟ್ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

(i) ಯಾವ ಬಾಬತ್ತಿಗೆ ಖರ್ಚು ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು?

(ii) ಯಾವ ಬಾಬತ್ತಿನ ಮೇಲಿನ ಖರ್ಚುಮಾಸಿಕ ಉಳಿತಾಯಕ್ಕೆ ಸಮ?

(iii) ಮಾಸಿಕ ಉಳಿತಾಯ 3000 ರೂಪಾಯಿ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಬಟ್ಟೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಖರ್ಚೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:



(i) ಆಹಾರದ ಮೇಲೆ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಖರ್ಚು

(ii) ಮಕ್ಕಳ ವಿಧ್ಯಾಭ್ಯಾಸದ ಖರ್ಚು (15%) ಮಾಸಿಕ ಉಳಿತಾಯಕ್ಕೆ ಸಮ.

(iii) 15% ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು ರೂ. 3000 ಆದ್ದರಿಂದ 10% ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು

$\frac{3000}{15} \times 10 = 2000$ರೂ

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಿನದಂದು ಒಂದು ಬೇಕರಿಯ ವಿವಿಧ ಖಾದ್ಯಗಳ ಮಾರಾಟವನ್ನು (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) ಕೆಳಗೆ ಕಾಣಿಸಿದೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿಗೆ ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

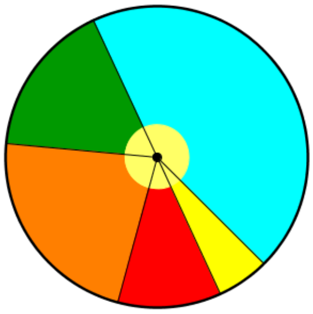
ಖಾದ್ಯ	ರೂ
ಸಾಧಾರಣ ಬ್ರೆಡ್	320
ಫ್ರೂಟ್ ಬ್ರೆಡ್	80
ಕೇಕ್ ಮತ್ತು ಪಫ್‌ಗಳು	160
ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳು	120
ಇತರೆ	40
ಒಟ್ಟು	720

ಪರಿಹಾರ:

1ರೂಗೆ ಸಮವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನ

$= \frac{360}{720} = \frac{1}{2} = 0.5^0$

ಖಾದ್ಯ	ರೂ	ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ
ಸಾಧಾರಣ ಬ್ರೆಡ್	320	$320\times0.5 = 160^0$
ಫ್ರೂಟ್ ಬ್ರೆಡ್	80	$80\times0.5 = 40^0$
ಕೇಕ್ ಮತ್ತು ಪಫ್‌ಗಳು	160	$160\times0.5 = 80^0$
ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳು	120	$120\times0.5 = 60^0$
ಇತರೆ	40	$40\times0.5 = 20^0$
ಒಟ್ಟು	720	360^0



ಸಂಭವನೀಯತೆ

ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗ: ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಶಿರ ಅಥವಾ ಪುಚ್ಛ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು. ಆದರೆ ಇದನ್ನು ಮೊದಲೇ ಊಹಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಇದೇ ರೀತಿ ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ದಾಳವನ್ನು ಎಸೆದಾಗ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದೆಂದು ಮೊದಲೇ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಇಂತಹ ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು **ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗಗಳು** ಎನ್ನುವರು.

ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಎರಡು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿವೆ. ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬೀಳುವ ಮುಖ ಶಿರ ಇಲ್ಲವೇ ಪುಚ್ಛ ಆಗಿರಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಶಿರ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{1}{2}$

ಹಾಗೆಯೇ ಪುಚ್ಛ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{1}{2}$

ಆರು ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1,2,3,4,5,6 ಎಂದು ಬರೆದಿರುವ ದಾಳದ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಫಲಿತಾಂಶಗಳೆಂದರೆ: 1,2,3,4,5,6. ಅಂದರೆ ಆರು ಸಾಮಾನ ಸಾಧ್ಯತೆಯ ಫಲಿತಾಂಶಗಳಿವೆ.

ಇಲ್ಲಿ 1ರಿಂದ 6ರ ವರೆಗಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{1}{6}$

7 ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = 0. ಏಕೆಂದರೆ 7 ಸಂಖ್ಯೆ ದಾಳದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 4 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 2 ಹಳದಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಬಣ್ಣ ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಚೆಂಡುಗಳು ಏಕರೂಪದ್ದಾಗಿವೆ, ನೀವು ಕಣ್ಣು ಮುಚ್ಚಿಕೊಂಡು ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದರೆ ಕೆಂಪು ಚೆಂಡನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು? ಹಳದಿ ಚೆಂಡನ್ನು ಪಡೆಯುವುದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚೇ ಕಡಿಮೆಯೇ?

ಪರಿಹಾರ:

ಈ ಘಟನೆಗೆ ಒಟ್ಟು ಸಾಧ್ಯವಿರುವುದು 4 + 2 = 6 ಫಲಿತಾಂಶಗಳು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 4 ಫಲಿತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಚೆಂಡನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಹಾಗೆಯೇ 2 ಫಲಿತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಹಳದಿ ಚೆಂಡನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ

ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ಹಳದಿ ಚೆಂಡು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ಕೆಂಪು ಚೆಂಡನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಹಳದಿ ಚೆಂಡನ್ನು ಪಡೆಯುವುದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

1. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಊತಕ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬಳಸುವಿರಿ?

(a) ಒಬ್ಬ ಪೋಸ್ಟ್‌ಮನ್ನಿನ ಚೀಲದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಸ್ಥಳಗಳಿಗೆ ಹೋಗುವ ಪತ್ರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

(b) ಸ್ಪರ್ಧೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸುತ್ತಿರುವ ಸ್ಪರ್ಧಾಳುಗಳ ಎತ್ತರ.

(c) ಐದು ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ತಯಾರಿಸಿದ ಕೆಸೆಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

(d) ಬೆಳಗ್ಗೆ 7 ಗಂಟೆಯಿಂದ ಸಂಜೆ 7 ಗಂಟೆಯವರೆಗೆ ಒಂದು ನಿಲ್ದಾಣದಲ್ಲಿ ರೈಲು ಹತ್ತುವ ಪ್ರಯಾಣಿಕರ ಸಂಖ್ಯೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಊತಕ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ವರ್ಗಾಂತರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬೇಕು.ಇಲ್ಲಿ

(b) ಸ್ಪರ್ಧೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸುತ್ತಿರುವ ಸ್ಪರ್ಧಾಳುಗಳ ಎತ್ತರವನ್ನು ವರ್ಗಾಂತರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

ಮತ್ತು (d) ಬೆಳಗ್ಗೆ 7 ಗಂಟೆಯಿಂದ ಸಂಜೆ 7 ಗಂಟೆಯವರೆಗೆ ಒಂದು ನಿಲ್ದಾಣದಲ್ಲಿ ರೈಲು ಹತ್ತುವ ಪ್ರಯಾಣಿಕರ ಸಂಖ್ಯೆ.ಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅವಧಿಗಳಾಗಿ ವರ್ಗಾಂತಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಬಹುದು.

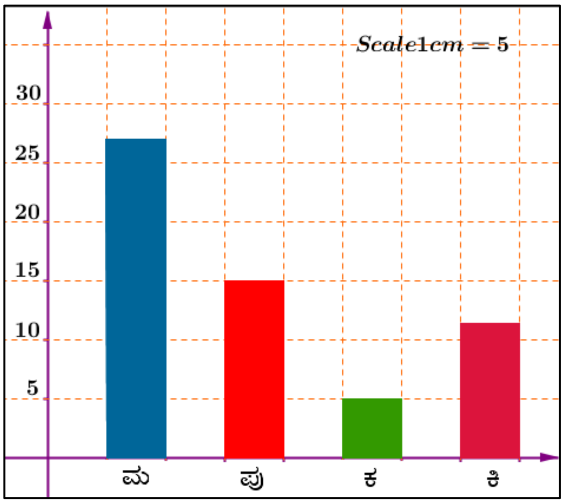
ಆದರೆ (a) ಮತ್ತು (c) ಗಳಿಗೆ ವರ್ಗಾಂತರ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಊತಕ ನಕ್ಷೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

2. ಒಂದು ದಿನಸಿ ಅಂಗಡಿಗೆ ಬಂದ ಗಿರಾಕಿಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪುರುಷ (ಪು) ಮಹಿಳೆ (ಮ), ಬಾಲಕ (ಕ), ಅಥವಾ ಬಾಲಕಿ (ಕಿ). ಒಂದು ದಿನ ಬೆಳಿಗ್ಗೆ ಬಂದ ಗಿರಾಕಿಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಹೀಗಿದೆ.

ಮ ಮ ಮ ಕಿ ಕ ಮ ಮ ಪು ಕಿ ಕಿ ಪು ಪು ಮ ಮ ಮ ಮ ಕಿ ಕ ಪು ಮ ಕ ಕಿ ಕಿ ಪು ಮ ಮ ಪು ಪು ಮ ಮ ಮ ಪು ಮ ಕ ಮ ಕಿ ಪು ಮ ಮ ಮ ಮ ಕಿ ಮ ಪು ಪು ಮ ಮ ಪು ಮ ಕಿ ಮ ಪು ಕಿ ಮ ಪು ಪು ಕ ಕಿ ಕಿ ಮ.

ತಾಳೆ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಇದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಆವರ್ತನ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ. ಒಂದು ಸ್ತಂಭ ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಚಿತ್ರರೂಪದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ.

ಗುಂಪು	ತಾಳೆಗುರುತು	ಆವರ್ತನ
ಮ	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	28
ಪು	𝍸 𝍸 𝍸	15
ಕ	𝍸	5
ಕಿ	𝍸 𝍸 ||	12
ಒಟ್ಟು		**60**



3. ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯ ಮೂವತ್ತು ಕಾರ್ಮಿಕರ ವಾರದ ಭತ್ಯೆ ಹೀಗಿದೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ):

830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808, 812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840.

ತಾಳೆ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಇದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಆವರ್ತನ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ. 800 ರಿಂದ 810, 810 ರಿಂದ 820 ಮುಂತಾದ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ವರ್ಗಾಂತರ	ತಾಳೆಗುರುತು	ಆವರ್ತನ
800 – 810	|||	3
810 – 820	||	2
820 – 830	|	1
830 – 840	𝍸 ||||	9
840 – 850	𝍸	5
850 – 860	|	1
860 – 870	|||	3
870 – 880	|	1
880 – 890	|	1
890 – 900	||||	4
ಒಟ್ಟು		**30**

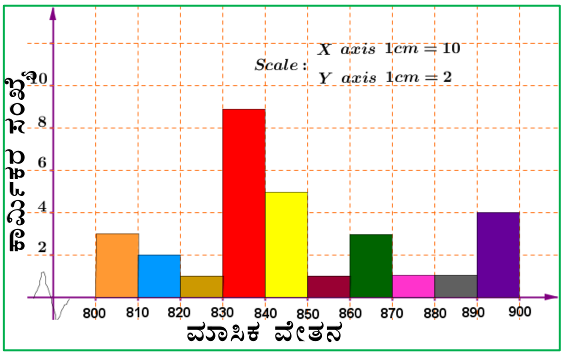
4. ಮೂರನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಆವರ್ತನ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಊತಕ ನಕ್ಷೆ ಬರೆಯಿರಿ, ಮತ್ತು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ:

(a) ಯಾವ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಕಾರ್ಮಿಕರಿದ್ದಾರೆ?.

(b) 850 ರೂಪಾಯಿ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ದುಡಿಯುವ ಕಾರ್ಮಿಕರೆಷ್ಟು?

(c) 850ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ದುಡಿಯುವ ಕಾರ್ಮಿಕರೆಷ್ಟು?

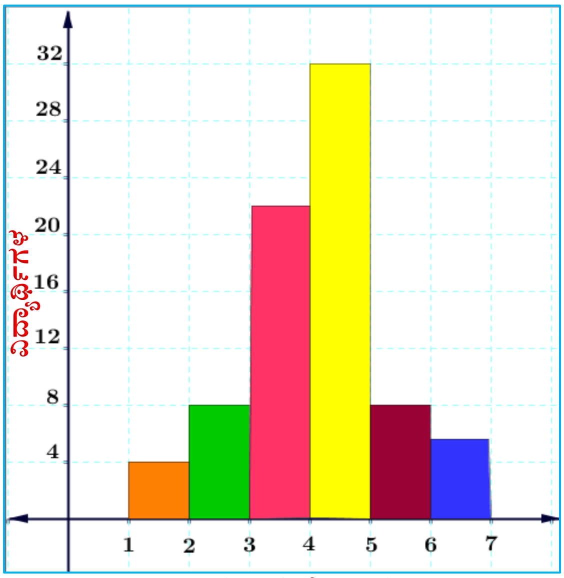
ಪರಿಹಾರ:



(a) 830 – 840 ರ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಕಾರ್ಮಿಕರಿದ್ದಾರೆ. (b) 10 ಮಂದಿ ಕಾರ್ಮಿಕರು 850ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ದುಡಿಯುತ್ತಾರೆ.

(c) 20 ಮಂದಿ ಕಾರ್ಮಿಕರು 850ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ದುಡಿಯುತ್ತಾರೆ.

5. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಜಾಕಾಲದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಟಿವಿ ನೋಡಿದರೆಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.



ಪ್ರತಿದಿನ ನೋಡಿದ

(i) **ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆ ಕಾಲ ಟಿವಿ ನೋಡಿದರು?**

(ii) 4 ಗಂಟೆಗಳಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಕಾಲ ಟಿವಿ ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೋಡಿದರು?

(iii) ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಐದಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಗಂಟೆ ಕಾಲ ಟಿವಿ ನೋಡುವುದರಲ್ಲಿ ಕಳೆಯುತ್ತಾರೆ?

ಪರಿಹಾರ:

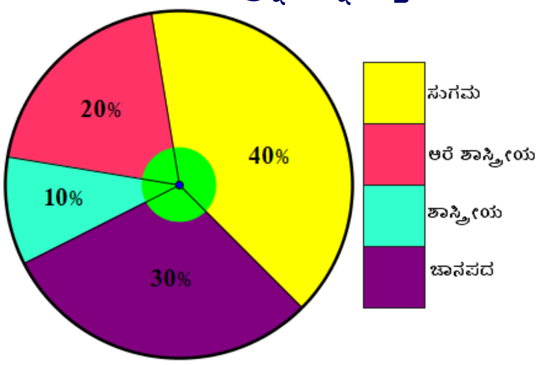
(i) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 4 – 5 ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ಟಿವಿ ನೋಡಿದರು.

(ii) 4 ಗಂಟೆಗಳಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಕಾಲ ಟಿವಿ 34 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೋಡಿದರು

(iii) 14 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಐದಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಗಂಟೆ ಕಾಲ ಟಿವಿ ನೋಡುವುದರಲ್ಲಿ ಕಳೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

1. ಒಂದು ಗುಂಪಿನ ಯುವಜನರಿಗೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಸಂಗೀತ ಇಷ್ಟವೆಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ಸಮೀಕ್ಷೆ ಮಾಡಲಾಯಿತು. ಪಕ್ಕದ ಪೈ ಚಾರ್ಟ್ ಈ ಸಮೀಕ್ಷೆಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಪೈ ಚಾರ್ಟ್‌ನ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.



(i) 20 ಜನರು ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಂಗೀತವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಟ್ಟರೆ, ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಜನರನ್ನು ಸಮೀಕ್ಷೆ ಮಾಡಲಾಯಿತು?

(ii) ಗರಿಷ್ಠ ಜನ ಇಷ್ಟಪಡುವ ಸಂಗೀತ ಪ್ರಕಾರ ಯಾವುದು?

(iii) ಒಂದು ಕೆಸೆಟ್ ಸಂಸ್ಥೆ 1000 ಸಿಡಿಗಳನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಿದರೆ. ಪ್ರತಿ ಪ್ರಕಾರದ ಎಷ್ಟು ಸಿಡಿಗಳನ್ನು ಅವರು ಉತ್ಪಾದಿಸಬೇಕು?

ಪರಿಹಾರ:

(i) 20 ಜನರು ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಂಗೀತವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಟ್ಟರೆ, ಸಮೀಕ್ಷೆ ಮಾಡಲಾ ಜನ

10% – 20 ಜನರನ್ನು ಪ್ರತಿಸಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 20% $\Rightarrow \frac{20}{10} \times 100 = 200$ ಜನ

(ii) ಗರಿಷ್ಠ ಜನ ಇಷ್ಟಪಡುವ ಸಂಗೀತ ಪ್ರಕಾರ ಸುಗಮ ಸಂಗೀತ

(iii) ಒಂದು ಕೆಸೆಟ್ ಸಂಸ್ಥೆ 1000 ಸಿಡಿಗಳನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಿದರೆ.

ಸುಗಮ – $\frac{40}{100} \times 1000 = 400$

ಅರೆಶಾಸ್ತ್ರೀಯ – $\frac{20}{100} \times 100 = 200$

ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ – $\frac{10}{100} \times 100 = 100$

ಜಾನಪದ – $\frac{30}{100} \times 100 = 300$

ಸಿಡಿ ಗಳನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಬೇಕು.

2. 360 ಜನರ ಒಂದು ಗುಂಪಿಗೆ ಮಳೆಗಾಲ, ಚಳಿಗಾಲ ಮತ್ತು ಬೇಸಿಗೆ ಈ ಮೂರಲ್ಲಿ ಅವರ ಇಷ್ಟದ ಋತುವಿನ ಬಗ್ಗೆ ಕೇಳಲಾಯಿತು.

ಋತು	ಮತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
ಬೇಸಿಗೆ	**90**
ಮಳೆಗಾಲ	**120**
ಚಳಿಗಾಲ	**150**

(i) ಯಾವ ಋತುವಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮತ ಲಭಿಸಿತು?

(ii) ಪೈ ಚಾರ್ಟ್‌ನ ಪ್ರತಿ ಖಂಡದ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಒಂದು ಪೈ ಚಾರ್ಟ್ ಅನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಚಳಿಗಾಲಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮತ ಲಭಿಸಿತು.

(ii) ಬೇಸಿಗೆ ಋತುವಿನ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ

$= \frac{90}{360} \times 360 = 90^0$

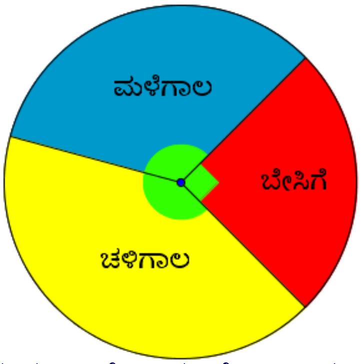
ಮಳೆಗಾಲ ಋತುವಿನ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ

$= \frac{120}{360} \times 360 = 120^0$

ಚಳಿಗಾಲ ಋತುವಿನ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ

$= \frac{150}{360} \times 360 = 150^0$

(iii) ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಪೈ ಚಾರ್ಟ್



3. ಕೆಳಗಿನ ಮಾಹಿತಿಗೆ ಒಂದು ಪೈ ಚಾರ್ಟನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ವಿವಿಧ ಜನರು ಇಷ್ಟ ಪಡುವ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕಾಣಿಸಿದೆ.

ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಖಂಡದ ಭಾಗ ಎಷ್ಟಿರಬೇಕೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬಣ್ಣಗಳು	ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆ
ನೀಲಿ	18
ಹಸಿರು	9
ಕೆಂಪು	6
ಹಳದಿ	3
ಒಟ್ಟು	36

ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಖಂಡದ ಭಾಗ ಎಷ್ಟಿರಬೇಕೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನೀಲಿ ಖಂಡ $\frac{18}{36}$ = ವೃತ್ತದ $\frac{1}{2}$; ಹಸಿರು $\frac{9}{36}$ = ವೃತ್ತದ $\frac{1}{4}$, ಇತ್ಯಾದಿ. ಇದರ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಪ್ರತಿ ಖಂಡದ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಭಾಗ $\frac{18}{36}$ = ವೃತ್ತದ $\frac{1}{2}$,

ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗ $\frac{9}{36}$ = ವೃತ್ತದ $\frac{1}{4}$,

ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗ $\frac{6}{36}$ = ವೃತ್ತದ $\frac{1}{6}$,

ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗ $\frac{3}{36}$ = ವೃತ್ತದ $\frac{1}{12}$,

ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಭಾಗದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ

$= 360 \times \frac{1}{2} = 180^0$

ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ

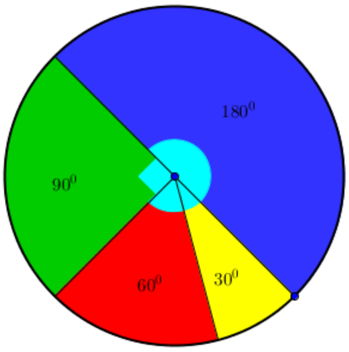
$= 360 \times \frac{1}{4} = 90^0$

ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ

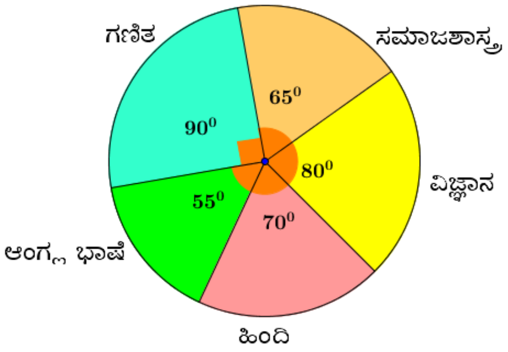
$= 360 \times \frac{1}{6} = 60^0$

ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಭಾಗದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ

$= 360 \times \frac{1}{12} = 30^0$



4. ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಐದು ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕದ ಪೈ ಚಾರ್ಟ್ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು 540 ಆದರೆ, ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.



(i) ಯಾವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ 105 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದನು? ಸೂಚನೆ: 540 ಅಂಕಗಳಿಗೆ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ $360°$ ಆದರೆ 105 ಅಂಕಗಳಿಗೆ ಕೋನ ಎಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ?

(ii) ಈ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹಿಂದಿ ವಿಷಯಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳು ಬಂದವು?

(iii) ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಮಾಜಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಂದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಹಿಂದಿಯಲ್ಲಿ ಬಂದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

(ಸೂಚನೆ: ಕೇವಲ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\frac{360}{540} \times 105 = 70^0$

ಆದ್ದರಿಂದ ಹಿಂದಿ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ 105 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದನು.

(ii) ಈ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹಿಂದಿ ವಿಷಯಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳು ಬಂದವು?

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಅಂಕ

$\frac{90}{360} \times 540 = 135$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಹಿಂದಿ ವಿಷಯಕ್ಕಿಂತ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ $135 - 105 = 30$ ಅಂಕಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಬಂದವು.

(iii) ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಮಾಜಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಂದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಹಿಂದಿಯಲ್ಲಿ ಬಂದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚೇ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬಂದ ಅಂಕಗಳು $= 90^0$

ಸಮಾಜಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಳು $= 65^0$

ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಮಾಜಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು

$= 90^0 + 65^0 = 155^0$ ---------------(1)

ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಳು $= 80^0$

ಹಿಂದಿ ಅಂಕಗಳು $= 70^0$

ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಹಿಂದಿಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು

$= 80^0 + 70^0 = 150^0$ ---------------(2)

ಆದ್ದರಿಂದ

ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಮಾಜಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಂದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಹಿಂದಿಯಲ್ಲಿ ಬಂದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

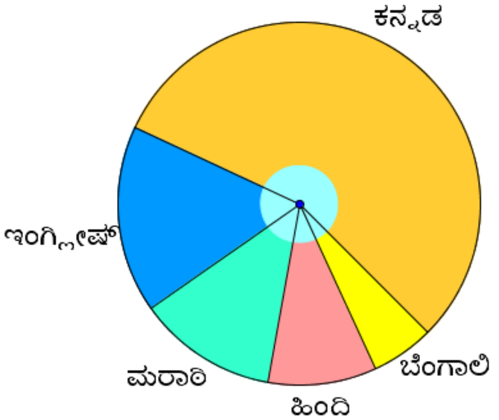
5. ಒಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಲಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾತನಾಡುವ ವಿವಿಧ ಭಾಷೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮಾಹಿತಿ ಇಲ್ಲಿದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ.

ಭಾಷೆ	ಕನ್ನಡ	ಇಂಗ್ಲೀಷ್	ಮರಾಠಿ	ಹಿಂದಿ	ಬೆಂಗಾಲಿ	ಒಟ್ಟು
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	40	12	9	7	4	72

ಪರಿಹಾರ:

ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಸಮನಾದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ $= \frac{1}{72} \times 360 = 5^0$

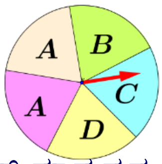
ಭಾಷೆ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ
ಕನ್ನಡ	40	$40 \times 5 = 200^0$
ಇಂಗ್ಲೀಷ್	12	$12 \times 5 = 60^0$
ಮರಾಠಿ	9	$9 \times 5 = 45^0$
ಹಿಂದಿ	7	$7 \times 5 = 35^0$
ಬೆಂಗಾಲಿ	4	$4 \times 5 = 20^0$
ಒಟ್ಟು	72	



ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ಬರಬಹುದಾದ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.

(a) ಚಕ್ರವನ್ನು ತಿರುಗಿಸುವುದು



(b) ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಟಾಸ್ ಮಾಡುವುದು

ಪರಿಹಾರ:

(a) ಚಕ್ರವನ್ನು ತಿರುಗಿಸುವುದು

ಫಲಿತಾಂಶಗಳು – {A, B, C, D}

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳು =04

(b) ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಟಾಸ್ ಮಾಡುವುದು

ಫಲಿತಾಂಶಗಳು – {HH, HT, TH, TT}

ಇಲ್ಲಿ H = ಶಿರ; T = ಪುಚ್ಛ

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳು =04

2. 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ, ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಗಳ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಯಾವುವು ಎಂದು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ:

(a) ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ

(b) ಅವಿಭಾಜ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆ

(c) 5ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆ

(d) 5 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆ 3.

ಪರಿಹಾರ:

(a) ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ – {2, 3, 5}

(b) ಅವಿಭಾಜ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆ – {1, 4, 6}

(c) 5ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆ – {6}

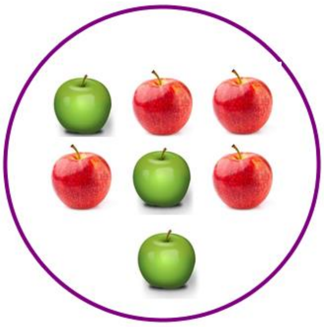
(d) 5 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆ – {1, 2, 3, 4, 5}

3. ಇವುಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) ಪ್ರಶ್ನೆ 1-(a) ನಲ್ಲಿ ಮುಳ್ಳು ಆ ಮೇಲೆ ನಿಲ್ಲುವುದು.

(b)ಚೆನ್ನಾಗಿ ಕಲೆಸಿದ 52 ಇಸ್ಪೀಟು ಎಲೆಗಳ ಗುಂಪಿನಿಂದ ಒಂದನ್ನು ತೆಗೆದರೆ ಒಂದು ಏಸ್ ಸಿಗುವುದು.

(c) ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಕೆಂಪು ಸೇಬನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

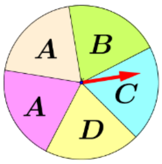


ಪರಿಹಾರ:

(a) ಪ್ರಶ್ನೆ 1-(a) ನಲ್ಲಿ ಮುಳ್ಳು D ಮೇಲೆ ನಿಲ್ಲುವುದು.

ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು

= {A,A,B,C,D} = 5



ಮುಳ್ಳು D ಮೇಲೆ ನಿಲ್ಲುವುದು = 1

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{1}{5}$

(b)ಚೆನ್ನಾಗಿ ಕಲೆಸಿದ 52 ಇಸ್ಪೀಟು ಎಲೆಗಳ ಗುಂಪಿನಿಂದ ಒಂದನ್ನು ತೆಗೆದರೆ ಒಂದು ಏಸ್ ಸಿಗುವುದು.

ಇಸ್ಪೀಟ್ ಎಲೆಯ ಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುವ ಏಸ್‌ಗಳು = 4

ಏಸ್ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(c) ಚಿತ್ರದಿಂದ ಕೆಂಪು ಸೇಬನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

ಒಟ್ಟು ಸೇಬುಗಳು = 7

ಕೆಂಪು ಸೇಬುಗಳು = 4

ಆದ್ದರಿಂದ ಕೆಂಪು ಸೇಬು ತೆಗೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{4}{7}$

4. 1 ರಿಂದ 10 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚೀಟಿಗಳ ಮೇಲೆ ಬರೆದು ಒಂದು (ಒಂದು ಚೀಟಿಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ) ಡಬ್ಬಿಯಲ್ಲಿ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಮಿಶ್ರ ಮಾಡಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಕಣ್ಣು ಮುಚ್ಚಿ ಒಂದು ಚೀಟಿಯನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

(a) ಸಂಖ್ಯೆ 6ನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

(b) 6ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

(c) 6ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

(d) ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು = 10

(a) ಸಂಖ್ಯೆ 6ನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು – {6}

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{1}{10}$

(b) 6ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

{ 1,2,3,4,5} ಒಟ್ಟು – 5

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

(c) 6ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

{7,8,9,10} ಒಟ್ಟು – 4

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

(d) ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

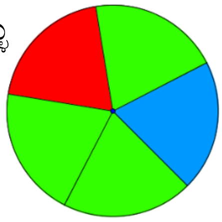
{1,2,3,4,5,6,7,8,9} ಒಟ್ಟು – 9

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{9}{10}$

5. ಒಂದು ಚಕ್ರದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಹಸಿರು ಖಂಡಗಳು, ಒಂದು ನೀಲಿ ಖಂಡ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೆಂಪು ಖಂಡವಿದೆ. ಇದನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ಹಸಿರು ಖಂಡದ ಮೇಲೆ ಮುಳ್ಳು ನಿಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು? ನೀಲಿ ಅಲ್ಲದ ಖಂಡದ ಮೇಲೆ ನಿಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳು = 5



ಹಸಿರು ಖಂಡದ ಮೇಲೆ ಮುಳ್ಳು ನಿಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{3}{5}$

ನೀಲಿ ಅಲ್ಲದ ಖಂಡದ ಮೇಲೆ ನಿಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{4}{5}$

6. ಎರಡನೆ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳು – {1,2,3,4,5,6} = 6

(a) ಒಟ್ಟು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ – {2, 3, 5} = 3

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(b) ಒಟ್ಟು ಅವಿಭಾಜ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆ – {1, 4, 6} = 3

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(c) 5ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ – {6} = 1

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{1}{6}$

(d) 5ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಲ್ಲದ

ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ – {1, 2, 3, 4, 5} = 5

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{5}{6}$

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

Attractive Maths Solution

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–2

ಅಧ್ಯಾಯ 4

ನೇರ ಮತ್ತು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತ

Direct and Inverse Proportions

Copy rights reserved

ಅಧ್ಯಾಯ 4
ನೇರ ಮತ್ತು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತಗಳು

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- **ಪೀಠಿಕೆ**
- **ನೇರ ಅನುಪಾತ**
- **ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತ**

ಪೀಠಿಕೆ

ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬದಲಾವಣೆಯಾದಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣವು ಬದಲಾವಣೆಯಗುವುದೇ ಅನುಪಾತ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ:

(i) ಕೊಂಡ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ, ಅವುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯು ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ.

(ii) ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಠೇವಣಿ ಇಟ್ಟಿರುವ ಹಣ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ, ಗಳಿಸುವ ಬಡ್ಡಿ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ.

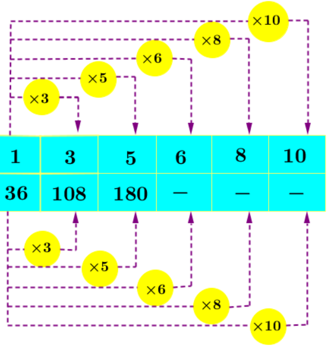
(iii) ಒಂದು ವಾಹನದ ಜವವು ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ, ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಅವಧಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(iv) ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಮಾಡಲು ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ, ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ಬೇಕಾಗಿರುವ ಅವಧಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ನೇರ ಅನುಪಾತ (DIRECT PROPORTION)

ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಬೆಲೆಯು ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಬೆಲೆಯು ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಅಥವಾ ಒಂದರ ಬೆಲೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಇನ್ನೊಂದರ ಬಲೆಯು ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಅದನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತ ಎನ್ನುವರು.

1 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಸಕ್ಕರೆಯ ಬೆಲೆಯು ರೂ 36 ಆದರೆ, 3 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಸಕ್ಕರೆಯ ಬೆಲೆ ರೂ 108. ಇದೇ ರೀತಿ ನಾವು 5 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಅಥವಾ 8 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಸಕ್ಕರೆಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



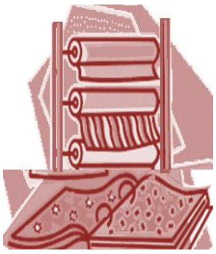
ಸಕ್ಕರೆಯ ತೂಕ(ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.)	1	3	5	6	8	10
ಬೆಲೆ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ)	36	108	180	—	—	—

ಸಕ್ಕರೆಯ ತೂಕವು ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಅದರ ಬೆಲೆಯು, ಅವೆರಡರ ಅನುಪಾತವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವಂತೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆಯು ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ y ನ ಬೆಲೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗುವಾಗ, $\frac{x}{y}$ ಅನುಪಾತವು ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇದು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಆಗಿದೆ (k ಆಗಿರಲಿ).

$\frac{x}{y} = k$ ಅಥವಾ $x = k\,y$ ಗಳಾಗಿರುವಾಗ ಮಾತ್ರ ನಾವು x ಮತ್ತು y ಗಳು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗುಣಮಟ್ಟದ 5 ಮೀಟರ್ ಬಟ್ಟೆಯ ಬೆಲೆಯು ರೂ 210. ಅದೇ ವಿಧದ 2,4,10 ಹಾಗೂ 13 ಮೀಟರ್ ಬಟ್ಟೆಗೆ ಆಗುವ ಬೆಲೆಯ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ:

ಬಟ್ಟೆಯ ಉದ್ದವು x ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅದರ ಬೆಲೆಯು y ` ಆಗಿರಲಿ.

$\frac{x}{y} = k$ (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{210}{5} = 42$

ಆದ್ದರಿಂದ,

ಬಟ್ಟೆ(ಮೀಗಳಲ್ಲಿ)	2	4	5	10	13
ಬೆಲೆ(ರೂಗಳಲ್ಲಿ)	84	168	210	420	546

2 ಮೀಟರ್ ಬಟ್ಟೆಯ ಬೆಲೆ $= 2 \times 42 = 84$

4 ಮೀಟರ್ ಬಟ್ಟೆಯ ಬೆಲೆ $= 4 \times 42 = 168$

10ಮೀಟರ್ ಬಟ್ಟೆಯ ಬೆಲೆ $= 10 \times 42 = 420$

13ಮೀಟರ್ ಬಟ್ಟೆಯ ಬೆಲೆ $= 13 \times 42 = 546$

ಉದಾಹರಣೆ 2: 14 ಮೀಟರ್ ಎತ್ತರದ ವಿದ್ಯುತ್ ಕಂಬವು 10ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ 15ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಮರದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಮರದ ಎತ್ತರವು x ಮೀಟರ್ ಆಗಿರಲಿ. ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ y ಮೀಟರ್ ಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{14}{10} = \frac{x}{y}$

$\Rightarrow x = \frac{14\times15}{10} = 21$ಮೀಟರ್

ಉದಾಹರಣೆ 3: ದಪ್ಪ ಕಾಗದದ 12 ಹಾಳೆಗಳ ತೂಕವು 40 ಗ್ರಾಂ.ಗಳಾದರೆ, ಇದೇ ಕಾಗದದ ಎಷ್ಟು ಹಾಳೆಗಳು $2\frac{1}{2}$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ತೂಗುತ್ತವೆ?

ಪರಿಹಾರ :

ಹಾಳೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ. ಅವುಗಳ ತೂಕ y ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{12}{40} = \frac{x}{2500}$ [$2\frac{1}{2}$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. = 2500ಗ್ರಾಂ]

$\Rightarrow x = \frac{2500\times12}{40}$

$\Rightarrow x = 750$

ಉದಾಹರಣೆ 4 : ಒಂದು ರೈಲು ಗಂಟೆಗೆ 75 ಕಿ.ಮೀ. ನಂತೆ ಏಕರೂಪದ ಜವದೊಂದಿಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ.

(i) ಅದು 20 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?

(ii) 250 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಅವಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ರೈಲಿನ ವೇಗ x ಆಗಿರಲಿ. ತೆಗೆದು ಕೊಂಡ ಸಮಯ y ಗಂಟೆಗಳು ಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

(i) ಅದು 20 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?

$\Rightarrow \frac{75}{60} = \frac{x}{20}$ [1ಗಂಟೆ = 60ನಿಮಿಷಗಳು]

$\Rightarrow x = \frac{20\times75}{60}$

$\Rightarrow x = 25$ ಕಿ.ಮೀ.

(ii) 250 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಅವಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\Rightarrow \frac{75}{60} = \frac{250}{y}$ [1ಗಂಟೆ = 60ನಿಮಿಷಗಳು]

$\Rightarrow y = \frac{60\times250}{75}$

$\Rightarrow x = 200$ ನಿಮಿಷಗಳು

= 3 ಗಂಟೆ 20 ನಿಮಿಷಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ನಕಾಶೆಯ ಮೇಲೆ ದೂರ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂಚಕ (Scale)ಯನ್ನು 1:30000000 ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ನಕಾಶೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ನಗರಗಳು 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳ ನಡುವಿರುವ ನಿಜವಾದ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ನಕಾಶೆಯ ದೂರವು x ಮತ್ತು ನಿಜವಾದ ದೂರವು, y ಆಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{1}{30000000} = \frac{4}{y}$

$\Rightarrow y = 4 \times 30000000$

$\Rightarrow x = 12 \times 10^7$ ಸೆಂ.ಮೀ.

$\Rightarrow x = \frac{12\times10^7}{10^5}$ ಕಿ.ಮೀ. [1ಕಿ.ಮೀ. = 10^5 ಸೆಂ.ಮೀ.]

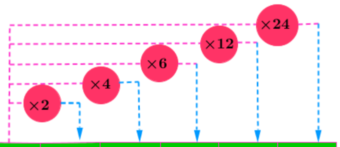
$\Rightarrow x = 12 \times 10^2$ ಕಿ.ಮೀ.

$\Rightarrow x = 1200$ ಕಿ.ಮೀ.

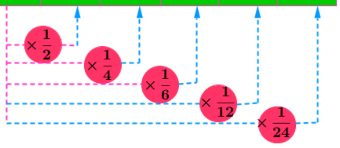
ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತ

(INVERSE PROPOTION)

ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಬೆಲೆಯು ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಬೆಲೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಅಥವಾ ಒಂದರ ಬೆಲೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಇನ್ನೊಂದರ ಬೆಲೆಯು ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಅದನ್ನು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತ ಎನ್ನುವರು.



ಜವ(ಕಿ.ಮೀ.ಗಳಲ್ಲಿ)	5	10	20	30	60	120
ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	12	6	3	—	—	—



ಜವವು ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಅದೇ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಅವಧಿಯು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧ xy ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. k ಒಂದು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿದ್ದು $xy=k$ ಆಗಿದ್ದರೆ x ಮತ್ತು y ಗಳು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 7: ಒಂದು ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು 6 ಕೊಳವೆಗಳಿಗೆ 1 ಗಂಟೆ 20 ನಿಮಿಷಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಇದೇ ರೀತಿಯ 5 ಕೊಳವೆಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ x ನಿಮಿಷಗಳು ಎಂದಿರಲಿ. ಕೊಳವೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ.

ಇದು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $xy = k$

$80 \times 6 = x \times 5$ [1ಗಂ.20ನಿ = 80 ನಿಮಿಷ]

$\Rightarrow x = \frac{6 \times 80}{5} \Rightarrow x = 96$ ನಿಮಿಷಗಳು.

ಅಥವಾ 1 ಗಂಟೆ 36 ನಿಮಿಷಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಒಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಲಯದಲ್ಲಿ 100 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ. ಅವರಿಗೆ 20 ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುವಷ್ಟು ಆಹಾರ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಿವೆ. ಇನ್ನೂ 25 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇವರ ಜೊತೆಗೆ ಸೇರಿದರೆ, ಇದೇ ಆಹಾರ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುವುದು?

ಪರಿಹಾರ:

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಎಂದಿರಲಿ. ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ.

ಇದು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $xy = k$

$100 \times 20 = 125 \times y$

$\Rightarrow y = \frac{100 \times 20}{125} \Rightarrow x = 16$ ದಿನಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 9: 15 ಜನ ಕೆಲಸಗಾರರು ಒಂದು ಗೋಡೆಯನ್ನು 48 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟಿದರೆ, ಇದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 30 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಕೆಲಸಗಾರರು ಬೇಕಾಗುವರು?

ಪರಿಹಾರ:

ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ. ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಅವಧಿ y ಎಂದಿರಲಿ.

ಇದು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $xy = k$

$15 \times 48 = x \times 30$

$\Rightarrow x = \frac{15 \times 48}{30} \Rightarrow x = 24$ ಗಂಟೆಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ರೈಲ್ವೆ ನಿಲ್ದಾಣದ ಬಳಿ ಕಾರಿನ ನಿಲುಗಡೆಯ ಶುಲ್ಕವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿದೆ.

4 ಗಂಟೆಗಳ ಅವಧಿಯವರೆಗೆ ರೂ 60

8 ಗಂಟೆಗಳ ಅವಧಿಯವರೆಗೆ ರೂ 100

12 ಗಂಟೆಗಳ ಅವಧಿಯವರೆಗೆ ರೂ 140

24 ಗಂಟೆಗಳ ಅವಧಿಯವರೆಗೆ ರೂ 180

ನಿಲುಗಡೆಯ ಶುಲ್ಕವು, ನಿಲುಗಡೆಯ ಅವಧಿಯೊಂದಿಗೆ ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆಯೇ? ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಶುಲ್ಕವು x ಆಗಿರಲಿ ಹಾಗೂ ಸಮಯವು y ಆಗಿರಲಿ ಇವು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ,

$\frac{x}{y}$ = k ಆಗಿರುತ್ತದೆ. [ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು k ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$\frac{60}{4} = 15 = k_1$

$\frac{100}{8} = 12.5 = k_2$

$\frac{140}{12} = 11.67 = k_3$

$\frac{180}{24} = 7.50 = k_4$

ಇಲ್ಲಿ $k_1 \neq k_2 \neq k_3 \neq k_4$

ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಲುಗಡೆಯ ಶುಲ್ಕವು ನಿಲುಗಡೆಯ ಅವಧಿಯೊಂದಿಗೆ ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ.

2. ಬಣ್ಣದ ಮಿಶ್ರಣವೊಂದನ್ನು 1 ಭಾಗ ಕೆಂಪುವರ್ಣದ್ರವ್ಯ ಮತ್ತು 8 ಭಾಗ ಆಧಾರ ದ್ರಾವಕ (Base)ದೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ ತಯಾರಿಸಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ, ಸೇರಿಸಬೇಕಾದ ಆಧಾರ ದ್ರಾವಕದ ಭಾಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಣದ್ರವ್ಯದ ಭಾಗ	1	4	7	12	20
ಆಧಾರ ದ್ರಾವಕದ ಭಾಗ	8	–	–	–	–

ಪರಿಹಾರ:

ಆಧಾರ ದ್ರಾವಕದ ಭಾಗ x ಆಗಿರಲಿ ಹಾಗೂ ವರ್ಣದ್ರವ್ಯದ ಭಾಗ y ಆಗಿರಲಿ

ಮಿಶ್ರಣವು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{8}{1} = 8$

(i) $\frac{x}{4} = 8 \Rightarrow x = 8\times4 = 32$

(ii) $\frac{x}{7} = 8 \Rightarrow x = 8\times7 = 56$

(iii) $\frac{x}{12} = 8 \Rightarrow x = 8\times12 = 96$

(i) $\frac{x}{20} = 8 \Rightarrow x = 8\times20 = 160$

ವರ್ಣದ್ರವ್ಯದ ಭಾಗ	1	4	7	12	20
ಆಧಾರ ದ್ರಾವಕದ ಭಾಗ	8	32	56	96	160

3. ಮೇಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆ 2 ರಲ್ಲಿ, 1 ಭಾಗ ಕೆಂಪು ವರ್ಣದ್ರವ್ಯಕ್ಕೆ 75 ಮಿ.ಲೀ. ಆಧಾರ ದ್ರಾವಕ ಬೇಕಾದರೆ, 1800 ಮಿ.ಲೀ. ಆಧಾರ ದ್ರಾವಕದೊಂದಿಗೆ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಕೆಂಪು ವರ್ಣದ್ರವ್ಯವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಆಧಾರ ದ್ರಾವಕದ ಭಾಗ x ಆಗಿರಲಿ ಹಾಗೂ ವರ್ಣದ್ರವ್ಯದ ಭಾಗ y ಆಗಿರಲಿ

ಮಿಶ್ರಣವು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y} = k$ (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{75}{1} = 75$

$\frac{1800}{y} = 75 \Rightarrow 75y = 1800$

$\Rightarrow y = 24$ ಭಾಗ.

4. ತಂಪು ಪಾನೀಯ ಕಾರ್ಖಾನೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಯಂತ್ರವು 6 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 840 ಸೀಸೆಗಳನ್ನು ತುಂಬುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಐದು ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ಸೀಸೆಗಳನ್ನು ತುಂಬುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಸೀಸೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ ಹಾಗೂ ಸಮಯ y ಆಗಿರಲಿ

ಇದು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ,

$\frac{x}{y} = k$ (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

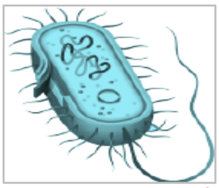
$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{840}{6} = 140$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{5} = 140 \Rightarrow x = 140\times5$

$\Rightarrow x = 700$

ಆದ್ದರಿಂದ 5 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ 700 ಸೀಸೆಗಳನ್ನು ತುಂಬುತ್ತದೆ.

5. ಒಂದು ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾದ ಛಾಯಾಚಿತ್ರವನ್ನು 50,000 ಪಟ್ಟು ವರ್ಧಿಸಿದಾಗ ಅದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 5 ಸೆಂ.ಮೀ.ನಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾದ ನಿಜವಾದ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು? ಛಾಯಾಚಿತ್ರವನ್ನು 20,000 ಪಟ್ಟು ವರ್ಧಿಸಿದಾಗ ಅದರ ವರ್ಧಿತ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?



ಪರಿಹಾರ:

ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾದ ವರ್ಧನೆ ಉದ್ದ x ಆಗಿರಲಿ ಹಾಗೂ ಅದರ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾದ ನಿಜ ಉದ್ದ y ಆಗಿರಲಿ

ಇದು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ,

$\frac{x}{y} = k$ (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

(i) $\Rightarrow \frac{5}{y} = 50000$

$\Rightarrow y = \frac{5}{50000} = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$

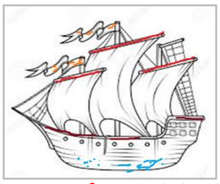
(ii) ವರ್ಧಿತ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವರ್ಧನೆಗಳು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{5}{50000} = \frac{x}{20000} \Rightarrow x = \frac{100000}{50000}$

$\Rightarrow x = 2$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಛಾಯಾಚಿತ್ರವನ್ನು 20,000 ಪಟ್ಟು ವರ್ಧಿಸಿದಾಗ ಅದರ ವರ್ಧಿತ ಉದ್ದ 2 ಸೆಂ.ಮೀ.

6. ಒಂದು ಹಡಗಿನ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಪಟಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರವು 9 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ನಿಜವಾದ ಹಡಗಿನಲ್ಲಿ ಪಟಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರವು 12 ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಹಡಗಿನ ನಿಜವಾದ ಉದ್ದವು 28ಮೀ. ಆದರೆ, ಮಾದರಿ ಹಡಗಿನ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?



ಪರಿಹಾರ:

ಮಾದರಿ ಹಡಗಿನ ಉದ್ದ x ಆಗಿರಲಿ ನಿಜ ಹಡಗಿನ ಉದ್ದ y ಆಗಿರಲಿ

ಇವು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y} = k$ (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{9}{1200} = \frac{x}{2800}$

[12ಮೀ =1200ಸೆಂ.ಮೀ.ಮತ್ತು 28ಮೀ.= 2800ಸೆಂ.ಮೀ]

$\Rightarrow x = \frac{9\times2800}{1200} = \frac{252}{12} = 21$ಸೆಂ.ಮೀ.

7. 2 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಸಕ್ಕರೆಯು 9×10^6 ಹರಳುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ

(i) 5 ಕಿ. ಗ್ರಾಂ.ಸಕ್ಕರೆ, (ii) 1.2 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಸಕ್ಕರೆಯಲ್ಲಿರುವ ಹರಳುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಹರಳುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ ಸಕ್ಕರೆಯ ತೂಕ y ಆಗಿರಲಿ

ಇವು ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{9\times10^6}{2} = k$

(i) 5 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.ಸಕ್ಕರೆ,

$\Rightarrow \frac{9\times10^6}{2} = \frac{x}{5}$

$\Rightarrow x = \frac{9\times5\times10^6}{2} = 22.5\times10^6$

$\Rightarrow x = 2.25\times10^7$

(ii) 1.2 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಸಕ್ಕರೆ

$\Rightarrow \frac{9\times10^6}{2} = \frac{x}{1.2}$

$\Rightarrow x = \frac{9\times1.2\times10^6}{2} = 5.4\times10^6$

$\Rightarrow x = 5.4\times10^6$

8. ರಶ್ಮಿಯು 18 ಕಿ.ಮೀ ದೂರದ ರಸ್ತೆಯನ್ನು 1 ಸೆಂ.ಮೀ. ದೂರ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂಚಕದಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿರುವ ನಕಾಶೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಳು. ಅವಳು ರಸ್ತೆಯ ಮೂಲಕ 72 ಕಿ.ಮೀ. ಕ್ರಮಿಸಿದರೆ, ನಕಾಶೆಯಲ್ಲಿ ಆಕೆ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ನಕಾಶೆಯ ದೂರವು x ಮತ್ತು ನಿಜವಾದ ದೂರವು, y ಆಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$\Rightarrow \frac{1}{18} = k$

$\Rightarrow \frac{x}{72} = \frac{1}{18}$

$\Rightarrow x = \frac{72}{18}$ ಸೆಂ.ಮೀ.

$\Rightarrow x = 4$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಕಾಶೆಯಲ್ಲಿ ಅವಳು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ 4 ಸೆಂ.ಮೀ.

9. 5 ಮೀ 60 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎತ್ತರದ ಒಂದು ನೇರವಾದ ಕಂಬವು 3 ಮೀ 20 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದು. ಇದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ

(i) 10 ಮೀ. 50 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎತ್ತರದ ಇನ್ನೊಂದು ಕಂಬವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

(ii) 5ಮೀ.ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕಂಬದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಕಂಬದ ಎತ್ತರವು x ಮೀಟರ್ ಆಗಿರಲಿ. ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ y ಮೀಟರ್ ಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

$\frac{560}{320} = \frac{7}{4}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

(i) 10 ಮೀ. 50 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎತ್ತರದ ಇನ್ನೊಂದು ಕಂಬವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ

$\frac{1050}{y} = \frac{7}{4} \Rightarrow y = \frac{1050\times4}{7}$

$\Rightarrow y = 150\times4 = 600$ಸೆಂ.ಮೀ = 6ಮೀ.

(ii) 5ಮೀ.ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕಂಬದ ಎತ್ತರ

$\frac{x}{500} = \frac{7}{4} \Rightarrow x = \frac{500\times7}{4} =$

$\Rightarrow x = 125\times7 = 875$ಸೆಂ.ಮೀ = 8.75ಮೀ.

10. ಸರಕು ತುಂಬಿರುವ ಲಾರಿಯೊಂದು 14ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು 25 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುವುದು. ಇದೇ ಜವದೊಂದಿಗೆ ಲಾರಿಯು, 5 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಕ್ರಮಿಸಬಲ್ಲದು?

ಪರಿಹಾರ:

ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ x ಆಗಿರಲಿ. ತೆಗೆದು ಕೊಂಡ ಸಮಯ y ಗಂಟೆಗಳು ಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{x}{y}$ = k (k ಯು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

$= \frac{14}{25} = k$

$\Rightarrow \frac{x}{300} = \frac{14}{25}$ [1 ಗಂಟೆ = 60ನಿಮಿಷಗಳು]

$\Rightarrow x = \frac{14\times300}{25}$

$\Rightarrow x = 14\times12$ ಕಿ.ಮೀ.

$\Rightarrow x = 168$ ಕಿ.ಮೀ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

1. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ?

(i) ಒಂದು ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ.

(ii) ಒಂದು ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ ಮತ್ತು ಏಕರೂಪ ಜವದೊಂದಿಗೆ ಚಲಿಸುವ ದೂರ.

(iii) ವ್ಯವಸಾಯ ಮಾಡಿರುವ ಭೂಮಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಬೆಳೆದ ಬೆಳೆ.

(iv) ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ ಮತ್ತು ವಾಹನದ ಜವ.

(v) ಒಂದು ರಾಷ್ಟ್ರದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನೂ ಹೊಂದಿರುವ ಭೂಮಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಪರಿಹಾರ:

– ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತ
– ನೇರ ಅನುಪಾತ
– ನೇರ ಅನುಪಾತ
– ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತ
– ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತ

2. ಒಂದು ದೂರದರ್ಶನದಲ್ಲಿನ ಕ್ರೀಡಾ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ, ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತವಾದ ರೂ 1,00,000ಗಳನ್ನು ವಿಜಯಶಾಲಿಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಬೇಕಾಗಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿಜಯಶಾಲಿಗೆ ನೀಡಲಾಗುವ ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತವು, ವಿಜಯಶಾಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ನೇರ ಅಥವಾ ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆಯೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಜಯಶಾಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	1	2	4	5	8	10	20
ಪ್ರತಿ ವಿಜಯಶಾಲಿಯ ಮೊತ್ತ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ)	1,00,000	50,000	-	-	-	-	-

ಪರಿಹಾರ:

ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತ x ಹಾಗೂ ವಿಜಯಶಾಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ

ಇಲ್ಲಿ, $1{,}00000 \times 1 = 50{,}000 \times 2$

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿಜಯಶಾಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತ ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$100000 \times 1 = 100000 = k$

(i) $x \times 4 = 1{,}00000$

$\Rightarrow x = 25{,}000$

(ii) $x \times 5 = 1{,}00000$

$\Rightarrow x = 20{,}000$

(iii) $x \times 8 = 1{,}00000$

$\Rightarrow x = 12{,}500$

(iv) $x \times 10 = 1{,}00000$

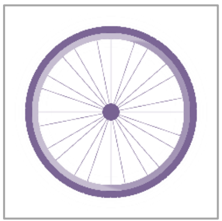
$\Rightarrow x = 10{,}000$

(v) $x \times 20 = 1{,}00000$

$\Rightarrow x = 5{,}000$

ವಿಜಯಶಾಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	1	2	4	5	8	10	20
ಪ್ರತಿ ವಿಜಯಶಾಲಿಯ ಮೊತ್ತ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ)	1,00,000	50,000	25,000	20,000	12,500	10,000	5,000

3. ರೆಹಮಾನನು ಕಡ್ಡಿ (Spokes) ಗಳಿಂದ ಚಕ್ರವನ್ನು ಮಾಡುವನು. ಅವನು ಯಾವುದೇ ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು ಸಮವಾಗಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲು ಆಶಿಸುತ್ತಾನೆ. ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಅವನಿಗೆ ಸಹಕರಿಸಿ.



ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	4	6	8	10	12
ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ	60^0	90^0			

(i) ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಕಡ್ಡಿಗಳು ಮತ್ತು ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆಯೇ?

(ii) 15 ಕಡ್ಡಿಗಳಿರುವ ಚಕ್ರದ ಮೇಲಿರುವ ಅನುಕ್ರಮ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

(iii) ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು 40° ಆಗಿದ್ದರೆ ಎಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುವುವು?

ಪರಿಹಾರ:

ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಅನುಕ್ರಮ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ y ಆಗಿರಲಿ.

(i) ಇಲ್ಲಿ $4 \times 60^0 = 6 \times 90^0$

ಆದ್ದರಿಂದ,

ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಕಡ್ಡಿಗಳು ಮತ್ತು ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಮತ್ತು $4 \times 60^0 = 6 \times 90^0 = 360^0 = k$

(ii) 15 ಕಡ್ಡಿಗಳಿರುವ ಚಕ್ರದ ಮೇಲಿರುವ ಅನುಕ್ರಮ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$\Rightarrow 15 \times y = 360^0$

$\Rightarrow \ y = \frac{360^0}{15} = 24^0$

(iii) $xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$\Rightarrow x \times 40^0 = 360^0$

$\Rightarrow \ x = \frac{360^0}{40^0} = 9$

ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು $40°$ ಆಗಿದ್ದರೆ 9 ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕು.

ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದಾಗ,

(a) $xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$\Rightarrow 8 \times y = 360^0$

$\Rightarrow \ y = \frac{360^0}{8} = 45^0$

(b) $xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$\Rightarrow 10 \times y = 360^0$

$\Rightarrow \ y = \frac{360^0}{10} = 36^0$

(c) $xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$\Rightarrow 12 \times y = 360^0$

$\Rightarrow \ y = \frac{360^0}{12} = 30^0$

ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	4	6	8	10	12
ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ	60^0	90^0	45^0	36^0	30^0

4. ಒಂದು ಪೊಟ್ಟಣದಲ್ಲಿರುವ ಮಿಠಾಯಿಯನ್ನು 24 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹಂಚಿದಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ 5 ಮಿಠಾಯಿ ಸಿಗುವುದು. ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4 ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಸಿಗುವ ಮಿಠಾಯಿಗಳು ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಹಾಗೂ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಸಿಗುವ ಮಿಠಾಯಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ

ಇದು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$24 \times 5 = 120 = k$

ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ,

$24 - 4 = 20$

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$20y = 120$

$\Rightarrow \ y = \frac{120}{20} = 6$

ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4 ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಸಿಗುವ ಮಿಠಾಯಿಗಳು 6

5. ಒಬ್ಬ ರೈತನು 20 ಪ್ರಾಣಿಗಳಿಗೆ 6ದಿನಕ್ಕೆ ಸಾಕಾಗುವಷ್ಟು ಆಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವನು. ಅವನ ಬಳಿ ಇನ್ನೂ 10 ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಾಣಿಗಳಿದ್ದರೆ ಆಹಾರವು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಪ್ರಾಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಹಾಗೂ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ

ಇದು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$20 \times 6 = 120 = k$

ಪ್ರಾಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 10 ಹೆಚ್ಚಾದರೆ, 20 + 10 = 30

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$30y = 120$

$\Rightarrow \ y = \frac{120}{30} = 4$

ಅವನ ಬಳಿ ಇನ್ನೂ 10 ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಾಣಿಗಳಿದ್ದರೆ ಆಹಾರವು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯುತ್ತದೆ.

6. ಜಸ್ಮಿಂದರ್‌ನ ಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯುತ್ ತಂತಿಗಳನ್ನು 3 ಜನರು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸುವರೆಂದು ಗುತ್ತಿಗೆದಾರನು ಅಂದಾಜಿಸುತ್ತಾನೆ. ಮೂರು ಜನರ ಬದಲು ಅವನು 4 ಜನರನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡರೆ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಎಷ್ಟು ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುವರು?

ಪರಿಹಾರ:

ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ. ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಎಂದಿರಲಿ.

ಇದು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $xy = k$

$3 \times 4 = 12 = k$

ಅವನು 4 ಜನರನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ,

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$4y = 12$

$\Rightarrow \ y = \frac{12}{4} = 3$

ಮೂರು ಜನರ ಬದಲು ಅವನು 4 ಜನರನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡರೆ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು 3 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುವರು.

7. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 12 ಸೀಸೆಗಳಿರುವಂತೆ 25 ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಲ್ಲಿ ಸೀಸೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿದ್ದಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 20 ಸೀಸೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು ತುಂಬುತ್ತವೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಸೀಸೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಹಾಗೂ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ

ಇದು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

xy = k [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$12 \times 25 = 300 = k$

ಪ್ರತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 20 ಸೀಸೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿದರೆ,

xy = k [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$20y = 300$

$\Rightarrow y = \frac{300}{20} = 15$

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 20 ಸೀಸೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿದರೆ 15 ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು ತುಂಬುತ್ತವೆ.

8. ಒಂದು ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು 42 ಯಂತ್ರಗಳಿಗೆ 63ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುವುದು. ಇಷ್ಟೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು 54 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಯಂತ್ರಗಳು ಬೇಕಾಗುವುದು?

ಪರಿಹಾರ:

ಯಂತ್ರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ. ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಎಂದಿರಲಿ.

ಇದು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $xy = k$

$42 \times 63 = 2646 = k$

ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 54 ಆದರೆ,

xy = k [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$x \times 54 = 2646$

$\Rightarrow x = \frac{2646}{54} = 49$

ಇಷ್ಟೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು 54 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದಿಸಲು 49 ಯಂತ್ರಗಳು ಬೇಕಾಗುವುದು.

9. ಒಂದು ಕಾರು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೂರವನ್ನು ಗಂಟೆಗೆ 60ಕಿ.ಮೀ ಜವದೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತಲುಪಲು 2 ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು. ಗಂಟೆಗೆ 80 ಕಿ.ಮೀ ಜವದೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದಾಗ ಅದು ತಲುಪಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಕಾರಿನ ಜವ = x ಆಗಿರಲಿ. ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ y ಎಂದಿರಲಿ.

ಇದು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $xy = k$

$60 \times 2 = 120 = k$

ಕಾರಿನ ಜವ 80 ಕಿ.ಮೀ ಆದರೆ,

xy = k [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$80 \times y = 120$

$\Rightarrow y = \frac{120}{80} = 1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಗಳು.

ಗಂಟೆಗೆ 80 ಕಿ.ಮೀ ಜವದೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದಾಗ ಅದು ತಲುಪಲು $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆ ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

10. ಎರಡು ಜನರು ಒಂದು ಮನೆಯ ಕಿಟಕಿಗಳನ್ನು 3 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸುವರು.

(i) ಇವರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬನು ಕೆಲಸ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಮೊದಲೇ ಅನಾರೋಗ್ಯಪೀಡಿತನಾದನು. ಈಗ ಆ ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

(ii) ಕಿಟಕಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆ x ಹಾಗೂ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ

ಇದು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

xy = k [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$2 \times 3 = 6 = k$

(i) ಇವರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬನು ಕೆಲಸ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಮೊದಲೇ ಅನಾರೋಗ್ಯಪೀಡಿತನಾದರೆ

xy = k [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$1y = 6$

$\Rightarrow y = 6$

ಕಿಟಕಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲು 6 ದಿನಗಳು ಬೇಕು.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 20 ಸೀಸೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿದರೆ 15 ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು ತುಂಬುತ್ತವೆ.

(ii) ಕಿಟಕಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆ

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$x \times 1 = 6$

$\Rightarrow x = 6$

6 ಜನರು ಬೇಕು

11. ಒಂದು ಶಾಲೆಯು ಪ್ರತಿದಿನ 45 ನಿಮಿಷಗಳ 8 ಬೋಧನಾವಧಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಪ್ರತಿದಿನದ ಶಾಲಾವಧಿ ಸಮವೆಂದು ಊಹಿಸಿ, ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ 9 ಬೋಧನಾವಧಿಗಳಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿ ಬೋಧನಾವಧಿಯ ಸಮಯವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಬೋಧನಾವಧಿ ಸಮಯ x ಆಗಿರಲಿ. ಅವಧಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಎಂದಿರಲಿ.

ಇದು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $xy = k$

$45 \times 8 = 360 = k$

ಅವಧಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 9 ಆದರೆ,

$xy = k$ [k ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ]

$x \times 9 = 360$

$\Rightarrow x = \frac{360}{9} = 40$ ನಿಮಿಷ

ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ 9 ಬೋಧನಾವಧಿಗಳಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿ ಬೋಧನಾವಧಿಯ ಸಮಯ 40 ನಿಮಿಷಗಳು.

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–1

ಅಧ್ಯಾಯ 5

ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ವರ್ಗಮೂಲಗಳು

Sqares and Square roots

Copy rights reserved

Attractive Maths Solution

ಅಧ್ಯಾಯ 5

ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ವರ್ಗಮೂಲಗಳು

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- ಪೀಠಿಕೆ
- ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು.
  - ❖ ತ್ರಿಕೋನೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ
  - ❖ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
  - ❖ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ
  - ❖ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ.
  - ❖ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮ ಅಥವಾ ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ.
  - ❖ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಾದರಿ.
- ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
  - ❖ ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿರುವ ಇತರೆ ಮಾದರಿಗಳು.
  - ❖ ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು.
- ವರ್ಗಮೂಲಗಳು
  - ❖ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು
    - ➢ ಪುನರಾವರ್ತಿತ ವ್ಯವಕಲನ ಮೂಲಕ
    - ➢ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನ
    - ➢ ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನ
    - ➢ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು.
- ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲ
- ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು

ಪೀಠಿಕೆ:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುವರು.

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ:

$1 \times 1 = 1$

$2 \times 2 = 4$

$3 \times 3 = 9$............ ಇತ್ಯಾದಿ

ಇದರಿಂದ, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 . . . ಇವುಗಳು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಹಾಗಾದರೆ 32 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯೇ?

ಉತ್ತರ: ಅಲ್ಲ

ಏಕೆಂದರೆ

25 ಮತ್ತು 36 ಇವುಗಳು ಪೂರ್ಣವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಆದ್ದರಿಂದ 5 ಮತ್ತು 6 ಇವುಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳು. ಇಲ್ಲಿ 5 ಮತ್ತು 6ರ ಮಧ್ಯ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ 32 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು:

ಸಂಖ್ಯೆ	ವರ್ಗ	ಸಂಖ್ಯೆ	ವರ್ಗ	ಸಂಖ್ಯೆ	ವರ್ಗ
1	1	11	121	21	441
2	4	12	144	22	484
3	9	13	169	23	529
4	16	14	196	24	576
5	25	15	225	25	625
6	36	16	256	26	676
7	49	17	289	27	729
8	64	18	324	28	784
9	81	19	361	29	841
10	100	20	400	30	900

- ಯಾವುದೇ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 2, 3, 7, 8 ಈ ಅಂಕಿಗಳು ಬರುವುದಿಲ್ಲ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0, 1, 4, 5, 6, 9 ಈ ಅಂಕಿಗಳಿದ್ದರೆ ಅದು ಪೂರ್ಣ್ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲೂ ಬಹುದು ಆದರೆ ಆಗಲೇ ಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ.
- ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1 ಆಥವಾ 9 ಇದ್ದರೆ ಅದರ ವರ್ಗದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1 ಬರುತ್ತದೆ.
- ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 4 ಅಥವಾ 6 ಇದ್ದರೆ ಅದರ ವರ್ಗದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 6 ಬರುತ್ತದೆ.
- ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 3 ಅಥವಾ 7 ಇದ್ದರೆ ಅದರ ವರ್ಗದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 9 ಬರುತ್ತದೆ.
- ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 2 ಅಥವಾ 8 ಇದ್ದರೆ ಅದರ ವರ್ಗದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 4 ಬರುತ್ತದೆ.
- ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 5 ಬಂದರೆ ಅದರ ವರ್ಗದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 5 ಬರುತ್ತದೆ.

- ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಬಂದರೆ ಅದರ ವರ್ಗದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಬರುತ್ತದೆ.

$10^2 = 100$

$100^2 = 10000$

$1000^2 = 1000000$

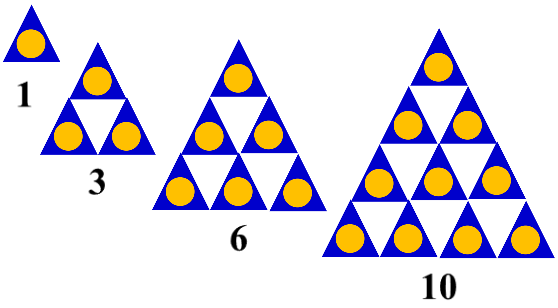
ಇವಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ,

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ 'n' ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ '2n' ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಕೋನೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಚುಕ್ಕಿಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತ್ರಿಕೋನೀಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನವರು.

ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಆಗಿದೆ.



1, 3, 6, 10, 15, 21 ... ಇವು ತ್ರಿಕೋನೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ತ್ರಿಕೋನೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ:

$1 + 3 = 4$

$3 + 6 = 9$

$6 + 10 = 16$

$10 + 15 = 25$

ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

n^2 ಮತ್ತು $(n+1)^2$ ಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಅಲ್ಲದ 2n ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.

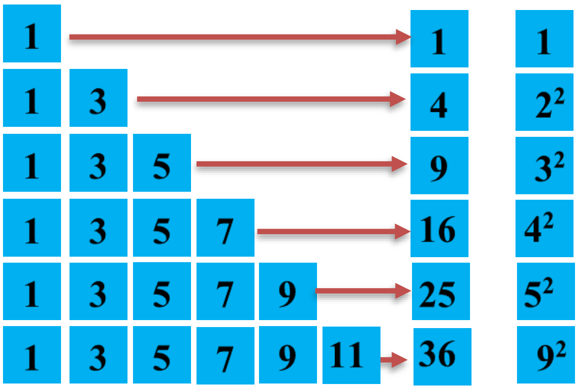
ಉದಾಹರಣೆ:

5^2 ಮತ್ತು 6^2 ಇವುಗಳ ಮಧ್ಯೆ $2\times5 = 10$ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ.

25 – 26,27,28,29,30,31,32,33,34,35 – **36**

ಇಲ್ಲಿ 25 ಮತ್ತು 36 ರ ಮಧ್ಯೆ 10 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದು, ಅವು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಾಗಿಲ್ಲ.

ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ:



ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ತಿಳಿದು ಬರುವುದೇನೆಂದರೆ ಮೊದಲ 1 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೊತ್ತ $1^2 = 1$, ಮೊದಲ 2 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $= 2^2 = 4$ ... ಹೀಗೆ ಮೊದಲ

n ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ = n^2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ n^2 ಇದು 1ರಿಂದ ಕ್ರಮಾನುಗತ n ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

36 ರಿಂದ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋದಾಗ,

$36 - 1 = 35$ $35 - 3 = 32$ $32 - 5 = 27$ $27 - 7 = 20$ $20 - 9 = 11$ $11 - 11 = 0$	ಈ ರೀತಿ ಕಳೆದಾಗ ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಸೊನ್ನೆ ದೊರೆತರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆ ಬರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ

ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ:

$3^2 = 9 \Rightarrow 4 + 5$

ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{3^2-1}{2}$

ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{3^2+1}{2}$

ಹೀಗೆಯೇ, ಯಾವುದೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ವರ್ಗವನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಸೂಚಿಸಬಹುದು. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಈ ರೀತಿ ಸೂಚಿಸಬಹುದು.

n – ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗ n^2, $\left[\frac{n^2-1}{2}, \frac{n^2+1}{2}\right]$ ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮ ಅಥವಾ ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ:

ಇವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ,

$11 \times 13 = 143 = (12 + 1)(12 - 1) = 12^2 - 1$

$14 \times 16 = 224 = (15 + 1)(15 - 1) = 15^2 - 1$

$28 \times 30 = 840 = (29 + 1)(29 - 1) = 29^2 - 1$

$\Rightarrow (a + 1)(a - 1) = a^2 - 1$

ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಾದರಿಗಳು:

$1^2 \rightarrow 1$

$11^2 \rightarrow 1\ 2\ 1$

$111^2 \rightarrow 1\ 2\ 3\ 2\ 1$

$1111^2 \rightarrow 1\ 2\ 3\ 4\ 3\ 2\ 1$

$11111^2 \rightarrow 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1$

$111111^2 \rightarrow 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1$

$1111111^2 \rightarrow 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1$

$11111111^2 \rightarrow 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1$

$7^2 \rightarrow 49$

$67^2 \rightarrow 4489$

$667^2 \rightarrow 444889$

$6667^2 \rightarrow 44448889$

$66667^2 \rightarrow 4444488889$

$666667^2 \rightarrow 444444888889$

$6666667^2 \rightarrow 44444448888889$

$66666667^2 \rightarrow 4444444488888889$

$666666667^2 \rightarrow 444444444888888889$

$6666666667^2 \rightarrow 44444444448888888889$

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡದೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 39 (ii) 42

(i) 39

$39^2 = (30 + 9)^2$

$= 30(30 + 9) + 9(30 + 9)$

$= 900 + 270 + 270 + 81$

$= 1521$

(ii) 42

$42^2 = (40 + 2)^2$

$= 40(40 + 2) + 2(40 + 2)$

$= 1600 + 80 + 80 + 4$

$= 1764$

ವರ್ಗದಲ್ಲಿರುವ ಇತರೆ ಮಾದರಿಗಳು:

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

$25^2 = 2 \times 3$ ನೂರುಗಳು $+ 25 = 625$

$35^2 = 3 \times 4$ ನೂರುಗಳು $+ 25 = 1225$

$45^2 = 4 \times 5$ ನೂರುಗಳು $+ 25 = 2025$

$125^2 = 12 \times 13$ ನೂರುಗಳು $+ 25 = 15625$

$a5^2 = a \times (a + 1)$ ನೂರುಗಳು $+ 25$

ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು:

3, 4, 5 ಇದು ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿ ಏಕೆಂದರೆ $3^2 + 4^2 = 5^2$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ, 6, 8, 10; 5, 12, 13 ಇವುಗಳು ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರಿವಳಿಗಳು.

ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ $m > 1$ ಆದಾಗ,

$(2m)^2 + (m^2 - 1)^2 = (m^2 + 1)^2$

ಇಲ್ಲಿ $2m$, $(m^2 - 1)$ $(m^2 + 1)$ ಗಳು ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ 2:ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ 8 ನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

$2m = 8$

$m = \frac{8}{2} = 4$

$m^2 - 1 = 4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$

$m^2 + 1 = 4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$

$2m$, $(m^2 - 1)$, $(m + 1)^2$ ಗಳು ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು

$\Rightarrow$ 8, 15, 17 ಇದು 8 ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 12 ಆಗಿರುವ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$2m = 12$ ಆದರೆ, $m = 6$

$m^2 - 1 = 6^2 - 1 = 36 - 1 = 35$

$m^2 + 1 = 6^2 + 1 = 36 + 1 = 37$

ಆದ್ದರಿಂದ 12, 35, 37 ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ತ್ರಿವಳಿಗಳು.

ವರ್ಗಮೂಲ:

$12^2 = 144$

ಇಲ್ಲಿ 144 ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, 12 ನ್ನು 144 ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಎನ್ನುವರು.

ಇಲ್ಲಿ $(-12)^2 = 144$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ -12 ಸಹ 144 ರ ವರ್ಗಮೂಲವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ,

25 ರ ವರ್ಗಮೂಲ $= +5$ ಮತ್ತ -5 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಧನಾತ್ಮಕ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಧನಾತ್ಮಕ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು $\sqrt{}$ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ: $\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{196} = 14$

ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

ಪುನರಾವರ್ತಿತ ವ್ಯವಕಲನ ಮೂಲಕ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

ಉದಾಹರಣೆ:

121 – 1 = 120	**85 – 13 = 72**
120 – 3 = 117	72 – 15 = 57
117 – 5 = 112	57 – 17 = 40
112 – 7 = 105	40 – 19 = 21
105 – 9 = 96	21 – 21 = 0
96 – 11 = 85	

ಇಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 11 ಕ್ರಮಾಗತ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 0 ಬಂದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{121} = 11$

ಆದರೆ ಈ ವಿಧಾನ ಅತ್ಯಂತ ದೀರ್ಘ ವಿಧಾನ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ತುಂಬಾ ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

ಉದಾಹರಣೆ 4: 6400 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇಲ್ಲಿ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತೇವೆ.

2	**6400**
2	3200
2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
	5

6400

$= 2\times2\times2\times2\times2\times2$

$\times2\times2\times5\times5$

$= \overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times$

$\overline{2\times2}\times\overline{5\times5}$

$\sqrt{6400} = 2\times2\times2\times2\times5$

$\sqrt{6400} = 80$

ಉದಾಹರಣೆ 5: 90 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ?

2	**90**
3	45
3	15
5	5
	1

ಇಲ್ಲಿ 90ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 5 ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 90 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 6: 2352 ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ?ಇಲ್ಲವಾದರೆ ಅದರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2	**2352**
2	1176
2	0588
2	0294
3	0147
7	0049
7	0007
	0001

2352

$= 2\times2\times2\times2\times3\times7\times7$

ಇಲ್ಲಿ 3 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

3ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಜೋಡಿ ಮಾಡಿದರೆ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

$2352\times3 = 2\times2\times2\times2\times3\times7\times7\times3$

7056 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ

$7056 = \overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{3\times3}\times\overline{7\times7}$

$\sqrt{7056} = 2\times2\times3\times7$

$\sqrt{7056} = 84$

ಉದಾಹರಣೆ 7: 9408 ನ್ನು ಯಾವ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುವುದು. ಆ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2	**9408**
2	4704
2	2352
2	1176
2	0588
2	0294
3	0147
7	0049
7	0007
7	0001

9408

$= 2\times2\times2\times2\times2\times2\times3$

$\times7\times7$

ಇಲ್ಲಿ 3 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

$9408 \div 3 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times7\times7$

$= 3136$

3136 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 9408 ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಾಗಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 3

$3236 = \overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{7\times7}$

$\sqrt{3136} = 2\times2\times2\times7$

$\sqrt{3136} = 56$

ಉದಾಹರಣೆ 8: 6, 9, 15 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6,9,15 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಮೊದಲ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಯಬೇಕು.

	6	9	15
2	3	9	15
3	1	3	5
3	1	1	5
5	1	1	1

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2\times3\times3\times5 = 90$

ಇಲ್ಲಿ 90ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 5 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 90ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ಜೋಡಿ ಮಾಡಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ $2 \times 5 = 10$ ರಿಂದ 90ಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

$90 \times 10 = 900$

ಆದ್ದರಿಂದ 900 6,9 ಮತ್ತು 15ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

4096ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6	$\overline{40}$ $\overline{96}$	64
+6	36 ↓	
124	04 96	
	04 96	
	0	

$\sqrt{4096} = 64$

ಉದಾಹರಣೆ 9: ಇವುಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (i) 729 (ii) 1296

(i) 729

2	$\overline{07}$ $\overline{29}$	27
+2	04 ↓	
47	03 29	
	03 29	
	0	

$\sqrt{729} = 27$

(ii) 1296

3	$\overline{12}$ $\overline{96}$	36
+3	09 ↓	
66	03 96	
	03 96	
	0	

$\sqrt{1296} = 36$

ಉದಾಹರಣೆ 10: 5607ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು ಕಳೆಯಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಯಿರಿ. ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7	$\overline{56}$ $\overline{07}$	74
+7	49 ↓	
144	07 07	
	05 76	
	1 31	

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಷ 131 ನ್ನು 5607ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

5607 – 131 = 5476

$\sqrt{5607} = 74$

ಉದಾಹರಣೆ 11: 4–ಅಂಕಿಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4 ಅಂಕಿಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 9999

9	$\overline{99}$ $\overline{99}$	99
+9	81 ↓	
189	18 99	
	17 01	
	1 98	

9999 – 198 = 9801 ಇದು 4 ಅಂಕಿಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ..

$\sqrt{9801} = 99$

ಉದಾಹರಣೆ 12: 1300ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಕೂಡಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3	$\overline{13}$ $\overline{00}$	36
+3	09 ↓	
66	04 00	
	03 96	
	04	

ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ 4 ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $36 < \sqrt{1300}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ $37^2 = 1369$ ಆಗಿದ್ದು, 1300ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 69. ಮತ್ತು

$\sqrt{1369} = 37$

ಗಮನಿಸಿ: ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಗುಂಪುಗಳಷ್ಟು (ಅಡ್ಡಗೆರೆ) ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳು ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲಗಳು:

ಉದಾಹರಣೆ 13:

12.25ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3	$\overline{12}$. $\overline{25}$	3.5
+3	09 ↓	
65	03 25	
	03 25	
	00	

$\sqrt{12.25} = 3.5$

ಉದಾಹರಣೆ 14: ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಜಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 2304 ಚ.ಮೀ. ಇದೆ.ಆ ಚೌಕಾಕಾರದ ಜಾಗದ ಬಾಹುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚೌಕಾಕಾರದ ಜಾಗದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ವರ್ಗಮೂಲವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

4	23 04	48
+4	16 ↓	
88	07 04	
	07 04	
	00	

$\sqrt{2304} = 48$

∴ ಚೌಕಾಕಾರದ ಜಾಗದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ= 48ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 15: ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 2401 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ. ಆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಲು ದೈಹಿಕ ಶಿಕ್ಷಕರು ಬಯಸಿದ್ದಾರೆ ಮತ್ತು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಿರುವಂತೆ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = x

$x \times x = x^2$ = ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆದ್ದರಿಂದ, $x = \sqrt{2401}$

4	24 01	49
+4	16 ↓	
89	08 01	
	08 01	
	00	

$\sqrt{2401} = 49$

ಒಟ್ಟು 49 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಿವೆ.

ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:

250 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ. ಆದರೆ ಅದರ ಅಂದಾಜು ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಹತ್ತಿರದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಊಹಿಸಬಹುದು.

250 ಇದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 225 ಮತ್ತು 256 ರ ನಡುವೆ ಇದೆ.

$225 < 250 < 256$

ಹಾಗೂ ಇದು 256ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಇರುವುದರಿಂದ

$\sqrt{250}$ ರ ಸಮೀಪದ ಅಂದಾಜು ಬೆಲೆ = 16

ಅಭ್ಯಾಸ 5

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳಾವುವು?

(i) 81 (ii) 272 (iii) 799 (iv) 3853 (v) 1234 (vi) 26387 (vii) 52698 (viii) 99880 (ix) 12796 (x) 55555

ಪರಿಹಾರ:

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ	ವರ್ಗದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ
i.	81	1	1
ii.	272	2	4
iii.	799	9	1
iv.	3853	3	9
v.	1234	4	6
vi.	26387	7	9
vii	52698	8	4
viii	99880	0	0
ix	12796	6	6
x	55555	5	5

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳಲ್ಲ. ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.

(i) 1057 (ii) 23453 (iii) 7928 (iv) 22222 (v) 64000 (vi) 89722 (vii) 222000 (viii) 505050

ಪರಿಹಾರ:

ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1, 4, 5, 6, 9 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯ 0 ಗಳಿರಬೇಕು.

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೇ?	ಕಾರಣ
i.	1057	ಅಲ್ಲ	ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 7
ii.	23453	ಅಲ್ಲ	ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 3
iii.	7928	ಅಲ್ಲ	ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 8
iv.	22222	ಅಲ್ಲ	ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 2
v.	64000	ಅಲ್ಲ	ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ
vi.	89722	ಅಲ್ಲ	ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 2
vii	222000	ಅಲ್ಲ	ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ
viii	505050	ಅಲ್ಲ	ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ?

(i) 431 (ii) 2826 (iii) 7779 (iv) 82004

ಪರಿಹಾರ:

ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಗಳು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ,

(i) 431 ಮತ್ತು (iii) 7779 ರ ವರ್ಗಗಳು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಬಿಟ್ಟ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$11^2 = 121$
$101^2 = 10201$
$1001^2 = 1002001$
$100001^2 = 1$ ----2----1
$10000001^2 =$ ---------------
$11^2 = 121$
$101^2 = 10201$
$1001^2 = 1002001$
$100001^2 =$ 1 **0000200001**
$10000001^2 =$ **100000020000001**

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಖಾಲಿ ಇರುವ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

$11^2 = 121$
$101^2 = 10201$
$10101^2 = 102030201$
$1010101^2 =$ **1020304030201**
101010101^2 $= 10203040504030201$

6. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

1^2	+	2^2	+	2^2	=	3^2		
2^2	+	3^2	+	6^2	=	7^2		
3^2	+	4^2	+	12^2	=	13^2		
4^2	+	5^2	+	$_^2$	=	21^2		
5^2	+	$_^2$	+	30^2	=	31^2		
6^2	+	7^2	+	$_^2$	=	$_^2$		

1^2	+	2^2	+	2^2	=	3^2
2^2	+	3^2	+	6^2	=	7^2
3^2	+	4^2	+	12^2	=	13^2
4^2	+	5^2	+	**20^2**	=	21^2
5^2	+	**6^2**	+	30^2	=	31^2
6^2	+	7^2	+	**42^2**	=	**43^2**

7. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸದೆಯೇ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 1+3+7+9
(ii) 1+3+7+9+11+13+15+17+19
(iii) 1+3+7+9+11+13+15+17+19+21+23

ಪರಿಹಾರ:

(i) 1+3+5+ 7+9
$= 5^2 = 25$
(ii) 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19
$= 10^2 = 100$
(iii)1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23
$= 12^2 = 144$

8. 49ನ್ನು 7 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49

9. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ?

(i) 12 ಮತ್ತು 13 (ii) 25 ಮತ್ತು 26
(iii) 99 ಮತ್ತು 100

ಪರಿಹಾರ:

n^2 ಮತ್ತು $(n+1)^2$ ಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಅಲ್ಲದ 2n ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.

(i) 12 ಮತ್ತು 13

$n = 12 \Rightarrow 2n = 24$
ಆದ್ದರಿಂದ 12 ಮತ್ತು 13 ರ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವೆ 24 ವರ್ಗ ಅಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ.

(ii) 25 ಮತ್ತು 26

$n = 25 \Rightarrow 2n = 50$
ಆದ್ದರಿಂದ 25 ಮತ್ತು 26 ರ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವೆ 50 ವರ್ಗ ಅಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ.

(iii) 99 ಮತ್ತು 100

$n = 99 \Rightarrow 2n = 198$
ಆದ್ದರಿಂದ 99 ಮತ್ತು 100 ರ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವೆ 198 ವರ್ಗ ಅಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 5.2

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 32 (ii) 35 (iii) 86 (iv) 93 (v) 71 (vi) 46

ಪರಿಹಾರ:

(i) 32

$32^2 = (30 + 2)^2$
$30(30 + 2) + 2(30 + 2)$
$900 + 60 + 60 + 4$
1024

(ii) 35

$35^2 = (30 + 5)^2$
$30(30 + 5) + 5(30 + 5)$
$900 + 150 + 150 + 25$
1225

(iii) 86

$86^2 = (80 + 6)^2$
$80(80 + 6) + 6(80 + 6)$
$6400 + 480 + 480 + 36$
7396

(iv) 93

$93^2 = (90 + 3)^2$
$90(90 + 3) + 3(90 + 3)$
$8100 + 270 + 270 + 9$
8649

(v) 71

$71^2 = (70 + 1)^2$

$70(70 + 1) + 1(70 + 1)$

$4900 + 70 + 70 + 1$

5041

(vi) 46

$46^2 = (40 + 6)^2$

$40(40 + 6) + 6(40 + 6)$

$1600 + 240 + 240 + 36$

2116

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 6 (ii) 14 (iii) 16 (iv) 18

ಪರಿಹಾರ:

ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ $m > 1$ ಆದಾಗ,

$$(2m)^2 + (m^2 - 1)^2 = (m^2 + 1)^2$$

ಇಲ್ಲಿ $2m$, $(m^2 - 1)$ $(m^2 + 1)$ಗಳು ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು.

(i) 6

$2m = 6$

$\Rightarrow m = 3$

$\therefore (m^2 - 1) = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

$m^2 + 1 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು

6, 8, 10

(ii) 14

$2m = 14$

$\Rightarrow m = 7$

$\therefore (m^2 - 1) = 7^2 - 1 = 49 - 1 = 48$

$m^2 + 1 = 7^2 + 1 = 49 + 1 = 50$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು

14, 48, 50

(iii) 16

$2m = 16$

$\Rightarrow m = 8$

$\therefore (m^2 - 1) = 8^2 - 1 = 64 - 1 = 63$

$m^2 + 1 = 8^2 + 1 = 64 + 1 = 65$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು

16, 63, 65

(iv) 18

$2m = 18$

$\Rightarrow m = 9$

$\therefore (m^2 - 1) = 9^2 - 1 = 81 - 1 = 80$

$m^2 + 1 = 9^2 + 1 = 81 + 1 = 82$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು

18, 80, 82

ಅಭ್ಯಾಸ 5.3

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದಾದ ಅಂಕಿಗಳು ಯಾವುವು?

(i) 9801 (ii) 99856 (iii) 998001 (iv) 657666025

ಪರಿಹಾರ:

(i) 9801 – 1 ಅಥವಾ 9

(ii) 99856 - 4 ಅಥವಾ 9

(iii) 998001 – 1 ಅಥವಾ 9

(iv) 657666025 – 5

2. ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡದೇ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿ. (i) 153 (ii) 257 (iii) 408 (iv) 441

ಪರಿಹಾರ:

ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ 0,1,4,5,6 ಮತ್ತು 9 ಈ ಅಂಕಿಗಳು ಮಾತ್ರ ಬರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

(i) 153 - ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಅಲ್ಲ

(ii) 257 - ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಅಲ್ಲ

(iii) 408 - ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಅಲ್ಲ

(iv) 441 - ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ

3. ಪುನರಾವರ್ತಿತ ವ್ಯವಕಲನದ ಮೂಲಕ 100 ಮತ್ತು 169ರ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

100

100 – 1 = 99	75 – 11 = 64
99 – 3 = 96	64 – 13 = 51
96 – 5 = 91	51 – 15 = 36
91 – 7 = 84	36 – 17 = 19
84 – 9 = 75	19 – 19 = 0

ಮೊದಲ 10 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 0 ಬಂದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 100 ರ ವರ್ಗಮೂಲ = 10

169

169 – 1 = 168	133 – 13 = 120
168 – 3 = 165	120 – 15 = 105
165 – 5 = 160	105 – 17 = 88
160 – 7 = 153	88 – 19 = 69
153 – 9 = 144	69 – 21 = 48
144 – 11 = 133	48 – 23 = 25
	23 – 25 = 0

ಮೊದಲ 13 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 0 ಬಂದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 169 ರ ವರ್ಗಮೂಲ = 13

4. ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 729 (ii) 400 (iii) 1764 (iv) 4096 (v) 7744 (vi) 9604 (vii) 5929 (viii) 9216 (ix) 529 (x) 8100

ಪರಿಹಾರ:

(i) 729

3	**729**
3	243
3	081
3	027
3	009
3	003
	001

$729 = 3\times3\times3\times3\times3\times3$

$= \overline{3\times3}\times\overline{3\times3}\times\overline{3\times3}$

$\sqrt{729} = 3\times3\times3$

$\sqrt{729} = 27$

(ii) 400

2	**400**
2	200
2	100
2	050
5	025
5	005
	001

$400 = 2\times2\times2\times2\times5\times5$

$= \overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{5\times5}$

$\sqrt{400} = 2\times2\times5$

$\sqrt{729} = 20$

(iii) 1764

2	**1764**
2	0882
3	0441
3	0147
7	0049
7	0007
	0007

$1764 = 2\times2\times3\times3\times7\times7$

$= \overline{2\times2}\times\overline{3\times3}\times\overline{7\times7}$

$\sqrt{1764} = 2\times3\times7$

$\sqrt{729} = 42$

(iv) 4096

2	**4096**
2	2048
2	1024
2	0512
2	0256
2	0128
2	0064
2	0032
2	0016
2	0008
2	0004
2	0002
	0001

$4096 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$

$= \overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}$

$\sqrt{4096} = 2\times2\times2\times2\times2\times2$

$\sqrt{4096} = 64$

(v) 7744

2	**7744**
2	3872
2	1936
2	0968
2	0484
2	0242
11	0121
11	0011
	0001

7744

$= 2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times3\times3$

$= \overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{3\times3}\times\overline{3\times3}$

$\sqrt{7744}$

$= 2\times2\times2\times3\times3$

$\sqrt{7744} = 72$

(vi) 9604

2	**9604**
2	4802
7	2401
7	0343
7	0049
7	0007
	0001

$9604 = 2\times2\times7\times7\times7\times7$

$= \overline{2\times2}\times\overline{7\times7}\times\overline{7\times7}$

$\sqrt{9604} = 2\times7\times7$

$\sqrt{9604} = 98$

(vii) 5929

7	**5929**
7	0847
11	0121
11	0011

$5929 = 7\times7\times11\times11$

$= \overline{7\times7}\times\overline{11\times11}$

$\sqrt{5929} = 7\times11 \Rightarrow \sqrt{5929} = 77$

(viii) 9216

2	**9216**
2	4608
2	2304
2	1152
2	0576
2	0288
2	0144
2	0072
2	0036
2	0018
3	0009
3	0003
	0001

9216

$= 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3$

$= \overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{2\times2}\times\overline{3\times3}$

$\sqrt{9216}$

$= 2\times2\times2\times2\times2\times3$

$\sqrt{9216} = 96$

(ix) 529

23	**529**
23	023
	001

$529 = 23\times23$

$= \overline{23\times23}$

$\sqrt{529} = 23$

(x) 8100

2	8100
2	4050
3	2025
3	0675
3	0225
3	0075
5	0025
5	0005
	0001

8100

$= 2\times 2\times 3\times 3\times 3\times 3 \times 5\times 5$

$= \overline{2\times 2}\times\overline{3\times 3}\times\overline{3\times 3}\times\overline{5\times 5}$

$\sqrt{8100}$

$= 2\times 3\times 3\times 5$

$\sqrt{8100} = 90$

5.ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಕನಿಷ್ಠ ಯಾವ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ನಂತರ ಪಡೆದ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 252 (ii) 180 (iii) 1008 (iv) 2028 (v) 1458 (vi) 768

ಪರಿಹಾರ:

(i) 252

2	252
2	126
3	063
3	021
7	007
	001

$252 = 2\times 2\times 3\times 3\times 7$
ಇಲ್ಲಿ 7 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.

∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **7**

$252 \times 7 = 1764$

$\sqrt{1764} = 2\times 3\times 7 = 42$

(ii) 180

2	180
2	090
3	045
3	015
5	005
	001

$180 = 2\times 2\times 3\times 3\times 5$
ಇಲ್ಲಿ 5 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.

∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **5**

$180 \times 5 = 900$

$\sqrt{900} = 2\times 3\times 5 = 30$

(iii) 1008

2	1008
2	0504
2	0252
2	0126
3	0063
3	0021
7	0007
	0001

$1008 = 2\times 2\times 2\times 2\times 3 \times 3\times 7$
ಇಲ್ಲಿ 7 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.

∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **7**

$1008 \times 7 = 7056$

$\sqrt{7056} = 2\times 2\times 3\times 7 = 84$

(iv) 2028

2	2028
2	1014
3	0507
13	0169
13	0013
	0001

$2028 = 2\times 2\times 3\times 13\times 13$
ಇಲ್ಲಿ 3 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.

∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **3**

$2028 \times 3 = 6084$

$\sqrt{6084} = 2\times 3\times 13 = 78$

(v) 1458

2	1458
3	0729
3	0243
3	0081
3	0027
3	0009
3	0003
	0001

$1458 = 2\times 3\times 3\times 3\times 3 \times 3\times 3$
ಇಲ್ಲಿ 2 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.

∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **2**

$1458 \times 2 = 2916$

$\sqrt{2916} = 2\times 3\times 3\times 3 = 54$

(vi) 768

2	768
2	384
2	192
2	096
2	048
2	024
2	012
2	006
3	003
	001

$1008 = 2\times 2\times 2\times 2 \times 2\times 2\times 2\times 3$
ಇಲ್ಲಿ 3 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.

∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.

∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಗುಣಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **3**

$768 \times 23 = 2304$

$\sqrt{2304} = 2\times 2\times 2\times 2\times 3 = 48$

6. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಕನಿಷ್ಠ ಯಾವ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ನಂತರ ಪಡೆದ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 252 (ii) 2925 (iii) 396 (iv) 2645 (v) 2800 (vi) 1620

ಪರಿಹಾರ:

(i) 252

2	252
2	126
3	063
3	021
7	007
	001

$252 = 2\times2\times3\times3\times7$
ಇಲ್ಲಿ 7 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.
∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.
∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **7**

$252 \div 7 = 36$
$\sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$

(ii) 2925

3	2925
3	0975
5	0325
5	0065
13	0013
	0001

$2925 = 3\times3\times5\times5\times13$
ಇಲ್ಲಿ 13 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.
∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.
∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **13**

$2925 \div 13 = 225$
$\sqrt{225} = 3 \times 5 = 15$

(iii) 396

2	396
2	198
3	099
3	033
11	011
	001

$396 = 2\times2\times3\times3\times11$
ಇಲ್ಲಿ 11 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.
∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.
∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **11**

$396 \div 11 = 36$
$\sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$

(iv) 2645

5	2645
23	0529
23	0023
	0001

$2645 = 5\times23\times23$
ಇಲ್ಲಿ 5 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.
∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **5**

$2645 \div 5 = 529$
$\sqrt{529} = 23$

(v) 2800

2	2800
2	1400
2	0700
2	0350
5	0175
5	0035
7	0007
	0001

2800
$= 2\times2\times2\times2\times5\times5\times7$
ಇಲ್ಲಿ 7 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.
∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.
∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **7**

$2645 \div 7 = 400$
$\sqrt{400} = 2\times2\times5 = 20$

(vi) 1620

2	1620
2	0810
3	0405
3	0135
3	0045
3	0015
5	0005
	0001

1620
$= 2\times2\times3\times3\times3\times3\times5$
ಇಲ್ಲಿ 5 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ.
∴ ಇದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಅಲ್ಲ.
∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಮಾಡಲು ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ **5**

$1620 \div 5 = 324$
$\sqrt{324} = 2\times3\times3 = 18$

7. ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 8ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಧಾನ ಮಂತ್ರಿಯವರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪರಿಹಾರ ನಿಧಿಗೆ ಒಟ್ಟು ರೂ 2401ನ್ನು ದಾನ ನೀಡಿದರು. ಆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ದಾನ ಮಾಡಿದನು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

7	2401
7	0343
7	0049
7	0007
	0001

ದೇಣಿಗೆ ನೀಡಿದ ಮೊತ್ತ = 2401ರೂ
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ
ಆದ್ದರಿಂದ ದೇಣಿಗೆ ಮೊತ್ತ$= x\times x = x^2$
$x^2 = 2401 \Rightarrow x = \sqrt{2401}$
$\sqrt{2401} = \sqrt{7\times7\times7\times7}$
$\sqrt{2401} = 7\times7 = 49$
ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 49

8. ಒಂದು ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ 2015 ಸಸಿಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲು ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟಿವೆಯೋ ಅಷ್ಟೇ ಸಸಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ನೆಡಬೇಕು. ಹಾಗದರೆ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಸಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

3	2025
3	0675
3	0225
3	0075
5	0025
5	0005
	0001

ಒಟ್ಟು ಸಸಿಗಳು = 2025
ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ
ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಸಿಗಳು= x
$x^2 = 2025$ $x = \sqrt{2025}$
$\sqrt{2025} = \sqrt{3\times3\times3\times3\times5\times5}$
$\sqrt{2025} = 3\times3\times5 = 45$
ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಸಸಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 45
ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಸಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 45

9. 4, 9, 10 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

4, 9, 10 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಮೊದಲ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಯಬೇಕು.

	4	9	10
2	2	9	5
2	1	9	5
3	1	3	5
3	1	1	5
5	1	1	1

ಲ.ಸಾ.ಅ. = $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$

ಇಲ್ಲಿ 180ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ 5 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 180ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು 5ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಮಾಡಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ 5 ರಿಂದ 180ಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

$180 \times 5 = 900$

ಆದ್ದರಿಂದ 900 4, 9 ಮತ್ತು 10ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ.

9. 8, 15, 20 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

8, 15, 20 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಮೊದಲ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಯಬೇಕು.

	8	15	20
2	4	15	10
2	2	15	5
2	1	15	5
3	1	5	5
5	1	1	1

ಲ.ಸಾ.ಅ. = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

ಇಲ್ಲಿ 120ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ 2, 3 ಮತ್ತು 5 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 120ನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು 2, 3 ಮತ್ತು 5 ಕ್ಕೆ ಜೋಡಿ ಮಾಡಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ $2 \times 3 \times 5 = 30$ ರಿಂದ 120ಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

$120 \times 30 = 3600$

ಆದ್ದರಿಂದ 3600, 8, 15 ಮತ್ತು 20ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 5.4

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಭಾಗಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 2304 (ii) 4489 (iii) 3481 (iv) 529 (v) 3249 (vi) 1369 (vii) 5776 (viii) 7921 (ix) 576 (x) 1024 (xi) 3136 (xii) 900

ಪರಿಹಾರ:

(i) 2304

4	$\overline{23}\ \overline{04}$	48
+4	16 ↓	
88	07 04	
	07 04	
	0	

$\sqrt{2304} = 48$

(ii) 4489

6	$\overline{44}\ \overline{89}$	67
+6	36 ↓	
127	08 89	
	08 89	
	0	

$\sqrt{4489} = 67$

(iii) 3481

5	$\overline{34}\ \overline{81}$	59
+5	25 ↓	
107	09 81	
	09 81	
	0	

$\sqrt{3481} = 59$

(iv) 529

2	$\overline{5}\ \overline{29}$	23
+2	4 ↓	
43	1 29	
	1 29	
	0	

$\sqrt{529} = 23$

(v) 3249

5	$\overline{32}\ \overline{49}$	57
+5	25 ↓	
107	07 49	
	07 49	
	0	

$\sqrt{3249} = 57$

(vi) 1369

3	$\overline{13}\ \overline{69}$	37
+3	09 ↓	
67	04 69	
	04 69	
	0	

$\sqrt{1369} = 37$

(vii) 5776

7	$\overline{57}$ $\overline{76}$	76
+7	49 ↓	
146	08 76	
	08 76	
	0	

$\sqrt{5776} = 76$

(viii) 7921

8	$\overline{79}$ $\overline{21}$	89
+8	64 ↓	
169	15 21	
	15 21	
	0	

$\sqrt{7921} = 89$

(ix) 576

2	$\overline{5}$ $\overline{76}$	24
+2	4 ↓	
44	1 76	
	1 76	
	0	

$\sqrt{576} = 24$

(x) 1024

3	$\overline{10}$ $\overline{24}$	32
+3	09 ↓	
62	01 24	
	01 24	
	0	

$\sqrt{1024} = 32$

(xi) 3136

5	$\overline{31}$ $\overline{36}$	56
+5	25 ↓	
106	06 36	
	06 36	
	0	

$\sqrt{3136} = 56$

(xii) 900

3	$\overline{9}$ $\overline{00}$	30
+3	9 ↓	
60	0 00	
	0 00	
	0	

$\sqrt{900} = 30$

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.(ಯಾವುದೇ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡದೇ

(i) 64 (ii) 144 (iii) 4489 (iv) 27225 (v) 390625

ಪರಿಹಾರ:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಗುಂಪುಗಳಷ್ಟು (ಅಡ್ಡಗೆರೆ) ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳು ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

(i) 64

ಇಲ್ಲಿ 1 ಗುಂಪು ಇದೆ.

∴ ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – 1

(ii) 144

ಇಲ್ಲಿ 2 ಗುಂಪಗಳಿವೆ ಇದೆ.

ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – 2

(iii) 4489

ಇಲ್ಲಿ 2 ಗುಂಪಗಳಿವೆ ಇದೆ.

ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – 2

(iv) 27225

ಇಲ್ಲಿ 3 ಗುಂಪಗಳಿವೆ ಇದೆ.

ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – 3

(v) 390625

ಇಲ್ಲಿ 3 ಗುಂಪಗಳಿವೆ ಇದೆ.

ವರ್ಗಮೂಲದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – 3

3. ಕೆಳಗಿನ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 2.56 (ii) 7.29 (iii) 51.84 (iv) 42.25 (v) 31.36

ಪರಿಹಾರ:

(i) 2.56

1	$\overline{2}$. $\overline{56}$	1.6
+1	1 ↓	
26	1 56	
	1 56	
	0	

$\sqrt{2.56} = 1.6$

(ii) 7.29

2	$\overline{7}$. $\overline{29}$	2.7
+2	4 ↓	
47	3 29	
	3 29	
	0	

$\sqrt{7.29} = 2.7$

(iii) 51.84

7	51 . 84	7.2
+7	49 ↓	
142	02 84	
	02 84	
	0	

$\sqrt{51.84} = 7.2$

(iv) 42.25

6	42 . 25	6.5
+6	36 ↓	
125	06 25	
	06 25	
	0	

$\sqrt{42.25} = 6.5$

(v) 31.36

5	31 . 36	5.6
+5	25 ↓	
106	06 36	
	06 36	
	0	

$\sqrt{31.36} = 5.6$

4. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಅದರಿಂದ ಕಳೆಯಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಆ ರೀತಿ ಪಡೆದ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 402 (ii) 1989 (iii) 3250 (iv) 825 (v) 4000

ಪರಿಹಾರ:

(i) 402

2	4 02	20
+2	4 ↓	
40	0 02	
	0 00	
	02	

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಷ 02 ನ್ನು 402ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

402 – 02 = 400

$\sqrt{400} = 20$

(ii) 1989

4	19 89	44
+4	16 ↓	
84	03 89	
	03 36	
	53	

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಷ 53 ನ್ನು 1989ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

1989 – 53 = 1936

$\sqrt{1936} = 44$

(iii) 3250

5	32 50	57
+5	25 ↓	
107	07 50	
	07 49	
	01	

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಷ 01 ನ್ನು 3250ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

3250 – 01 = 3249

$\sqrt{3249} = 57$

(iv) 825

2	08 25	28
+2	04 ↓	
48	04 25	
	03 84	
	41	

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಷ 41 ನ್ನು 825ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

825 – 41 = 784

$\sqrt{784} = 28$

(v) 4000

6	40 00	63
+6	36 ↓	
123	04 00	
	03 69	
	31	

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಷ 31 ನ್ನು 4000ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ.

4000 – 31 = 3969

$\sqrt{3969} = 63$

5. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ಕೂಡಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಮತ್ತು ಆ ರೀತಿ ಪಡೆದ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 525 (ii) 1750 (iii) 252 (iv) 1825 (v) 6412

ಪರಿಹಾರ:

(i) 525

2	$\overline{05}\ \overline{25}$	22
+2	04 ↓	
42	01 25	
	00 84	
	41	

ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ 41 ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $22 < \sqrt{525}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ

$23^2 = 23 \times 23 = 529$ ಆಗಿದೆ.

$529 - 525 = 04$

ಆದ್ದರಿಂದ 525 ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 04. ಮತ್ತು

$\sqrt{529} = 23$

(ii) 1750

4	$\overline{17}\ \overline{50}$	41
+4	16 ↓	
81	01 50	
	00 81	
	69	

ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ 69 ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $41 < \sqrt{1750}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ

$42^2 = 42 \times 42 = 1764$ ಆಗಿದೆ.

$1764 - 1750 = 14$

ಆದ್ದರಿಂದ 1750 ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 14. ಮತ್ತು

$\sqrt{1764} = 42$

(iii) 252

1	$\overline{02}\ \overline{52}$	15
+1	01 ↓	
25	01 52	
	01 25	
	27	

ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ 27 ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $15 < \sqrt{252}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ

$16^2 = 16 \times 16 = 256$ ಆಗಿದೆ.

$256 - 252 = 04$

ಆದ್ದರಿಂದ 252 ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 04 ಮತ್ತು

$\sqrt{256} = 16$

(iv) 1750

4	$\overline{18}\ \overline{25}$	42
+4	16 ↓	
82	02 25	
	01 64	
	61	

ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ 61 ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $42 < \sqrt{1825}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ

$43^2 = 43 \times 43 = 1849$ ಆಗಿದೆ.

$1849 - 1825 = 24$

ಆದ್ದರಿಂದ 1825 ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 24. ಮತ್ತು

$\sqrt{1869} = 43$

(v) 6412

8	$\overline{64}\ \overline{12}$	80
+4	64 ↓	
80	00 12	
	00 00	
	12	

ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ 12 ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $80 < \sqrt{6412}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ

$81^2 = 81 \times 81 = 6561$ ಆಗಿದೆ.

$6561 - 6412 = 149$

ಆದ್ದರಿಂದ 6412 ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಮಾಡಲು ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ 149 ಮತ್ತು

$\sqrt{6561} = 81$

6. ಒಂದು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 441 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ = x ಆಗಿರಲಿ.

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= x^2 = 441$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ

ಆದ್ದರಿಂದ,

$x = \sqrt{441}$

$x = 21$

2	$\overline{04}\ \overline{41}$	21
+2	04 ↓	
41	00 41	
	00 41	
	0	

ಆದ್ದರಿಂದ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ = 21 ಸೆಂ.ಮೀ.

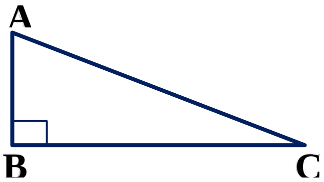
7. ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $\angle B = 90^0$

(a) AB = 6ಸೆಂ.ಮೀ. BC = 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ AC ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(b) AC = 13ಸೆಂ.ಮೀ. BC = 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಇದ್ದರೆ AB ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

(a) AB = 6ಸೆಂ.ಮೀ. BC = 8 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ AC ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

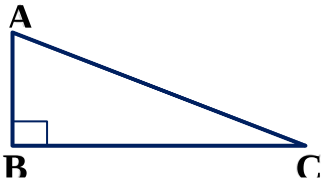
$AC^2 = 6^2 + 8^2$

$AC^2 = 36 + 64$

$AC^2 = 100$

$AC = \sqrt{100} = 10$ಸೆಂ.ಮೀ.

(b) AC = 13ಸೆಂ.ಮೀ. BC = 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಇದ್ದರೆ AB ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$13^2 = AB^2 + 5^2$

$169 = AB^2 + 25$

$AB^2 = 169 + 25$

$AB^2 = 144$

$AB = \sqrt{144} = 12$ಸೆಂ.ಮೀ.

8. ಒಬ್ಬ ತೋಟಗಾರನ ಬಳಿ 1000 ಸಸಿಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮವಿರುವಂತೆ ನೆಡಲು ಇಚ್ಛಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಲು ಅವನಿಗೆ ಇನ್ನು ಕನಿಷ್ಟ ಎಷ್ಟು ಸಸಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಒಟ್ಟು ಸಸಿಗಳು = 1000

3	$\overline{10}\ \overline{00}$	31
+3	09 ↓	
61	01 00	
	00 61	
	39	

ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷ 39 ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $31 < \sqrt{1000}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ

$32^2 = 32 \times 32 = 1024$ ಆಗಿದೆ.

$1024 - 1000 = 24$

ಆದ್ದರಿಂದ ಅವನು 32 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು 32 ಕಂಬಸಾಲುಗಳಿರುವಂತೆ ನೆಡಲು ಇನ್ನು 24 ಹೆಚ್ಚು ಸಸಿಗಳು ಬೇಕು.

9. ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 500 ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಕವಾಯತು ಮಾಡಲು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮವಿರುವಂತೆ ನಿಲ್ಲಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹಾಗೆ ನಿಂತ ನಂತರ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳು ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಿಂದ ಹೊರಗುಳಿಯುತ್ತಾರೆ?

ಪರಿಹಾರ:

2	$\overline{05}\ \overline{00}$	22
+2	04 ↓	
42	01 00	
	00 84	
	16	

ಆದ್ದರಿಂದ 500 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು 22 ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು 22 ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು.ಮತ್ತು ಆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಿಂದ 16 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೊರಗುಳಿಯುತ್ತಾರೆ

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–1

ಅಧ್ಯಾಯ 6

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

Algebraic Equations and Identities

Copy rights reserved

Attractive Maths Solution

ಅಧ್ಯಾಯ 6

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಎಂದರೇನು?
- ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ.
- ಬೀಜಪದಗಳು, ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳು.
- ಏಕಪದೋಕ್ತಿ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು.
- ಸಜಾತಿಯ ಮತ್ತು ವಿಜಾತಿಯ ಪದಗಳು.
- ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ.
- ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಪರಿಚಯ.
- ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು.
- ಮೂರು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಏಕಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.
- ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.
  - ❖ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.
- ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.
  - ❖ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.
  - ❖ ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.
- ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಎಂದರೇನು?
  - ❖ ಮಾನಕ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ
  - ❖ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣದ ಅನ್ವಯ

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು:

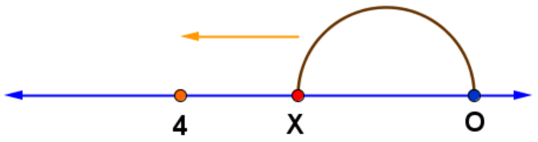
x, $2x + 3$, $3x^2$, $4xy + 5$ ಈ ರೀತಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದ ಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಎನ್ನುವರು. ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಚರಾಕ್ಷರ, ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ. ಅದು ಹಾಗೂ + ಅಥವಾ – ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

$2y - 5$ ಇದು y ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನೂ ಮತ್ತು 2 ಮತ್ತು 5 ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯು y ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ನಿರ್ಧರಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

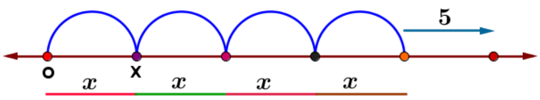
ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4xy + 7$ ಎಂಬುದು ಚರಾಕ್ಷರ x ಮತ್ತು y ಹಾಗೂ ಸ್ಥಿರಾಂಕ 4 ಮತ್ತು 7 ರಿಂದ ರಚಿತವಾಗಿದೆ.

ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ:

ಬೀಜೋಕ್ತಿ $x + 5$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಚರಾಕ್ಷರ x ನ ಸ್ಥಾನವು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ X ಆಗಿರಲಿ. X ಬಿಂದುವು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎಲ್ಲಿ ಬೇಕಾದರೂ ಇರಲಿ. ಇದರ ಬಲಗಡೆ 5 ಏಕಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ P ಬಿಂದುವು $x + 5$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ $x - 4$ ಎಂಬುದು X ನ ಎಡಗಡೆ 4 ಏಕಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.



$4x$ ಮತ್ತು $4x + 5$ರ ಸ್ಥಾನ



ಬೀಜಪದಗಳು, ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳು

$7xy - 5x$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು $7xy$ ಮತ್ತು $-5x$ ಎಂಬ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. $7xy$ ಎಂಬ ಪದವು 7, x ಮತ್ತು y ಎಂಬ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. **ಒಂದು ಪದದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ಅಥವಾ ಸರಳವಾಗಿ ಸಹಗುಣಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಬೀಜಪದ $7xy$ ನಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 7 ಮತ್ತು $-5x$ ನಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ –5.**

ಏಕಪದೋಕ್ತಿಗಳು, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

ಏಕಪದೋಕ್ತಿ: ಒಂದೇ ಒಂದು ಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಏಕಪದೋಕ್ತಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ: $4x^2$, $3xy$, $-7z$, $5xy^2$, $10y$, -9, $82mnp$. ಇತ್ಯಾದಿ.

ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ: ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ: $a + b$, $4l + 5m$, $a + 4$, $5 - 3xy$, $z^2 - 4y^2$. ಇತ್ಯಾದಿ.

ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ: ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ: $a + b + c$, $2x + 3y - 5$, $x^2y - xy^2 + y2$. ಇತ್ಯಾದಿ.

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ:ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಸಹಗುಣಕ ಹೊಂದಿರುವ, ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಘಾತಸೂಚಿ ಹೊಂದಿರುವ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳಿಂದಾದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಒಂದು ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ: $a + b + c + d$, $3xy$, $7xyz - 10$, $2x + 3y + 7z$. ಇತ್ಯಾದಿ

ಸಜಾತಿ ಮತ್ತು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ ಅವು ಸಜಾತಿಯ ಪದಗಳು. ಚರಾಕ್ಷರ ಅಥವಾ ಘಾತಸೂಚಿ ಇಲ್ಲವೇ ಅವೆರಡೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ಅವು ವಿಜಾತಿಯ ಪದಗಳು.

7x, 14x, –13x, 5x2, 7y, 7xy, –9y2, –9x2, –5yx ಇವುಗಳಲ್ಲಿ:

7x, 14x, –13x ಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು.

$5x^2$ ಮತ್ತು $-9x^2$ ಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು.

7x ಮತ್ತು 7xy ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು

7x ಮತ್ತು $5x^2$ ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು.

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ

ಉದಾಹರಣೆ 1:

7xy + 5yz – 3zx, 4yz + 9zx – 4y, –3xz + 5x – 2xy ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

xz ಮತ್ತು zx ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.

+7xy	+5yz	-3zx		
	+4yz	+9zx	-4y	
-2xy		-3xz		+5x
+5xy	**+9yz**	**+3zx**	**-4y**	**+5x**

ಉದಾಹರಣೆ 2: $5x^2 - 4y^2 + 6y - 3$ನ್ನು $7x^2 - 4xy + 8y^2 + 5x - 3y$ ನಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ.

$+7x^2$	$+8y^2$	$-3y$	-4xy	+5x	
$+5x^2$	$-4y^2$	+6y			-3
(-)	(+)	(-)			(+)
$+2x^2$	**$+12y^2$**	**-9y**	**-4xy**	**+5x**	**+3**

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಅದರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಎರಡೂ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು.

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ; ಪರಿಚಯ

ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು

ಎರಡು ಏಕಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಉದ್ದ	ಅಗಲ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
3x	**5y**	**3x × 5y= 15xy**
9y	**$4y^2$**	**..................**
4ab	**5bc**	**..................**
21^2m	**$31m^2$**	**..................**

ಪರಿಹಾರ

ಉದ್ದ	ಅಗಲ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
3x	5y	3x × 5y= 15xy
9y	$4y^2$	$36y^3$
4ab	5bc	$20a\,b^2c$
21^2m	$31m^2$	$6\,l^3\,m^3$

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

	ಉದ್ದ	ಅಗಲ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
(i)	**2ax**	**3by**	**5cz**
(ii)	**m^2n**	**n^2p**	**p^2m**
(iii)	**2q**	**$4q^2$**	**$8q^3$**

ಪರಿಹಾರ:

ಗಾತ್ರ (ಘನಫಲ) = ಉದ್ದ × ಅಗಲ × ಎತ್ತರ

ಆದ್ದರಿಂದ,

(i) ಗಾತ್ರ = (2ax) × (3by) × (5cz)

= 2 × 3 × 5 × (ax) × (by) × (cz)

= 30abcxyz

(ii) ಗಾತ್ರ $= m^2n \times n^2p \times p^2m$

$= (m^2 \times m) \times (n \times n^2) \times (p \times p^2)$

$= m^3n^3p^3$

(iii) ಗಾತ್ರ $= 2q \times 4q^2 \times 8q^3$

$= 2 \times 4 \times 8 \times q \times q^2 \times q^3$

$= 64q^6$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.

ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.

ನಾವು ಏಕಪದೋಕ್ತಿ 3x ನ್ನು ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ 5y + 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸೋಣ.

ಅಂದರೆ, 3x × (5y + 2) = ?

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ,

3x × (5y + 2) = (3x × 5y) + (3x × 2)

= 15xy + 6x.

ಅದೇ ರೀತಿ, (–3x) × (–5y + 2)

= (–3x) × (–5y) + (–3x) × (2)

= 15xy – 6x

ಮತ್ತು 5xy × (y2 + 3)
= (5xy × y2) + (5xy × 3)
= 5xy3 + 15xy.

ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು

3p × (4p2 + 5p + 7) ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.
ಈ ಮೊದಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಂತೆ ನಾವು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ ಬಳಸೋಣ.

$3p \times (4p^2 + 5p + 7)$
$= (3p \times 4p^2) + (3p \times 5p) + (3p \times 7)$
$= 12p^3 + 15p^2 + 21p$

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಬೀಜೋಕಿಗ್ತಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸೂಚಿಸಿದ ಪ್ರಕಾರ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) x = 1 ಆದಾಗ x (x – 3) + 2

(ii) y = –2 ಆದಾಗ 3y (2y – 7) – 3 (y – 4) – 63

ಪರಿಹಾರ:

(i) $x (x – 3) + 2 = x^2 – 3x + 2$
x = 1 ಆದರೆ,
$x^2 – 3x + 2 = (1)2 – 3 (1) + 2$
= 1 – 3 + 2
= 3 – 3
= 0

(ii) 3y (2y – 7) – 3 (y – 4) – 63
$= 6y^2 – 21y – 3y + 12 – 63$
$= 6y^2 – 24y – 51$
= 6 × 4 + 24 × 2 – 51
= 24 + 48 – 51
= 72 – 51
= 21

ಉದಾಹರಣೆ 6 :

ಕೂಡಿಸಿ: (i) 5m (3 – m) ಮತ್ತು $6m^2$ – 13m

(ii) 4y ($3y^2$ + 5y – 7) ಮತ್ತು 2($y^3 – 4y^2$ + 5)

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಮೊದಲ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ,
5m (3 – m) = (5m × 3) – (5m× m)
$= 15m – 5m^2$
ಇದಕ್ಕೆ ಎರಡನೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಕೂಡಿದಾಗ,
$15m – 5m^2 + 6m^2 – 13m$
$= m^2 + 2m$

(ii) ಮೊದಲ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ,
$4y (3y^2 + 5y – 7)$
$= (4y \times 3y^2) + (4y \times 5y) + [(4y \times (–7)]$
$= 12y^3 + 20y^2 – 28y$
ಎರಡನೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ,
$2(y^3 – 4y^2 + 5)$
$= 2y^3 + 2 \times (– 4y^2) + 2 \times 5$
$= 2y^3 – 8y^2 + 10$
ಈಗ ಎರಡೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$+12y^3$	$+ 20y^2$	– 28y	
$+ 2y^3$	$– 8y^2$		+ 10
$+14 y^3$	**$+ 12y^2$**	**– 28y**	**+ 10**

ಉದಾಹರಣೆ 7: 3pq (p – q) ನ್ನು 2pq (p + q) ರಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಈಗ, $3pq (p – q) = 3p^2q – 3pq^2$
ಮತ್ತು $2pq (p + q) = 2p^2q + 2pq^2$
ಕಳೆದಾಗ,

$+2p^2q$	$+ 2pq^2$
$+3p^2q$ (-)	$– 3pq^2$ (+)
$– p^2q$	$+5pq^2$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.

ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಗುಣಿಸಿ.

(i) (x – 4) ಮತ್ತು (2x + 3)

(ii) (x – y) ಮತ್ತು (3x + 5y)

ಪರಿಹಾರ:

(i) (x – 4) × (2x + 3)
= x × (2x + 3) – 4 × (2x + 3)
= (x × 2x) + (x × 3) – (4 × 2x) – (4 × 3)
= 2x2 + 3x – 8x – 12
= 2x2 – 5x – 12 (ಸಜಾತಿ ಪದ ಕೂಡಿದೆ)

(ii) (x – y) × (3x + 5y)
= x × (3x + 5y) – y × (3x + 5y)
= (x × 3x) + (x × 5y) – (y × 3x) – (y × 5y)
$= 3x^2 + 5xy – 3yx – 5y^2$
$= 3x^2 + 2xy – 5y^2$ (ಸಜಾತಿ ಪದ ಕೂಡಿದೆ)

ಉದಾಹರಣೆ 9: ಗುಣಿಸಿ.

(i) (a + 7) ಮತ್ತು (b – 5)

(ii) ($a^2 + 2b^2$) ಮತ್ತು (5a – 3b)

ಪರಿಹಾರ:

(i) (a + 7) × (b – 5)
= a × (b – 5) + 7 × (b – 5)
= ab – 5a + 7b – 35
ಇಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು ಇಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

(ii) ($a^2 + 2b^2$) × (5a – 3b)
$= a^2 (5a – 3b) + 2b^2 \times (5a – 3b)$
$= 5a^3 – 3a^2b + 10ab^2 – 6b^3$

ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು

ಉದಾಹರಣೆ 10 :

ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ:(a + b) (2a – 3b + c) – (2a – 3b) c

ಪರಿಹಾರ:

(a + b) (2a – 3b + c)
= a (2a – 3b + c) + b (2a – 3b + c)
= $2a^2$ – 3ab + ac + 2ab – $3b^2$ + bc
= $2a^2$ – ab – $3b^2$ + bc + ac
(–3ab, 2ab ಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು)

ಮತ್ತು (2a – 3b) c = 2ac – 3bc
ಆದ್ದರಿಂದ,

(a + b) (2a – 3b + c) – (2a – 3b) c
= $2a^2$ – ab – $3b^2$ + bc + ac – (2ac – 3bc)
= $2a^2$ – ab – $3b^2$ + bc + ac – 2ac + 3bc
= $2a^2$ – ab – $3b^2$ + (bc + 3bc) + (ac – 2ac)
= $2a^2$ – 3b2 – ab + 4bc – ac.

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಎಂದರೇನು?

ಕೆಲವು ಸಮೀಕರಣದ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ LHS = RHS ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಚರಾಕ್ಷರದ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಸತ್ಯವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮತೆಯನ್ನು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ.

ಮಾನಕ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

(Standard Identities)

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಯುತ್ತೇವೆ.

(i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
(ii) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
(iii) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
(iv) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ಅನ್ವಯ.

ಉದಾಹರಣೆ 10 :

I ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(2x + 3y)^2$ (ii) 1032

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(2x + 3y)^2$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
= $(2x)^2$ + 2(2x) (3y) + $(3y)^2$
= $4x^2$ + 12xy + $9y^2$
(ii) $(103)^2 = (100 + 3)^2$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
= 100^2 + 2 × 100 × 3 + 32
= 10000 + 600 + 9
= 10609

ಉದಾಹರಣೆ 12:

II ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(4p – 3q)^2$ (ii) $(4.9)^2$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(4p – 3q)^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
= $(4p)^2$ – 2 (4p) (3q) + $(3q)^2$
= $16p^2$ – 24pq + $9q^2$

(ii) $(4.9)^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
= $(5.0 – 0.1)^2$
= $(5.0)^2$ – 2 (5.0) (0.1) + $(0.1)^2$
= 25.00 – 1.00 + 0.01
= 24.01

ಉದಾಹರಣೆ 13: III ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i)) $\left(\frac{3}{2}m + \frac{2}{3}n\right)\left(\frac{3}{2}m - \frac{2}{3}n\right)$
(ii) $983^2 – 17^2$
(iii) 194 × 206

ಪರಿಹಾರ:

(i)) $\left(\frac{3}{2}m + \frac{2}{3}n\right)\left(\frac{3}{2}m - \frac{2}{3}n\right)$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
$= \left(\frac{3}{2}m\right)^2 - \left(\frac{2}{3}n\right)^2$
$= \frac{9}{4}m^2 - \frac{9}{4}n^2$
(ii) $983^2 – 17^2$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
= (983 + 17) (983 – 17)
= 1000 × 966
= 966000
(iii) 194 × 206
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
= (200 – 6)(200 + 6)
= $200^2 – 6^2$
= 40000 – 36
= 39964

ಉದಾಹರಣೆ 14 :

(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b) x + ab ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 501 × 502 (ii) 95 × 103.

ಪರಿಹಾರ:

(i) 501 × 502
= (500 + 1) × (500 + 2) =
5002 + (1 + 2) × 500 + 1 × 2
= 250000 + 1500 + 2
= 251502
(ii) 95 × 103
= (100 – 5) × (100 + 3)
= 1002 + (–5 + 3) × 100 + (–5) × 3
= 10000 + (– 2) × 100 – 15
= 10000 – 200 – 15
= 9785.

ಅಭ್ಯಾಸ 6.1

1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(i) $5xyz^2 - 3zy$
(ii) $1 + x + x^2$
(iii) $4x^2y^2 - 4x^2y^2z^2 + z^2$
(iv) $3 - pq + qr - rp$
(v) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - 2$
(vi) $0.3a - 0.6ab + 0.5b$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $5xyz^2 - 3zy$

ಪದಗಳು: $5xyz^2$ ಮತ್ತು $-3zy$

$5xyz^2$ - ಬೀಜಪದಗಳು xyz^2 ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 5

$-3zy$ - ಬೀಜಪದಗಳು zy ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ -3

(ii) $1 + x + x^2$

ಪದಗಳು: 1, x ಮತ್ತು x^2

1 - ಬೀಜಪದಗಳು ಇಲ್ಲ, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 1

x - ಬೀಜಪದಗಳು x, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 1

x^2 - ಬೀಜಪದಗಳು x^2, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 1

(iii) $4x^2y^2 - 4x^2y^2z^2 + z^2$

ಪದಗಳು: $4x^2y^2$, $-4x^2y^2z^2$ ಮತ್ತು z^2

$4x^2y^2$ - ಬೀಜಪದಗಳು x^2y^2, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 4

$-4x^2y^2z^2$ - ಬೀಜಪದಗಳು $x^2y^2z^2$, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ -4

z^2 - ಬೀಜಪದಗಳು z^2, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 1

(iv) $3 - pq + qr - rp$

ಪದಗಳು: 3, $-pq$, qr ಮತ್ತು $-rp$

3 - ಬೀಜಪದಗಳು ಇಲ,ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 3

$-pq$ - ಬೀಜಪದಗಳು pq, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ -1

qr - ಬೀಜಪದಗಳು qr, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 1

$-rp$ - ಬೀಜಪದಗಳು rp, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ -1

(v) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - 2$

ಪದಗಳು: $\frac{x}{2}$, $\frac{y}{2}$ ಮತ್ತು -2

$\frac{x}{2}$ - ಬೀಜಪದಗಳು x, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ $\frac{1}{2}$

$\frac{y}{2}$ - ಬೀಜಪದಗಳು y, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ $\frac{1}{2}$

-2 - ಬೀಜಪದಗಳು ಇಲ್ಲ, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ -2

(vi) $0.3a - 0.6ab + 0.5b$

ಪದಗಳು: $0.3a$, $-0.6ab$ ಮತ್ತು $0.5b$

$0.3a$- ಬೀಜಪದಗಳು a, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ 0.3

$-0.6ab$- ಬೀಜಪದಗಳು ab,ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ-0.6

$0.5b$- ಬೀಜಪದಗಳು b, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ – 0.5

2. ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಏಕಪದೋಕ್ತಿ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ, ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ. ಈ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಸೇರದ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಯಾವುವು?

$x + y$, 1000, $x + x^2 + x^3 + x^4$, $7 + y + 5x$, $2y - 3y^2$, $2y - 3y^2 + 4y^3$, $5x - 4y + 3xy$, $4z - 15z^2$, $ab + bc + cd + da$, pqr, $p^2q + pq^2$, $2p + 2q$

ಪರಿಹಾರ:

ಏಕಪದೋಕ್ತಿ:1000, pqr

ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ:$x + y$, $2y - 3y^2$,$p^2q + pq^2$, $2p + 2q$

ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ

$7 + y + 5x$, $2y - 3y^2 + 4y^3$, $5x - 4y + 3xy$,

ಈ ಮೂರು ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಸೇರದ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

$x + x^2 + x^3 + x^4$, $ab + bc + cd + da$

3. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರಿ.

(i) $ab - bc$, $bc - ca$, $ca - ab$
(ii) $a - b + ab$, $b - c + bc$, $c - a + ac$
(iii) $2p^2q^2 - 3pq + 4$, $5 + 7pq - 3p^2q^2$
(iv) $l^2 + m^2$, $m^2 + n^2$, $n^2 + l^2$, $2lm + 2mn + 2nl$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $ab - bc$, $bc - ca$, $ca - ab$

$+ab$	$-bc$	
	$+bc$	$-ca$
$-ab$		$+ca$
0	**0**	**0**

(ii) $a - b + ab$, $b - c + bc$, $c - a + ac$

$+a$	$-b$		$+ab$		
	$+b$	$-c$		$+bc$	
$-a$		$+c$			$+ac$
0	**0**	**0**	**$+ab$**	**$+bc$**	**$+ac$**

(iii) $2p^2q^2 - 3pq + 4$, $5 + 7pq - 3p^2q^2$

$+2p^2q^2$	$-3pq$	$+4$
$-3p^2q^2$	$+7pq$	$+5$
$-p^2q^2$	**$+4pq$**	$+9$

(iv) $l^2 + m^2$, $m^2 + n^2$, $n^2 + l^2$, $2lm + 2mn + 2nl$

$+l^2$	$+m^2$				
	$+m^2$	$+n^2$			
$+l^2$		$+n^2$			
			$+2lm$	$+2mn$	$+2nl$
$+2l^2$	$+2m^2$	$+2n^2$	**$+2lm$**	**$+2mn$**	**$+2nl$**

4. (a) $4a - 7ab + 3b + 12$ ನ್ನು

$12a - 9ab + 5b - 3$ ರಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ.

(b) $3xy + 5yz - 7zx$ ನ್ನು

$5xy - 2yz - 2zx + 10xyz$ ರಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ.

(c) $4p^2q – 3pq + 5pq^2 – 8p + 7q – 10$ನ್ನು $18 – 3p – 11q + 5pq – 2pq^2 + 5p^2q$ ನಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

(a) 4a – 7ab + 3b + 12 ನ್ನು 12a – 9ab + 5b – 3 ರಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ.

+12a	-9ab	+ 5b	- 3
+ 4a (-)	- 7ab (+)	+ 3b (-)	+ 12 (-)
+ 8a	**- 2ab**	**+ 2b**	**- 15**

(b) 3xy + 5yz –7zx ನ್ನು 5xy –2yz –2zx + 10xyz ನಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ.

+5xy	- 2yz	- 2zx	+10xyz
+ 3xy (-)	+ 5yz (-)	- 7zx (+)	
+ 2xy	**- 7yz**	**+ 5zx**	**+ 10xyz**

(c) $4p^2q – 3pq + 5pq^2 – 8p + 7q – 10$ನ್ನು $18 – 3p – 11q + 5pq – 2pq^2 + 5p^2q$ ನಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ.

+18	-3p	- 11q	+5pq	$–2pq^2$	$+5p^2q$
-10 (+)	–8p (+)	+ 7q (-)	- 3pq (+)	$+5pq^2$ (-)	$+4p^2q$ (-)
+28	**+5p**	**-18q**	**+8pq**	**$-7 pq^2$**	**$+p^2q$**

ಅಭ್ಯಾಸ 6.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 4, 7p (ii) – 4p, 7p (iii) – 4p, 7pq
(iv) 4p3, – 3p (v) 4p, 0

ಪರಿಹಾರ:

(i) 4, 7p
4×7p =28p
(ii) – 4p, 7p
$– 4p×7p = -28p^2$
(iii) – 4p, 7pq
$– 4p×7pq = -28pq^2$
(iv) $4p^3$, – 3p
$4p^3× – 3p = –12p^4$
(v) 4p, 0
4p×0 = 0

2. ಕೆಳಗಿನ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(p, q); (10m, 5n); $(20x^2, 5y^2)$; $(4x, 3x^2)$; (3mn, 4np).

ಪರಿಹಾರ:

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ

(p, q)
= p×q = pq ಚ.ಮಾನಗಳು.
(10m, 5n)
= 10m×5n = 50mn ಚ.ಮಾನಗಳು.
$(20x^2, 5y^2)$
= $20x^2 ×5y^2 = 100x^2y^2$ ಚ.ಮಾನಗಳು.
$(4x, 3x^2)$
= $4x ×3x^2 = 12x^3$ ಚ.ಮಾನಗಳು.
(3mn, 4np)
= $3mn ×4np = 12mn^2p$ ಚ.ಮಾನಗಳು.

3. ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಮೊದಲ ಏಕಪದ→ ಎರಡನೇ ಏಕಪದ↓	2x	5y	$–3x^2$	–4xy	$7x^2y$	$–9x^2y^2$
2x	$4x^2$	…	…	…	…	…
–5y	…	…	$–15x^2y$	…	…	…
$3x^2$	…	…	…	…	…	…
–4xy	…	…	…	…	…	…
$7x^2y$	…	…	…	…	…	…
$–9x^2y^2$	…	…	…	…	…	…

ಪರಿಹಾರ:

ಮೊದಲ ಏಕಪದ→ ಎರಡನೇ ಏಕಪದ↓	2x	-5y	$3x^2$	–4xy	$7x^2y$	$–9x^2y^2$
2x	$4x^2$	-10xy	$6x^3$	$-8x^2y$	$14x^3y$	$-18x^3y^2$
–5y	-10xy	$25y^2$	$-15x^2y$	$20xy^2$	$-35x^2y^2$	$45x^2y^3$
$3x^2$	$6x^3$	$-15x^2y$	$9x^4$	$-12x^3y$	$21x^4y$	$-27x^4y^2$
–4xy	$-8x^2y$	$20xy^2$	$-12x^3y$	$16x^2y^2$	$-28x^3y^2$	$36x^3y^3$
$7x^2y$	$14x^3y$	$-35x^2y^2$	$21x^4y$	$-28x^3y^2$	$49x^4y^2$	$-63x^4y^3$
$–9x^2y^2$	$-18x^3y^2$	$45x^2y^3$	$-27x^4y^2$	$36x^3y^3$	$-63x^4y^3$	$81x^4y^4$

4. ಕೆಳಗಿನ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಗಾತ್ರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $5a, 3a^2, 7a^4$ (ii) $2p, 4q, 8r$

(iii) $xy, 2x^2y, 2xy^2$ (iv) $a, 2b, 3c$.

ಪರಿಹಾರ:

(i) $5a, 3a^2, 7a^4$

ಆಯತಾಕಾರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ =ಉದ್ದ×ಅಗಲ ×ಎತ್ತರ

$= 5a\times3a^2\times7a^4 = 105a^7$ ಘನ ಮಾನಗಳು

(ii) $2p, 4q, 8r$

ಆಯತಾಕಾರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ =ಉದ್ದ×ಅಗಲ ×ಎತ್ತರ

$= 2p\times4q\times8r = 64pqr$ ಘನ ಮಾನಗಳು

(iii) $xy, 2x^2y, 2xy^2$

ಆಯತಾಕಾರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ =ಉದ್ದ×ಅಗಲ ×ಎತ್ತರ

$= xy\times2x^2y\times2xy^2 = 4x^4y^4$ ಘನ ಮಾನಗಳು

(iv) $a, 2b, 3c$.

ಆಯತಾಕಾರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ =ಉದ್ದ×ಅಗಲ ×ಎತ್ತರ

$= a\times2b\times3c = 6abc$ ಘನ ಮಾನಗಳು

5. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) xy, yz, zx (ii) $a, -a^2, a^3$

(iii) $2, 4y, 8y^2, 16y^3$ (iv) $a, 2b, 3c, 6abc$

(v) $m, -mn, mnp$

ಪರಿಹಾರ:

(i) xy, yz, zx

$= xy\times yz\times zx = x^2y^2z^2$

(ii) $a, -a^2, a^3$

$= a\times -a^2 \times a^3 = - a^6$

(iii) $2, 4y, 8y^2, 16y^3$

$= 2\times 4y \times 8y^2 \times16y^3 = 1024y^6$

(iv) $a, 2b, 3c, 6abc$

$= a \times 2b \times 3c \times 6abc = 36a^2b^2c^2$

(v) $m, -mn, mnp$

$= m \times -mn \times mnp = -m^3n^2p$

ಅಭ್ಯಾಸ 6.3

1. ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ.

(i) $4p, q + r$ (ii) $ab, a - b$

(iii) $a + b, 7a^2b^2$ (iv) $a^2 - 9, 4a$

(v) $pq + qr + rp, 0$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $4p, q + r$

$(4p) \times (q + r) = 4p \times q + 4p \times r$

$= 4pq + 4pr$

(ii) $ab, a - b$

$(ab) \times (a - b) = ab \times a - ab \times b$

$= a^2b - ab^2$

(iii) $a + b, 7a^2b^2$

$(a + b) \times (7a^2b^2) = a \times7a^2b^2 + b \times 7a^2b^2$

$= 7a^3b^2 + 7a^2b^3$

(iv) $a^2 - 9, 4a$

$(a^2 - 9) \times (4a) = a^2 \times4a - 9 \times 4a$

$= 4a^3 - 36a$

(v) $pq + qr + rp, 0$

$(pq + qr + rp) \times 0 = pq\times0 + qr\times0 + rp\times0$

$= 0 + 0 + 0 = 0$

2. ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

	ಮೊದಲ ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಎರಡನೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಗುಣಲಬ್ಧ
(i)	a	$b + c + d$	...
(ii)	$x + y - 5$	$5xy$	...
(iii)	p	$6p^2 - 7p + 5$	...
(iv)	$4p^2q^2$	$p^2 - q^2$	...
(v)	$a + b + c$	abc	...

ಪರಿಹಾರ:

	ಗುಣಲಬ್ಧ
(i)	$a \times (b + c + d)$ $=a\times b + a\times c + a\times d$ $=ab + ac + ad$
(ii)	$(x + y - 5) (5xy)$ $=x\times5xy + y\times5xy - 5\times5xy$ $=5x^2y + 5xy^2 - 25xy$
(iii)	$(p) (6p^2 - 7p + 5)$ $=p\times6p^2 - p\times7p - p\times5$ $=6p^3 - 7p^2 + 5p$
(iv)	$(4p^2q^2)(p^2 - q^2)$ $=4p^2q^2 \times p^2 - 4p^2q^2\times q^2$ $=4p^4q^2 - 4p^2q4$
(v)	$(a + b + c)(abc)$ $==a\times abc + b\times abc + c\times abc$ $=a^2bc + ab^2c + abc^2$

3. ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(a^2) \times (2a^{22}) \times (4a^{26})$

(ii) $\left(\frac{2}{3}xy\right) \times \left(\frac{-9}{10}x^2y^2\right)$

(iii) $\left(\frac{-10}{3}pq^3\right) \times \left(\frac{6}{5}p^3q\right)$

(iv) $x \times x^2 \times x^3 \times x^4$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(a^2) \times (2a^{22}) \times (4a^{26})$

$= 8a^{2+22+26} = 8a^{50}$

(ii) $\left(\frac{2}{3}xy\right) \times \left(\frac{-9}{10}x^2y^2\right)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{-9}{10} \times x \times x^2 \times y \times y^2$

$= \frac{-3}{5} x^3 y^3$

(iii) $\left(\frac{-10}{3}pq^3\right) \times \left(\frac{6}{5}p^3q\right)$

$=\frac{-10}{3} \times \frac{6}{5} \times p \times p^3 \times q^3 \times q$

$=-4p^4q^4$

(iv) $x \times x^2 \times x^3 \times x^4$

$= x^{1+2+3+4} = x^{10}$

4. (a) 3x (4x – 5) + 3 ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

x ಗೆ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಅದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $x = 3$ (ii) $x = \frac{1}{2}$

(b) a (a^2 + a + 1) + 5. ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು a ಗೆ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಅದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) a = 0, (ii) a = 1 (iii) a = – 1.

ಪರಿಹಾರ:

(a) $3x (4x – 5) + 3$

$= 3x \times 4x - 3x \times 5 + 3$

$= \mathbf{12x^2 – 15x + 3}$

(i) $x = 3$

$12x^2 – 15x + 3$

$=12\times3\times3 – 15\times3 + 3$

$=108 – 45 + 3$

$=66$

(ii) $x = \frac{1}{2}$

$12x^2 – 15x + 3$

$=12\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} – 15\times\frac{1}{2} + 3$

$=3 – \frac{15}{2} + 3$

$= \frac{6-15+6}{2}$

$= \frac{15}{2}$

(b) a (a^2 + a + 1) + 5.

$= a \times a^2 + a \times a + a \times 1 + 5$

$= \mathbf{a^3 + a^2 + a + 5}$

(i) a = 0

$a^3 + a^2 + a + 5$

$= 0^3 + 0^2 + 0 + 5$

$= 0 + 0 + 0 + 5$

$= 5$

(ii) a = 1

$a^3 + a^2 + a + 5$

$=1^3 + 1^2 + 1 + 5$

$= 1 + 1 + 1 + 5$

$= 8$

(iii) a = – 1

$a^3 + a^2 + a + 5$

$(-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 5$

$= - 1 + 1 – 1 + 5$

$= - 1 + 5$

$= 4$

5. (a) ಕೂಡಿಸಿ: p (p – q), q(q – r) ಮತ್ತು r(r – p)

(b) ಕೂಡಿಸಿ:

2x (z – x – y) ಮತ್ತು 2y (z – y – x)

(c) ಕಳೆಯಿರಿ: 3l (l – 4 m + 5 n)ನ್ನು 4l (10 n – 3 m + 2l) ರಿಂದ

(d) ಕಳೆಯಿರಿ:

3a (a + b + c) – 2 b (a – b + c) ಯನ್ನು 4c (– a + b + c) ಯಿಂದ.

ಪರಿಹಾರ:

(a) p (p – q), q(q – r) + r(r – p)

$= p \times p – p\times q + q \times q – q\times r + r\times r – r\times p$

$= p^2 – pq + q^2 – qr + r^2 – rp$

$= p^2 + q^2 + r^2 – pq – qr – rp$

(b) 2x (z – x – y) + 2y (z – y – x)

$=2x\times z - 2x\times x - 2x \times y + 2y\times z - 2y\times y -2y\times x$

$= 2xz – 2x^2 – 2xy + 2yz - 2y^2 – 2xy$

$= -2x^2 – 2y^2 – 4 xy + 2yz + 2 zx$

(c) 4l (10n – 3 m + 2l)–3l (l – 4 m + 5 n)

$=4l \times10n – 4l \times3 m + 4l\times 2l –3l \times l$

$– 3l \times –4m – 3l \times5 n)$

$=40ln -12lm + 8l^2 – 3l^2 + 9l^3 + 12lm – 15ln$

$= 5l^2 + 25ln$

(d) 4c (– a + b + c) –

3a (a + b + c) – 2 b (a – b + c)

$=4c \times-a + 4c \times b + 4c\times c –[(3a\times a +3a\times b$

$+ 3a\times c) – (2b\times a – 2b\times b + 2b\times c)]$

$= - 4ac + 4bc + 4c^2 –$

$[3a^2 + 3ab + 3ac – 2ab + 2b^2 – 2bc]$

$=-4ac + 4bc + 4c^2 – 3a^2 - ab -2b^2-3ac+2bc$

$= -3a^2-2b^2 + 4c^2 – ab + 6bc – 7ac$

ಅಭ್ಯಾಸ 6.4

1. ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ.

(i) (2x + 5) ಮತ್ತು (4x – 3)

(ii) (y – 8) ಮತ್ತು (3y – 4)

(iii) (2.5l – 0.5m) ಮತ್ತು (2.5l + 0.5m)

(iv) (a + 3b) ಮತ್ತು (x + 5)

(v) $(2pq + 3q^2)$ ಮತ್ತು $(3pq - 2q^2)$

(vi) $\left(\frac{3}{4}a^2 + b^2\right)$ ಮತ್ತು $4\left(a^2 - \frac{2}{3}b^2\right)$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(2x + 5)\times(4x - 3)$

$= 2x\times(4x - 3) + 5(4x - 3)$

$= 2x\times 4x - 2x\times 3 + 5\times 4x - 5\times 3$

$= 8x^2 - 6x + 20x - 15$

$= 8x^2 + 14x - 15$

(ii) $(y - 8)$ ಮತ್ತು $(3y - 4)$

$= y\times(3y - 4) - 8(3y - 4)$

$= y\times 3y - y\times 4 - 8\times 3y + 8\times 4$

$= 3y^2 - 4x - 24y + 32$

$= 3y^2 - 28y + 32$

(iii) $(2.5l - 0.5m)$ ಮತ್ತು $(2.5l + 0.5m)$

$= 2.5l(2.5l + 0.5m) - 0.5m(2.5l + 0.5m)$

$= 2.5l\times 2.5l + 2.5l\times 0.5m - 0.5m\times 2.5l - 0.5m\times 0.5m$

$= 6.25l^2 + 0.75lm - 0.75lm + 0.25m^2$

$= 6.25l^2 - 0.25m^2$

(iv) $(a + 3b)$ ಮತ್ತು $(x + 5)$

$= a\times(x + 5) + 3b(x + 5)$

$= a\times x + a\times 5 + 3b\times x + 3b\times 5$

$= ax + 5a + 3bx + 15b$

(v) $(2pq + 3q^2)$ ಮತ್ತು $(3pq - 2q^2)$

$= 2pq\times(3pq - 2q^2) + 3q^2(3pq - 2q^2)$

$= 6p^2q^2 - 4pq^3 + 9pq^3 - 6q^4$

$= 6p^2q^2 + 5pq^3 - 6q^4$

(vi) $\left(\frac{3}{4}a^2 + 3b^2\right)$ ಮತ್ತು $4\left(a^2 - \frac{2}{3}b^2\right)$

$\left(\frac{3}{4}a^2 + 3b^2\right)\times 4\left(a^2 - \frac{2}{3}b^2\right)$

$= \left(\frac{3}{4}a^2 + 3b^2\right)\times\left(4a^2 - \frac{8}{3}b^2\right)$

$= \frac{3}{4}a^2\left(4a^2 - \frac{8}{3}b^2\right) + 3b^2\left(4a^2 - \frac{8}{3}b^2\right)$

$= 3a^4 - 2a^2b^2 + 12a^2b^2 - \frac{8}{3}b^4$

$= 3a^4 + 10a^2b^2 - 8b^4$

2. ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(5 - 2x)(3 + x)$

(ii) $(x + 7y)(7x - y)$

(iii) $(a^2 + b)(a + b^2)$

(iv) $(p^2 - q^2)(2p + q)$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(5 - 2x)(3 + x)$

$= 5(3 + x) - 2x(3 + x)$

$= 15 + 5x - 6x - 2x^2$

$= 15 + - x + 2x^2$

(ii) $(x + 7y)(7x - y)$

$= x(7x - y) + 7y(7x - y)$

$= 7x^2 - xy + 49xy - 7y^2$

$= 7x^2 + 48xy - 7y^2$

(iii) $(a^2 + b)(a + b^2)$

$= a^2(a + b^2) + b(a + b^2)$

$= a^3 + a^2b^2 + ab + b^3$

(iv) $(p^2 - q^2)(2p + q)$

$= p^2(2p + q) - q^2(2p + q)$

$= 2p^3 + p^2q - 2pq^2 + q^3$

3. ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

(i) $(x^2 - 5)(x + 5) + 25$

(ii) $(a^2 + 5)(b^3 + 3) + 5$

(iii) $(t + s^2)(t^2 - s)$

(iv) $(a + b)(c - d) + (a - b)(c + d) + 2(ac + bd)$

(v) $(x + y)(2x + y) + (x + 2y)(x - y)$

(vi) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

(vii) $(1.5x - 4y)(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y$

(viii) $(a + b + c)(a + b - c)$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(x^2 - 5)(x + 5) + 25$

$= x^2(x + 5) - 5(x + 5) + 25$

$= x^3 + 5x^2 - 5x - 25 + 25$

$= x^3 + 5x^2 - 5x$

(ii) $(a^2 + 5)(b^3 + 3) + 5$

$= a^2(b^3 + 3) + 5(b^3 + 3) + 5$

$= a^2b^3 + 3a^2 + 5b^3 + 15 + 5$

$= a^2b^3 + 3a^2 + 5b^3 + 20$

(iii) $(t + s^2)(t^2 - s)$

$= t(t^2 - s) + s^2(t^2 - s)$

$= t^3 - ts + t^2s^2 - s^3$

(iv) $(a + b)(c - d) + (a - b)(c + d) + 2(ac + bd)$

$= a(c - d) + b(c - d) + a(c + d) - c(c + d) + 2(ac + bd)$

$= ac - ad + bc - bd + ac + ad - bc - bd + 2ac + 2bd$

$= ac + ac + 2ac + bc - bc - ad + ad - bd - bd + 2bd$

$=4ac$

(v) $(x + y)(2x + y) + (x + 2y)(x - y)$

$= x(2x + y) + y(2x + y) + x(x - y) + 2y(x - y)$

$= 2x^2 + xy + 2xy + y^2 + x^2 - xy + 2xy - 2y^2$

$= 3x^2 - y^2 + 4xy$

(vi) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

$= x(x^2 - xy + y^2) + y(x^2 - xy + y^2)$

$= x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3$

$= x^3 + y^3$

(vii) $(1.5x - 4y)(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y$

$=1.5x(1.5x + 4y + 3) - 4y(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y$

$=2.25x^2 + 6xy + 4.5x – 6xy + 16y^2 + 12y – 4.5x + 12y$
$= 2.25x^2 + 16y^2$

(viii) (a + b + c) (a + b – c)

$= a(a + b – c)+b (a + b – c) +c(a + b – c)$
$= a^2 + ab – ac + ab + b^2 –bc +ac + bc – c^2$
$= a^2 + b^2 – c^2 + 2ab$

ಅಭ್ಯಾಸ 6.5

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) (x + 3) (x + 3)
(ii) (2y + 5) (2y + 5)
(iii) (2a – 7) (2a – 7)
(iv) $\left(3a - \frac{1}{2}\right)\left(3a - \frac{1}{2}\right)$
(v) (1.1m – 0.4) (1.1m + 0.4)
(vi) $(a^2 + b^2) (– a^2 + b^2)$
(vii) (6x – 7) (6x + 7)
(viii) (– a + c) (– a + c)
(ix) $\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)$
(x) (7a – 9b) (7a – 9b)

ಪರಿಹಾರ:

(i) (x + 3) (x + 3)

$(x + 3) (x + 3) = (x + 3)^2$
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a +b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(x + 3) = x^2+ 2\times x \times3 + 3^2$
$= x^2 + 6x + 9$

(ii) (2y + 5) (2y + 5)

$(2y + 5) (2y + 5) = (2y + 5)^2$
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a +b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(2y+ 5) = (2y)^2 + 2\times 2y \times5 + 5^2$
$= 4y^2 + 29y + 25$

(iii) (2a – 7) (2a – 7)

$(2a – 7) (2a – 7) = (2a – 7)^2$
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
$(2a – 7) = (2a)^2 – 2\times 2a \times7 + 7^2$
$= 4a^2 – 28a + 49$

(iv) $\left(3a - \frac{1}{2}\right)\left(3a - \frac{1}{2}\right)$

$\left(3a - \frac{1}{2}\right)\left(3a - \frac{1}{2}\right) = \left(3a - \frac{1}{2}\right)^2$
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
$\left(3a - \frac{1}{2}\right)^2 = (3a)^2 – 2\times 3a \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$= 9a^2 – 3a + \frac{1}{4}$

(v) (1.1m – 0.4) (1.1m + 0.4)

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$
$(1.1m – 0.4) (1.1m + 0.4) = (1.1m)^2 – 0.4^2$
$= 1.21m^2 – 0.16$

(vi) $(a^2 + b^2) (– a^2 + b^2)$

$= (b^2 + a^2) (b^2 – a^2)$
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$
$(b^2 + a^2) (b^2 – a^2) = (b^2)^2– (a^2)^2 = b^4– a^4$

(vii) (6x – 7) (6x + 7)

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$
$(6x – 7) (6x + 7) = (6x)^2 – 7^2$
$= 36x^2 - 49$

(viii) (– a + c) (– a + c)

$(– a + c) (– a + c) =(c – a)(c – a)=(c – a)^2$
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
$(c – a)^2 = c^2 – 2ac + a^2$

(ix) $\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)$
$= \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{2}\right)\left(\frac{3y}{4}\right) + \left(\frac{3y}{4}\right)^2$
$= \frac{x^2}{4} + \frac{3xy}{4} + \frac{9y^2}{16}$

(x) (7a – 9b) (7a – 9b)

$(7a – 9b) (7a – 9b) = (7a – 9b)^2$
ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
$(7a – 9b)^2 = (7a)^2 – 2(7a)(9b) + (9b)^2$
$= 49a^2 – 126ab + 81b^2$

2. $(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b) x + ab$ **ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

(i) (x + 3) (x + 7)
(ii) (4x + 5) (4x + 1)
(iii) (4x – 5) (4x – 1)
(iv) (4x + 5) (4x – 1)
(v) (2x + 5y) (2x + 3y)
(vi) $(2a^2 + 9) (2a^2 + 5)$
(vii) (xyz – 4) (xyz – 2)

ಪರಿಹಾರ:

(i) (x + 3) (x + 7)

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:
$(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b) x + ab$
$(x + 3) (x + 7) = x^2 + (3 + 7)x + 3\times 7$
$= x^2 + 10x + 21$

(ii) (4x + 5) (4x + 1)

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:
$(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b) x + ab$
$(4x+5) (4x+1) = (4x)^2 + (5 + 1)4x + 5\times1$
$= 16x^2 + 24x + 5$

(iii) (4x – 5) (4x – 1)

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(4x-5)(4x-1) = (4x)^2 + (-5 -1)4x + -5\times-1$

$= 16x^2 - 24x + 5$

(iv) $(4x + 5)(4x - 1)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(4x+5)(4x-1) = (4x)^2 + (5 -1)4x + 5\times-1$

$= 16x^2 + 16x - 5$

(v) $(2x + 5y)(2x + 3y)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(2x + 5y)(2x - 3y)$

$= (2x)^2 + (5y -3y)2x + 5y \times 3y$

$= 4x^2 + 4xy + 15y^2$

(vi) $(2a^2 + 9)(2a^2 + 5)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(2a^2 + 9)(2a^2 + 5)$

$= (2a^2)^2 + (9 + 5)2a^2 + 9 \times 5$

$= 4a^4 + 28a^2 + 45$

(vii) $(xyz - 4)(xyz - 2)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(xyz - 4)(xyz - 2)$

$= (xyz)^2 + (- 4 - 2)xyz + - 4\times -2$

$= x^2y^2z^2 - 6xyz + 8$

3. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(b - 7)^2$
(ii) $(xy + 3z)^2$
(iii) $(6x^2 - 5y)^2$
(iv) $\left(\frac{2m}{3} + \frac{3n}{2}\right)^2$
(v) $(0.4p - 0.5q)^2$
(vi) $(2xy + 5y)^2$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(b - 7)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(b - 7)^2 = b^2 - 2b \times 7 + 7^2$

$= b^2 - 14b + 49$

(ii) $(xy + 3z)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(xy + 3z)^2 = (xy)^2 + 2(xy)(3z) + (3z)^2$

$= x^2y^2 + 6xyz + 9z^2$

(iii) $(6x^2 - 5y)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(6x^2 - 5y)^2 = (6x^2)^2 - 2(6x^2)(5y) + (5y)^2$

$= 36x^4 - 60x^2y + 25y^2$

(iv) $\left(\frac{2m}{3} + \frac{3n}{2}\right)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\left(\frac{2m}{3} + \frac{3n}{2}\right)^2 = \left(\frac{2m}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{2m}{3}\right)\left(\frac{3n}{2}\right) + \left(\frac{3n}{2}\right)^2$

$= \frac{4m^2}{9} + 2mn + \frac{9n^2}{4}$

(v) $(0.4p - 0.5q)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(0.4p - 0.5q)^2$

$= (0.4p)^2 - 2(0.4p)(0.5q) + (0.5q)^2$

$= 0.16p^2 - 0.4pq + 0.25q^2$

(vi) $(2xy + 5y)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(2xy + 5y)^2 = (2xy)^2 + 2(2xy)(5y) + (5y)^2$

$= 4x^2y^2 + 20xy^2 + 25y^2$

4. ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

(i) $(a^2 - b^2)^2$
(ii) $(2x + 5)^2 - (2x - 5)^2$
(iii) $(7m - 8n)^2 + (7m + 8n)^2$
(iv) $(4m + 5n)^2 + (5m + 4n)^2$
(v) $(2.5p - 1.5q)^2 - (1.5p - 2.5q)^2$
(vi) $(ab + bc)^2 - 2ab^2c$
(vii) $(m^2 - n^2m)^2 + 2m^3n^2$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(a^2 - b^2)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a^2 - b^2)^2 = (a^2)^2 - 2(a^2)(b^2) + (b^2)^2$

$= a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

(ii) $(2x + 5)^2 - (2x - 5)^2$

$(2x + 5)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + 5^2$

$= 4x^2 + 20x + 25$ - - - -(1)

$(2x - 5)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(2x - 5)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(5) + 5^2$

$= 4x^2 - 20x + 25$ - - - -(2)

(1) – (2)

$= 4x^2 + 20x + 25 - (4x^2 - 20x + 25)$

$= 4x^2 + 20x + 25 - 4x^2 + 20x - 25$

$= 40x$

(iii) $(7m - 8n)^2 + (7m + 8n)^2$

$(7m - 8n)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(7m - 8n)^2 = (7m)^2 - 2(7m)(8n) + (8n)^2$

$= 49m^2 - 112mn + 64n^2$ - - - -(1)

$(7m + 8n)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(7m + 8n)^2 = (7m)^2 + 2(7m)(8n) + (8n)^2$
$= 49m^2 + 1120mn + 64n^2$ - - - -(2)
(1) + (2)
$= 49m^2 - 112mn + 64n^2$
$+ 49m^2 + 1120mn + 64n^2$
$= 98m^2 + 128n^2$

(iv) $(4m + 5n)^2 + (5m + 4n)^2$

$(4m + 5n)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(4m + 5n)^2 = (4m)^2 + 2(4m)(5n) + (5n)^2$
$= 16m^2 + 40mn + 25n^2$ - - - -(1)

$(5m + 4n)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(5m + 4n)^2 = (5m)^2 + 2(5m)(4n) + (4n)^2$
$= 25m^2 + 40mn + 16n^2$ - - - -(2)
(1) + (2)
$= 16m^2 + 40mn + 25n^2$
$+ 25m^2 + 40mn + 16n^2$
$= 41m^2 + 80mn + 41n^2$

(v) $(2.5p – 1.5q)^2 – (1.5p – 2.5q)^2$

$(2.5p – 1.5q)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(2.5p – 1.5q)^2$
$= (2.5p)^2 - 2(2.5p)(1.5q) + (1.5q)^2$
$= 6.25p^2 - 7.5pq + 2.25q^2$ - - - - (1)

$(1.5p - 2.5q)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(1.5p - 2.5q)^2 =$
$(1.5p)^2 - 2(1.5p)(2.5q) + (2.5q)^2$
$= 2.25p^2 - 7.5pq + 6.25q^2$ - - - -(2)
(1) - (2)
$= 6.25p^2 - 7.5pq + 2.25q^2$
$- (2.25p^2 - 7.5pq + 6.25q^2)$
$= 6.25p^2 - 7.5pq + 2.25q^2 - 2.25p^2$
$+ 7.5pq - 6.25q^2$
$= 4p^2 – 4q^2$

(vi) $(ab + bc)^2 – 2ab^2c$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= (ab)^2 + 2(ab)(bc) + (bc)^2 – 2ab^2c$
$= a^2b^2 + 2ab^2c + b^2c^2 – 2ab^2c$
$= a^2b^2 + b^2c^2$

(vii) $(m^2 – n^2m)^2 + 2m^3n^2$

$(m^2 – n^2m)^2 + 2m^3n^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= (m^2)^2 – 2m^2(n^2m) + (n^2m)^2 + 2m^3n^2$
$= m^4 – 2m^3n^2 + n^4m^2 + 2m^3n^2$
$= m^4 + n^4m^2$

5. ಇವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ.

(i) $(3x + 7)^2 – 84x = (3x – 7)^2$
(ii) $(9p – 5q)^2 + 180pq = (9p + 5q)^2$
(iii) $\left(\frac{4m}{3} - \frac{3n}{4}\right)^2 + 2mn = \frac{16}{9}m^2 + \frac{9}{16}n^2$
(iv) $(4pq + 3q)^2 – (4pq – 3q)^2 = 48pq^2$
(v) $(a – b) (a + b) + (b – c) (b + c) + (c – a) (c + a) = 0$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(3x + 7)^2 – 84x = (3x – 7)^2$

LHS

$(3x + 7)^2 – 84x = 9x^2 + 42x + 49 – 84x$
$= 9x^2 – 42x + 49$
$= (3x – 7)^2$ **RHS**

(ii) $(9p – 5q)^2 + 180pq = (9p + 5q)^2$

LHS

$(9p – 5q)^2 + 180pq$
$= 81p^2 – 90pq + 25q^2 + 180pq$
$= 81p^2 + 90pq + 25q^2$
$= (9p + 5q)^2$ RHS

(iii) $\left(\frac{4m}{3} - \frac{3n}{4}\right)^2 + 2mn = \frac{16}{9}m^2 + \frac{9}{16}n^2$

LHS

$\left(\frac{4m}{3} - \frac{3n}{4}\right)^2 + 2mn$
$= \left(\frac{4m}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{4m}{3}\right)\left(\frac{3n}{4}\right) + \left(\frac{3n}{4}\right)^2 + 2mn$
$= \frac{16m^2}{9} - 2mn + \frac{9n^2}{16} + 2mn$
$\frac{16}{9}m^2 + \frac{9}{16}n^2$ **RHS**

(iv) $(4pq + 3q)^2 – (4pq – 3q)^2 = 48pq^2$

LHS

$(4pq + 3q)^2 – (4pq – 3q)^2$
$= 16p^2q^2+24pq^2 + 9q^2 – (16p^2q^2 – 24pq^2+ 9q^2)$
$= 16p^2q^2+24pq^2 + 9q^2 – 16p^2q^2 + 24pq^2- 9q^2$
$= 24pq^2 + 24pq^2$
$= 48pq^2$ **RHS**

(v) $(a – b) (a + b) + (b – c) (b + c) + (c – a) (c + a) = 0$

LHS

$(a – b) (a + b) + (b – c) (b + c)$
$+ (c – a) (c + a)$
$= a^2 + ab – ab – b^2 + b^2 + bc – bc – c^2$
$+ c^2 + ca – ca – a^2$
$= a^2 – a^2 + b^2 – b^2 + c^2 – c^2 + ab – ab$
$+ bc – bc + ca – ca$
$= 0$ RHS

6. ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 71^2 (ii) 99^2 (iii) 102^2 (iv) 998^2
(v) 5.2^2 (vi) 297×303 (vii) 78×82
(viii) 8.92 (ix) 10.5×9.5

ಪರಿಹಾರ:

(i) 71^2

$(70 + 1)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= 70^2 + 2 \times 70 \times 1 + 1^2$

$= 4900 + 140 + 1$

$= 5041$

(ii) 99^2

$(100 - 1)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$

$= 10000 - 200 + 1$

$= 9801$

(iii) 102^2

$(100 + 2)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$

$= 10000 + 400 + 4$

$= 10404$

(iv) 998^2

$(1000 - 2)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= 1000^2 - 2 \times 1000 \times 2 + 2^2$

$= 1000000 - 4000 + 4$

$= 996004$

(v) 5.2^2

$(5 + 0.2)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= 5^2 + 2 \times 5 \times 0.2 + 0.2^2$

$= 25 + 2 + 0.04$

$= 27.04$

(vi) 297×303

$(300 - 3)(300 + 3)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$= 300^2 - 3^2$

$= 90000 - 9$

$= 89991$

(vii) 78×82

$(80 - 2)(80 + 2)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$= 80^2 - 2^2$

$= 6400 - 4$

$= 6396$

(viii) 8.9^2

$(9 - 0.1)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= 9^2 - 2 \times 9 \times 0.1 + (0.1)^2$

$= 81 - 1.8 + 0.01$

$= 79.21$

(ix) 10.5×9.5

$(10 + 0.5)(10 - 0.5)$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$= 10^2 - 0.5^2$

$= 100 - 0.25$

$= 99.75$

7. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಬಳಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $51^2 - 49^2$ (ii) $(1.02)^2 - (0.98)^2$
(iii) $153^2 - 147^2$ (iv) $12.1^2 - 7.9^2$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $51^2 - 49^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$= (51 + 49)(51 - 49)$

$= 100 \times 2$

$= 200$

(ii) $(1.02)^2 - (0.98)^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$= (1.02 + 0.98)(1.02 - 0.98)$

$= 2 \times 0.04$

$= 0.08$

(iii) $153^2 - 147^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$= (153 + 147)(153 - 147)$

$= 300 \times 6$

$= 1800$

(iv) $12.1^2 - 7.9^2$

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$= (12.1 + 7.9)(12.1 - 7.9)$

$= 20 \times 4.2$

$= 84$

8. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 103×104 (ii) 5.1×5.2
(iii) 103×98 (iv) 9.7×9.8

ಪರಿಹಾರ:

(i) 103×104

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$= (100 + 3)(100 + 4)$

$= 100^2 + (3 + 4)100 + 4 \times 3$

$= 10000 + 7 \times 100 + 12$

$= 10000 + 700 + 12$

$= 10712$

(ii) 5.1 × 5.2

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$= (5 + 0.1)(5 + 0.2)$

$= 5^2 + (0.1 + 0.2)5 + 0.1 \times 0.2$

$= 25 + 0.3 \times 5 + 0.02$

$= 25 + 1.5 + 0.02$

$= 26.52$

(iii) 103 × 98

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$= (100 + 3)(100 – 2)$

$= 100^2 + (3 – 2)100 + 3 \times -2$

$= 10000 + 1 \times 100 – 6$

$= 10000 + 100 – 6$

$= 10094$

(iv) 9.7 × 9.8

ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$= (10 – 0.3)(10 – 0.2)$

$= 10^2 + (–0.3 – 0.2)10 + (-0.3 \times -0.2)$

$= 100 – 0.5 \times 10 – 6$

$= 100 – 5 + 0.06$

$= 95.06$

Attractive Maths Solution

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–2

ಅಧ್ಯಾಯ 7

ಘನಾಕೃತಿಗಳ ದೃಗ್ಗೋಚರನ

Visualising Solid Shapes

Copy rights reserved

ಅಧ್ಯಾಯ 7

ಘನಾಕೃತಿಗಳ ದೃಗ್ಗೋಚರನ

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- ಪರಿಚಯ
- 3D ಆಕಾರದ ನೋಟಗಳು
- ಸುತ್ತ ಮುತ್ತಲ ಸ್ಥಳಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳು
- ಮುಖಗಳು, ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳು

ಸಮತಟ್ಟಾದ ಆಕಾರಗಳು ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲದಂತಹ ಎರಡು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ಎರಡು ಆಯಾಮಗಳ [ದ್ವಿವಿಮತೀಯ(2D)] ಆಕಾರಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಘನ ಆಕಾರಗಳು ಉದ್ದ, ಅಗಲ, ಎತ್ತರ ಅಥವಾ ಆಳದಂತಹ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಅವುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳ [ತ್ರಿವಿಮತೀಯ (3D)] ಆಕಾರಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ತ್ರಿಕೋನ, ಆಯತ, ವೃತ್ತ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ನೀವು 2 ಆಯಾಮಗಳ ಆಕಾರಗಳು. ಘನಗಳು, ಉರುಳೆ (Cylinder) ಗಳು ಶಂಕು (cone), ಗೋಳ (sphere) ಇತ್ಯಾದಿಗಳು ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳ ಆಕಾರಗಳಾಗಿವೆ.

ಸುತ್ತಮುತ್ತಲ ಸ್ಥಳಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳು

ಕೆಲವು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ದೂರವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವುದರಿಂದ ನಮಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಓದಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಅಂತರಗಳು ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ನೈಜ ಅಂತರಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಸರಿಯಾದ ಪ್ರಮಾಣ ಏನಿರಬೇಕು ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಅಥವಾ ಓದುವಾಗ ಈ ಪ್ರಮಾಣ ಏನು ಎಂದು ತಿಳಿದಿರಬೇಕು. ಅಂದರೆ, ನಕ್ಷೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಮಿ.ಮಿ. ಅಥವಾ ಸೆ.ಮಿ. ದೂರ ನೈಜವಾಗಿ ಎಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ತಿಳಿದಿರಬೇಕು. ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವವರು ಒಂದು ಮಿ.ಮಿ. ಅಥವಾ ಒಂದು ಸೆಂ.ಮಿ.ಇಂತಿಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಬೇಕು.

ಒಂದು ನಕ್ಷೆ ಚಿಕ್ಕದಾದಷ್ಟೂ ಹಾಗ ಅದು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಜಾಗ ದೊಡ್ಡದಾದಷ್ಟೂ ನಕ್ಷೆಯ
ಒಂದು ಸೇ.ಮೀ. ಜಾಗ ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ದೂರವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.ಒಟ್ಟಾರೆ ಹೇಳುವುದಾದರೆ.

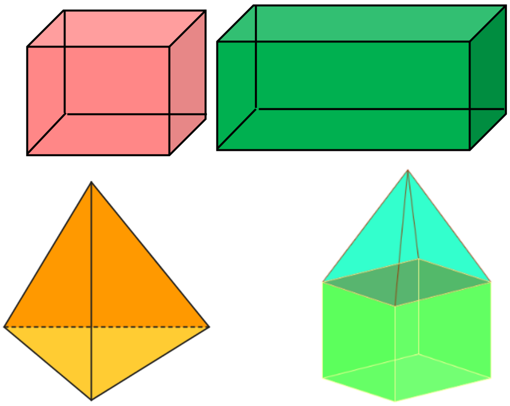
1. ಇತರ ವಸ್ತುಗಳು / ಸ್ಥಳಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಸ್ತು / ಸ್ಥಳವು ಎಲ್ಲಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಕ್ಷೆ ಚಿತ್ರಿಸುತ್ತದೆ.

2. ವಿವಿಧ ವಸ್ತುಗಳು / ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

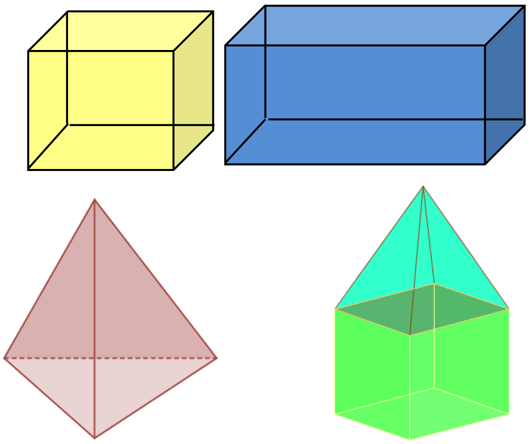
3. ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳು ಪ್ರಸ್ತುತವಲ್ಲ. ಅಂದರೆ, ವೀಕ್ಷಕರಿಗೆ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುಗಳು ಮತ್ತು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುಗಳುಎರಡೂ ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

4. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಅಳತೆ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುವುದು.

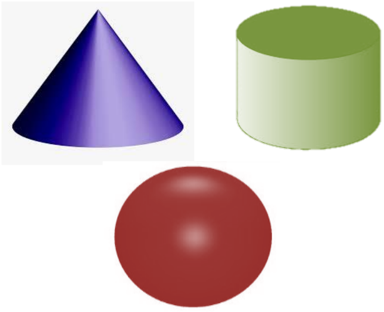
ಮುಖಗಳು, ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳು



ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿ ಘನಾಕೃತಿಯೂ ಅದರ ಮುಖಗಳೆಂದು ಕರೆಯುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಪ್ರದೇಶಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಈ ಮುಖಗಳು ಸರಳರೇಖಾಖಂಡಗಳಾದ ಅಂಚುಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಅಂಚುಗಳು ಶೃಂಗಗಳೆಂಬ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇಂಥ ಘನಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಬಹುಮುಖಿ (Polyhedron) ಗಳೆಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.



ಇವುಗಳನ್ನು ಬಹುಮುಖಿ ಘನಗಳು



ಇವುಗಳನ್ನು ಬಹುಮುಖಿ ಘನಗಳಲ್ಲ

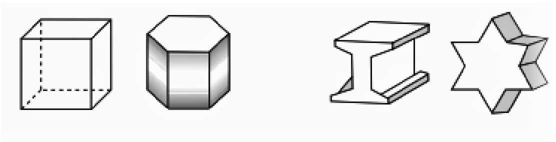
ಬಹುಮುಖಿ ಘನಗಳ ಆಯ್ಲರನ ಸೂತ್ರ:

F + V = E + 2

F– ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ. V – ಶೃಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

E – ಅಂಚುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

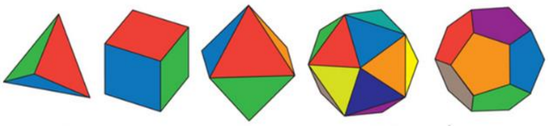
ಪೀನ(convex)ಬಹುಮುಖಿಗಳು:



ನಿಯಮಿತ ಬಹುಮುಖಿಗಳು

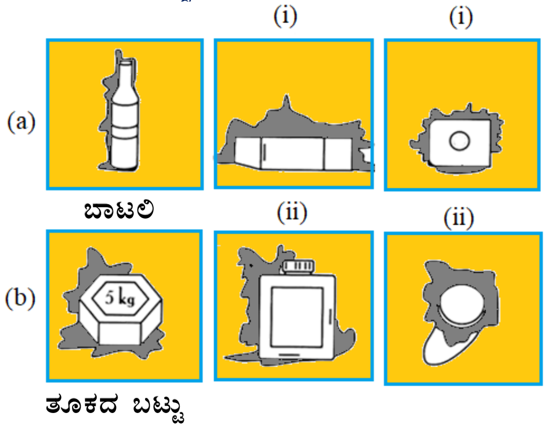
(Regular Polyhedron):

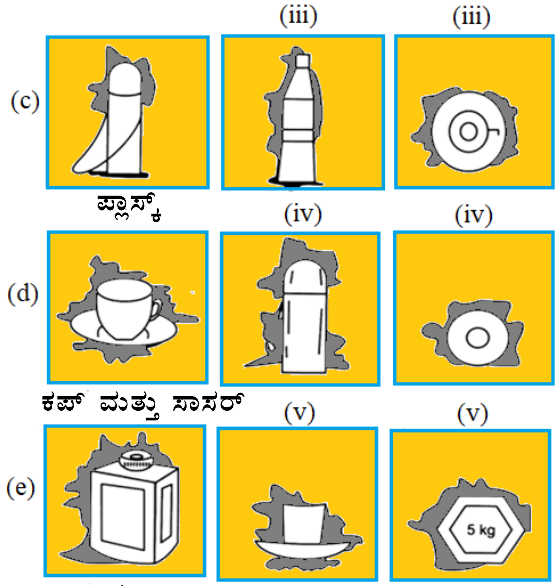
ಒಂದು ಬಹುಮುಖಿಯ ಎಲ್ಲ ಮುಖಗಳೂ ಸಮವಾದ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಾಗಿದ್ದು ಪ್ರತಿ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮುಖಗಳು ಸಂಧಿಸಿದರೆ ಅದನ್ನು ಸಮ ಬಹುಮುಖಿ ಎನ್ನಲಾಗುತ್ತದೆ.



ಅಭ್ಯಾಸ 7.1

1. ಕೆಳಗಿನ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮೇಲಿನಿಂದ ಮತ್ತು ಪಕ್ಕದಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಕಾಣುವ ರೀತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಅದರ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಪಕ್ಕದ ನೋಟಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ. ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು, ನಿಮಗಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.





ಪರಿಹಾರ: ಡಬ್ಬಿ

(a) – (iii) – (iv)

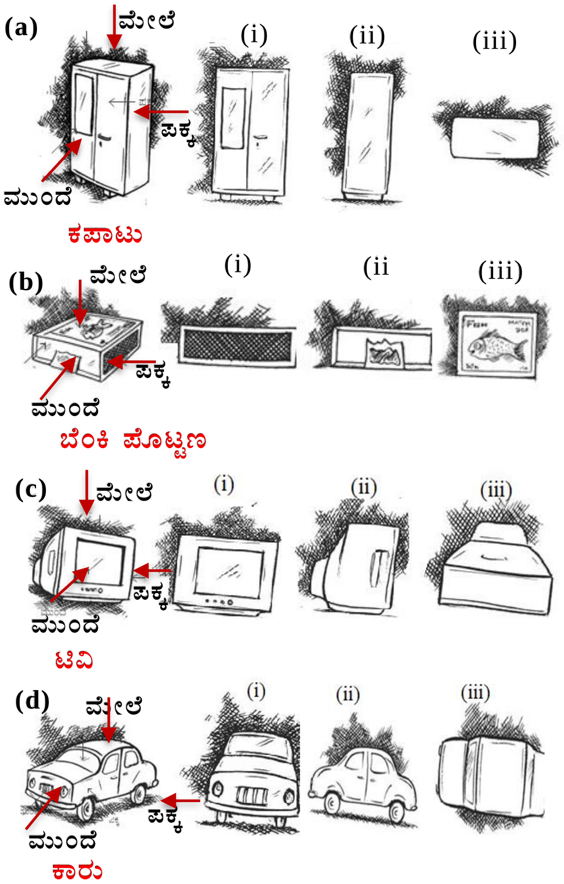
(b) – (i) – (v)

(c) – (iv) – (ii)

(d) – (v) – (iii)

(e) – (ii) – (i)

2. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಆಕೃತಿಗೂ ಮೂರೂ ಕಡೆಯಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮೇಲಿನ, ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು ಪಕ್ಕದ ನೋಟಗಳಾವುವು ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿ.

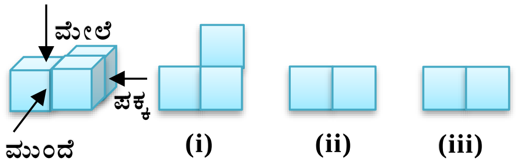


ಪರಿಹಾರ:

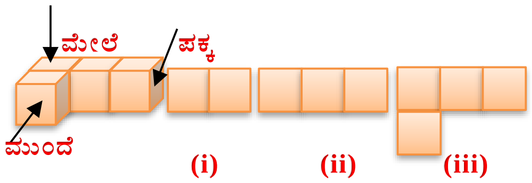
(a) (i) ಮುಂದೆ (ii) ಪಕ್ಕ (iii) ಮೇಲೆ
(b) (i) ಪಕ್ಕ (ii) ಮುಂದೆ (iii) ಮೇಲೆ
(c) (i) ಮುಂದೆ (ii) ಪಕ್ಕ (iii) ಮೇಲೆ
(d) (i) ಮುಂದೆ (ii) ಪಕ್ಕ (iii) ಮೇಲೆ

3. ಪ್ರತಿ ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿನ, ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು ಪಕ್ಕದ ನೋಟಗಳಾವುವು ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿ.

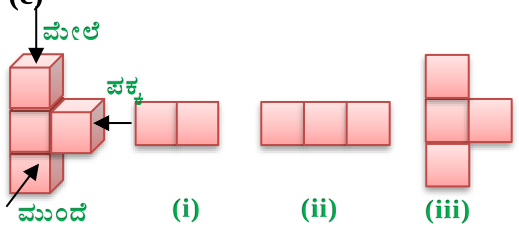
(a)



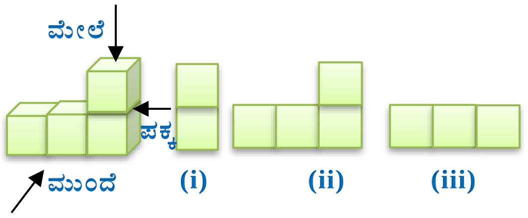
(b)



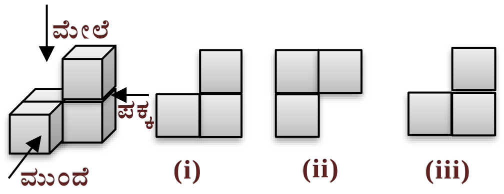
(c)



(d)



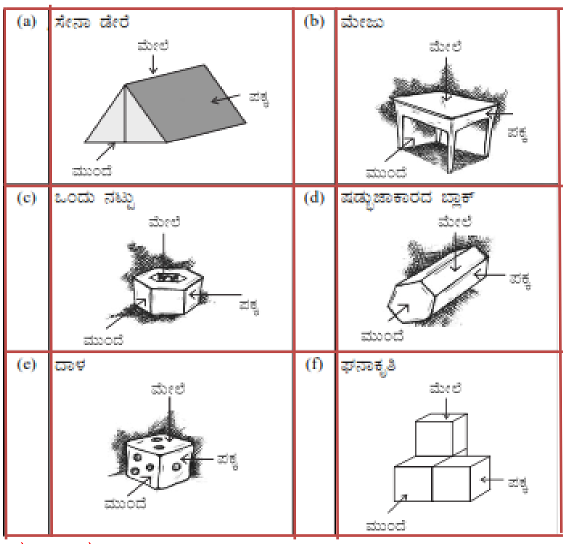
(e)



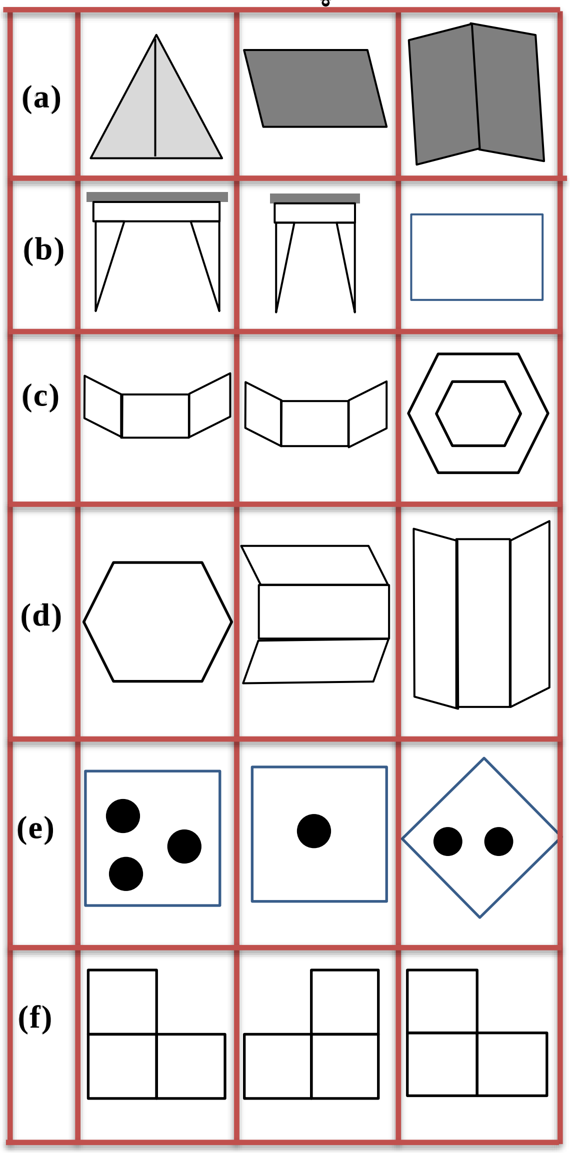
ಪರಿಹಾರ:

(a) (i) ಮೇಲೆ (ii) ಮುಂದೆ (iii) ಪಕ್ಕ
(b) (i) ಪಕ್ಕ (ii) ಮುಂದೆ (iii) ಮೇಲೆ
(c) (i) ಮೇಲೆ (ii) ಪಕ್ಕ (iii) ಮುಂದೆ
(d) (i) ಪಕ್ಕ (ii) ಮುಂದೆ (iii) ಮೇಲೆ
(e) (i) ಮುಂದೆ (ii) ಮೇಲೆ (iii) ಪಕ್ಕ

4. ಈ ವಸ್ತುಗಳ ಮುಂಭಾಗದ ನೋಟ, ಪಕ್ಕದ ನೋಟ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ನೋಟಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

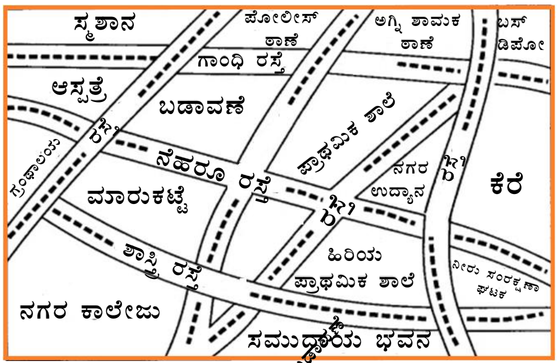


ಪರಿಹಾರ: ಮುಂದೆ ಪಕ್ಕ ಮೇಲೆ



ಅಭ್ಯಾಸ 7.2

1. ಒಂದು ನಗರದ ಕೆಳಗಿನ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ನೋಡಿ.



(a) ಕೆಳಗಿನಂತೆ ನಕ್ಷೆಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿ:
ನೀಲಿ–ನೀರು, ಕೆಂಪು–ಅಗ್ನಿಶಾಮಕ ಠಾಣೆ, ಕೇಸರಿ ಗ್ರಂಥಾಲಯ, ಹಳದಿ–ಶಾಲೆಗಳು, ಹಸಿರು–ಉದ್ಯಾನಗಳು ಗುಲಾಬಿ–ಕಾಲೇಜು, ಸಮುದಾಯ–ಭವನ, ನೇರಳೆ–ಆಸ್ಪತ್ರೆ, ಕಂದು–ಸ್ಮಶಾನ.

(b) ರಸ್ತೆ `C' ಮತ್ತು ನೆಹರು ರಸ್ತೆ ಸಂಧಿಸುವಲ್ಲಿ ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ 'X' ಗುರುತಿಸಿ, ಗಾಂಧಿ ರಸ್ತೆ ಮತ್ತು ರಸ್ತೆ `A' ಸಂಧಿಸುವಲ್ಲಿ ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ 'Y' ಗುರುತಿಸಿ.

(c) ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ, ಗ್ರಂಥಾಲಯದಿಂದ ಬಸ್ ಡಿಪೋಗೆ ಹೋಗುವ ಹತ್ತಿರದ ರಸ್ತೆ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ತೋರಿಸಿರಿ.

(d) ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚು ಪೂರ್ವಕ್ಕಿದೆ, ನಗರ ಉದ್ಯಾನ ಅಥವಾ ಮಾರುಕಟ್ಟೆ?

(e) ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚು ದಕ್ಷಿಣಕ್ಕಿದೆ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆ ಅಥವಾ ಹಿ.ಪ್ರಾ.ಶಾಲೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಇದು ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಚಟುವಟಿಕೆ – ನಿ ಮಾಡಿ

2. ಬೇರೆಬೇರೆ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಅಳತೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ನಕ್ಷೆ ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಇದು ಚಟುವಟಿಕೆ – ನೀವೇ ಮಾಡಿ

3. ಆಟದ ಮೈದಾನ, ಮುಖ್ಯ ಕಟ್ಟಡ, ಉದ್ಯಾನ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಅಳತೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಶಾಲಾ ಆವರಣದ ನಕ್ಷೆ ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಇದು ಚಟುವಟಿಕೆ – ನೀವೇ ಮಾಡಿ

4. ನಿಮ್ಮ ಗೆಳತಿ ನಿಮ್ಮ ಮನೆಗೆ ದಾರಿ ತಪ್ಪದೆ ತಲುಪಲು ಸಹಾಯವಾಗುವಂತೆ ಅವರ ಮನೆಯಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಮನೆಗೆ ಒಂದು ನಕ್ಷೆ ಬರೆದು ಕೊಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಇದು ಚಟುವಟಿಕೆ – ನೀವೇ ಮಾಡಿ

ಅಭ್ಯಾಸ 7.3

1. ಒಂದು ಬಹುಮುಖಿ ತನ್ನ ಮುಖಗಳಾಗಿ ಇವನ್ನು ಹೊಂದಬಹುದೇ?

(i) ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳು

(ii) ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳು

(iii) ಒಂದು ಚೌಕ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳು

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳು – ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ

(ii) ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳು – ಸಾಧ್ಯ ಇದನ್ನು ತ್ರಿಕೋನ ಪಾದ ಪಟ್ಟಕ ಎನ್ನುವರು.

(iii) ಒಂದು ಚೌಕ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಾಧ್ಯ – ವರ್ಗಪಾದ ಗೋಪುರ ಎನ್ನುವರು

2. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮುಖಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬಹುಮುಖಿ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? (ಸೂಚನೆ ಗೋಪುರದ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ).

ಪರಿಹಾರ:

ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಅಥವಾ 4ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇದ್ದರೆ ಸಾಧ್ಯ

3. ಕೆಳಗಿನಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಪ್ರಿಸಮ್‌ಗಳು?

(i)

ಮೊಳೆ

(ii)

ಚೂಪು ಮಾಡಿಲ್ಲದ ಪೆನ್ಸಿಲ್

(iii)

ಪೇಪರ್ ವೈಟ್

(iv)

ಡಬ್ಬಿ

ಪರಿಹಾರ:

(ii) ಚೂಪು ಮಾಡದ ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು (iv) ಡಬ್ಬಿ ಇವು ಪ್ರಿಸಮ್‌ಗಳು

4. (i) ಪಟ್ಟಕಗಳು ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ಗಳು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೋಲುತ್ತವೆ?

(ii) ಗೋಪುರಗಳು ಮತ್ತು ಶಂಕುಗಳು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೋಲುತ್ತವೆ?

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಪಟ್ಟಕಗಳು ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ಗಳು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೋಲುತ್ತವೆ?

ಎರಡೂ ಆಕೃತಿಗಳು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗಿವೆ. ಪಟ್ಟಕದ ಪಾದದ ಬಾಹುಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಾ ಹೋದಂತೆ ಅದು ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ.

(ii) ಗೋಪುರಗಳು ಮತ್ತು ಶಂಕುಗಳು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೋಲುತ್ತವೆ?

ಎರಡೂ ಆಕೃತಿಗಳು ಘನಾಕೃತಿಗಳಾಗಿವೆ. ಗೋಪುರದ ಪಾದದ ಬಾಹುಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಾ ಹೋದಂತೆ ಅದು ಶಂಕುವಿನಾಕಾರಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ.

5. ಚೌಕಾಕಾರದ ಪಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಘನ ಎರಡೂ ಒಂದೆಯೇ? ವಿವರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಚೌಕ ಪಟ್ಟಕವು ಆಯತಘನವೂ ಆಗಿರಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಅದು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ.

6. ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಆಯ್ಲರ್ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೋಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

(i) F = 7 ; V = 10; E = 10
ಆಯ್ಲರನ ಸೂತ್ರ:

F + V = E + 2

F– ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ. V – ಶೃಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

E – ಅಂಚುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

7 + 10 = 15 + 2
17 = 17

ಆಯ್ಲರನ ಸೂತ್ರ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ.

(i) F = 9 ; V = 9; E = 16
ಆಯ್ಲರನ ಸೂತ್ರ:

F + V = E + 2
9 + 9 = 16 + 2
18 = 18

ಆಯ್ಲರನ ಸೂತ್ರ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ.

7. ಆಯ್ಲರ್ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿ:

ಮುಖಗಳು	**?**	**5**	**20**
ಶೃಂಗಗಳು	**6**	**?**	**12**
ಅಂಚುಗಳು	**12**	**9**	**?**

ಪರಿಹಾರ:

ಮುಖಗಳು	8	5	20
ಶೃಂಗಗಳು	6	6	12
ಅಂಚುಗಳು	12	9	30

F– ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ. V – ಶೃಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

E – ಅಂಚುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

F + V = E + 2
F + 6 = 12 + 2
F = 14 – 6

F = 8
F + V = E + 2
5 + V = 9 + 2
V = 11 – 5
V = 6
F + V = E + 2
20 + 12 = E + 2
32 = E + 2
E = 32 – 2
E = 30

8. ಒಂದು ಪಾಲಿಹೆಡ್ರನ್ 10 ಮುಖಗಳು, 20 ಅಂಚುಗಳು, ಮತ್ತು 15 ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಬಲ್ಲುದೇ?

ಪರಿಹಾರ:

F– ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ. V – ಶೃಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

E – ಅಂಚುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

F + V = 10 + 15 = 25
E + 2 = 20 + 2 = 22
ಇಲ್ಲಿ F + V ≠ E + 2

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಪಾಲಿಹೆಡ್ರನ್ 10 ಮುಖಗಳು, 20 ಅಂಚುಗಳು, ಮತ್ತು 15 ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

Attractive Maths Solution

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–1

ಅಧ್ಯಾಯ 1

ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟ

Playing with numbers

Copy rights reserved

8ನೇ ತರಗತಿ – ಅಧ್ಯಾಯ 1
ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟ

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪ
- ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟ
  - ❖ ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡುವುದು
  - ❖ ಮೂರಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು
  - ❖ ಕೊಟ್ಟ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳಿಗೆ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.
- ಅಂಕಿಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರಗಳು
- ಭಾಜ್ಯತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳು
  - ❖ 10 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ
  - ❖ 5ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ
  - ❖ 2ರಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ
  - ❖ 3 ಮತ್ತು 9ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪ

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

1 ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(2) 25

$25 = 10 \times 2 + 5$

(ii) 73

$73 = 10 \times 7 + 3$

(iii) 129

$129 = 100 \times 1 + 10 \times 2 + 3$

(iv) 302

$302 = 100 \times 3 + 10 \times 0 + 2$

2. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $10 \times 5 + 6 = 56$

(ii) $100 \times 7 + 10 \times 1 + 8 = 718$

(iii) $100 \times a + 10 \times b + c = abc$

ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟ:

ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡುವುದು:

ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಸುಂದರಂ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆರಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ ಉತ್ತರ ಏನಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

(i) 27

$27 + 72 = 99 = 11 \times 9$

(ii) 39

$39 + 93 = 132 = 11 \times 12$

(iii) 64

$64 + 46 = 110 = 11 \times 10$

(iv) 17

$17 + 71 = 88 = 11 \times 8$

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊತ್ತವು 11ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿವರಣೆ:

ಒಂದು ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ – ab

ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ – bc

ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ,

$10 \times a + b$

$10 \times b + a$

ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ $11a + 11b = 11(a + b)$ ಇಲ್ಲಿ ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೊತ್ತವು 11 ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ 11 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗಲೇ ಬೇಕು.

ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು:

ಒಂದು ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿ, ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದರೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 9ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುವುದು.

ಸುಂದರಂ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆರಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ ಉತ್ತರ ಏನಾಗುತ್ತಿತ್ತು ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

(i) 17

$71 - 17 = 54 = 9 \times 6$

(ii) 21

$21 - 12 = 9 = 9 \times 1$

(iii) 96

$96 - 69 = 27 = 9 \times 3$

(iv) 37

$73 - 37 = 36 = 9 \times 4$

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿವರಣೆ:

ಒಂದು ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ – ab

ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ – bc

ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ,

$10 \times a + b$

$10 \times b + a$

$10 \times a + b - (10 \times b + a) \quad (a > b)$

$10a - a + b - 10b$

$9a - 9b$

$9(a - b)$

ಇದೇ ರೀತಿ $(b > a)$ ಆಗಿದ್ದರೆ $9(b - a)$ ಆಗುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವ್ಯತ್ಯಾಸವೂ 9 ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ 9 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗಲೇ ಬೇಕು.

ಮೂರಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು.

(i) 132

$231 - 132 = 99 = 99 \times 1$

(ii) 469

$964 - 469 = 495 = 99 \times 5$

(iii) 737

$737 - 737 = 0 = 99 \times 0$

(iv) 901

$901 - 109 = 792 = 99 \times 8$

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 99 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿವರಣೆ:

ಒಂದು ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ – abc

ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ – cba

ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ,

$100 \times a + 10b + c$

$100 \times c + 10b + a$

$100a + 10b + c - (100c + 10b + a)$

$(a > c)$

$100a + 10b + c - 100c - 10b - a$

$99a - 99c$

$99(a - c)$

ಇದೇ ರೀತಿ $(c > a)$ ಆಗಿದ್ದರೆ $99(c - a)$ ಆಗುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವ್ಯತ್ಯಾಸವೂ 99 ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ 99 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗಲೇ ಬೇಕು.

ಕೊಟ್ಟ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆ ರಚಿಸುವುದು:

ಗಮನಿಸಿ: ಇಲ್ಲಿ ಯಾವ ಅಂಕಿಯೂ ಒಂದು ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಆಗಬಾರದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

(i) 417

$417 + 174 + 741 = 1332 = 37 \times 36$

(ii) 632

$632 + 326 + 263 = 1221 = 37 \times 33$

(iii) 117

$117 + 711 + 171 = 999 = 37 \times 27$

(iv) 937

$937 + 793 + 379 = 2109 = 37 \times 57$

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊತ್ತವು 37 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿವರಣೆ:

ಒಂದು ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ – abc

ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ – cba

ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ,

$100 \times a + 10 \times b + c$

$100 \times b + 10 \times c + a$

$100 \times c + 10 \times a + b$

$111 \times a + 111b + 111c$

$111(a + b + c)$

$37 \times 3(a + b + c)$

ಇಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಮೊತ್ತಗಳೂ 37 ನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಅವು 37ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗಲೇಬೇಕು.

ಅಂಕಿಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರಗಳು:

ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಂಕಿಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಆ ಅಕ್ಷರಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ನಿಯಮಗಳಿವೆ.

- ಒಂದು ಅಕ್ಷರ ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಅಥವಾ ಒಂದು ಅಂಕಿ ಒಂದು ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಸೂಚಿಸಬೇಕು.
- ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲ ಅಂಕಿ ಸೊನ್ನೆ ಬರೆಯಬಾರದು.

ಉದಾಹರಣೆ 1: Q ಅಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3	1	Q
1	Q	3
5	0	1

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ Q + 3 ಮಾಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1 ಬರಬೇಕು. 1 ಬರಬೇಕಾದರೆ Q = 8 ಆಗಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ. 8 + 3 = 11 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಉದಆಹರಣೆ 2: ಕೆಳಗಿನ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ A ಮತ್ತು B ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

A
+A
+A
BA

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು 3 ಬಾರಿ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಅದೇ ಅಂಕಿ ಬರಬೇಕಾದರೆ ಅದು 5 ಅಥವಾ 0 ಮಾತ್ರ ಆಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯ. ಆದರೆ ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ 0 ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ A = 0 ಆದರೆ B = 0 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಒಂದು ಅಂಕಿಯು ಒಂದು ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪ್ರತಿಸಿಧಿಸಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ 5 + 5 + 5 = 15 ಆಗಿದ್ದು A = 5 ಮತ್ತು B = 1 ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3: A ಮತ್ತು B ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

	B	A
×	B	3
5	7	A

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ 3×A = A ಬರಬೇಕಾದರೆ A = 0 ಅಥವಾ A = 5 ಆಗಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ.

ಇನ್ನು B = 1 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ

19 × 13 = 247, ಆದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧ 570ರಿಂದ 579ರ ಒಳಗಿರಬೇಕು.

B = 2 ಆದರೆ , ಗರಿಷ್ಠ 29 × 23 = 667 ಇರುವುದರಿಂದ ಇಲ್ಲಿ 25 × 23 = 575 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ A = 5 ಮತ್ತು B = 2 ಆಗಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ: 1.1

ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ:

10ರ ಭಾಜ್ಯತೆ:

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ '0' ಬಂದರೆ ಮಾತ್ರ ಅದು 10ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

5ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ:

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಅಥವಾ 5 ಬಂದರೆ ಮಾತ್ರ ಅದು 5ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

2ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ:

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬಂದರೆ ಮಾತ್ರ ಅದು 2ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

3 ಮತ್ತು 9ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ:

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 3ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಉದಹಾರಣೆ:

14637 – 1 + 4 + 6 +3 +7 = 21 =2+1 = 3

ಮೊತ್ತ 3, 3ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ:

34623 – 3+4+6+2+3 = 18

ಇಲ್ಲಿ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 18, 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: 9ರಿಂದ 21436587ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

21436587–2+1+4+3+6+5+8+7 =36

ಇಲ್ಲಿ 36, 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5: 9ರಿಂದ 152875ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

152875 – 1+5+2+8+7+5 = 28

28, 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 6: ಒಂದು ಮೂರಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 24x ಎಂಬುವುದು 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

24x – 2 +4 + x = 9 ಆಗಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಅದು 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $2+4+x = 9 \Rightarrow 6+x = 9$

$\Rightarrow x = 3$

ಉದಾಹರಣೆ 7: 3ರಿಂದ 2146587 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

2146587–2+1+4+6+5+8+7 = 33

33, 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 8: 3ರಿಂದ 15287 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

15287 – 1+5+2+8+7 = 23

23, ಇದು 3ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ 3ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.1

ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿತವಾದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಕ್ಷರದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಕಾರಣ ಸಹಿತ ವಿವರಣೆ ನೀಡಿ.

1.

	3	A
+	2	5
	B	2

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ 5 + 7 ಆದಾಗ ಮಾತ್ರ ಮೊತ್ತದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 2 ಬರಲು ಸಾಧ್ಯ.

ಆದ್ದರಿಂದ A = 7 ಮತ್ತು B = 6

2.

	4	A
+	9	8
C	B	3

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ 8 + 5 ಆದಾಗ ಮಾತ್ರ ಮೊತ್ತದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 3 ಬರಲು ಸಾಧ್ಯ.

ಆದ್ದರಿಂದ A = 8. ಮತ್ತು B = 4, C = 1

3.

1	A
×	A
9	A

ಪರಿಹಾರ:ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರಬೇಕಾದರೆ, ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1, 5 ಅಥವಾ 6 ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ. ಗುಣಲಬ್ಧದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 9 ಬರಬೇಕಾದರೆ A = 6 ಆಗಬೇಕು.

4.

	A	B
+	3	7
	6	A

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ B = 5 ಇದ್ದರೆ 5 + 7 = 12 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆಗ A = 2 ಆಗುತ್ತದೆ.

5.

	A	B
	×	3
C	A	B

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ B = 0 ಇದ್ದರೆ 0 × 3 = 0 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆಗ A = 5 ಆದರೆ 50 × 3 = 150

ಆದ್ದರಿಂದ A = 5, B = 0, C = 1

6.

	A	B
	×	5
C	A	B

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ B = 0 ಇದ್ದರೆ 0 × 5 = 0 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆಗ A = 5 ಆದರೆ 50 × 5 = 250

ಆದ್ದರಿಂದ A = 5, B = 0, C = 2

ಆದ್ದರಿಂದ A = 5, B = 0, C = 1

7.

	A	B
	×	6
B	B	B

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ B = 4 ಇದ್ದರೆ 4 × 6 = 24 ಆಗಿ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲೂ 4 ಬರುತ್ತದೆ. ಉಳಿದಂತೆ 6 × 7 = 42 ಹಾಗೂ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಉಳಿದ 2 ಸೇರಿ 44 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ A = 7, B = 4

8.

	A	1
+	1	B
	B	0

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ B = 9 ಇದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಮೊತ್ತದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಬರುತ್ತದೆ. ಆಗ A = 7 ಆಗಲೇಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ A = 7, B = 0

9.

2	A	B
+A	B	1
B	1	8

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ B = 7 ಇದ್ದರೆ 7+1 = 8 ಆಗಿ ಮೊತ್ತದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 8 ಬರುತ್ತದೆ. ಆಗ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 6 × 7 = 42 ಹಾಗೂ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಉಳಿದ 2 ಸೇರಿ 44 ಆಗುತ್ತದೆ. B = 7 ಕ್ಕೆ 4 ಕೂಡಿದರೆ ಮೊತ್ತದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1 ಬರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ A = 4, B = 7

10.

1	2	A
+6	A	B
A	0	9

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ 0 ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ A = 8 ಆಗಲೇಬೇಕು. ಆಗ B = 1 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ A = 8, B = 1

ಅಭ್ಯಾಸ 1.2

1. 21y5 ಎಂಬುವುದು 9ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದು y ಒಂದು ಅಂಕಿ ಆಗಿದ್ದರೆ y ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

21y5 ಎಂಬುವುದು 9ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ

$2 + 1 + y + 5 = 8 + y$ ಮೊತ್ತವು 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಬೇಕಾದರೆ $8 + y = 9$ ಆಗಬೇಕು.

$8 + y = 9 \Rightarrow y = 9 - 8 = 1$

2. 31y5 ಎಂಬುವುದು 9ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದು z ಒಂದು ಅಂಕಿ ಆಗಿದ್ದರೆ z ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

31y5 ಎಂಬುವುದು 9ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ

$3 + 1 + z + 5 = 9 + z$ ಮೊತ್ತವು 9ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಬೇಕಾದರೆ $9 + z = 9$ ಅಥವಾ 18 ಆಗಬೇಕು.

$9 + z = 9 \Rightarrow z = 9 - 9 = 0$

$9 + z = 18 \Rightarrow z = 18 - 9 = 9$

ಆದ್ದರಿಂದ $z = 0$ ಅಥವಾ 9

3. 24x ಎಂಬುವುದು 3 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದು x ಒಂದು ಅಂಕಿ ಆಗಿದ್ದರೆ x ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

24x ಎಂಬುವುದು 3 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ

$2 + 4 + x = 6 + x$

ಮೊತ್ತವು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಬೇಕಾದರೆ

$6 + x = 6, 9, 12, 15$ ಆಗಬೇಕು.

$6 + x = 6 \Rightarrow x = 6 - 6 = 0$

$6 + x = 9 \Rightarrow x = 9 - 6 = 3$

$6 + x = 12 \Rightarrow x = 12 - 6 = 6$

$6 + x = 15 \Rightarrow x = 15 - 6 = 9$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = 0$, $x=3$, $x=6$ ಅಥವಾ $x = 9$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

4. 31z5 ಎಂಬುವುದು 3ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದು z ಒಂದು ಅಂಕಿ ಆಗಿದ್ದರೆ z ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

31z5 ಎಂಬುವುದು 9ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ

$3 + 1 + z + 5 = 9 + z$

ಮೊತ್ತವು 3ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಬೇಕಾದರೆ

$9 + z = 9, 12, 15,$ ಅಥವಾ 18 ಆಗಬೇಕು.

$9 + z = 9 \Rightarrow z = 9 - 9 = 0$

$9 + z = 12 \Rightarrow z = 12 - 9 = 3$

$9 + z = 15 \Rightarrow z = 15 - 9 = 6$

$9 + z = 18 \Rightarrow z = 18 - 9 = 9$

ಆದ್ದರಿಂದ $z = 0$, $z = 3$, $z = 6$ ಅಥವಾ $z = 9$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–1

ಅಧ್ಯಾಯ 2

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

Rational Numbers

Copy rights reserved

Attractive Maths Solution

8ನೇ ತರಗತಿ – ಅಧ್ಯಾಯ 2
ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

- ಪೀಠಿಕೆ
- ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು
  - ❖ ಆವೃತ್ತತೆ
    - ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
    - ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
    - ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
  - ❖ ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ
    - ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
    - ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
    - ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
  - ❖ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆ
    - ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
    - ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
    - ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
  - ❖ ಸೊನ್ನೆಯ ಪಾತ್ರ
  - ❖ ಸಂಖ್ಯೆ 1ರ ಪಾತ್ರ
  - ❖ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಋಣಾತ್ಮಕಗಳು
  - ❖ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ
  - ❖ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ
- ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು.
- ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
  - ❖ ನೇರ ವಿಧಾನ

ಪೀಠಿಕೆ:

ಸಂಖ್ಯಾಗಣಗಳು:

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು N – { 1,2,3,4….}

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು W – { 0,1,2,3,4 …}

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು Z – {…-2,-1,0,1,2,…}

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: Q

$\frac{p}{q}$ **ರೂಪದಲ್ಲಿ (q ≠0) ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುವರು. p,q∈Z**

$= \{\ldots -3, -\frac{5}{2}, -2, -1, 0, 1, \frac{3}{2}, 2 \ldots\}$

ಆವೃತ್ತತೆ:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಗಣದಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಗಣಾಂಶಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಒಂದು ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶವು ಅದೇ ಗಣದ ಗಣಾಂಶವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಕ್ರಿಯೆಯು ಗಣದಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತವಾಗಿದೆ ಎನ್ನುವರು.

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು W – { 0,1,2,3,4 …}

8 ∈ W ಮತ್ತು 13 ∈ W ಆಗಿದ್ದರೆ,

ಸಂಕಲನ: $8 + 13 = 21 \in W$

ವ್ಯವಕಲನ: $8 - 13 = -5 \notin W$

ಗುಣಾಕಾರ: $8 \times 13 = 104 \in W$

ಭಾಗಾಕಾರ: $8 \div 13 = \frac{8}{13} \notin W$

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಆವೃತ್ತವಾಗಿಲ್ಲ

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

Z – {…-2,-1,0,1,2,…}

–7 ∈ Z ಮತ್ತು 15 ∈ Z ಆಗಿದ್ದರೆ,

ಸಂಕಲನ: $-7 + 15 = 8 \in Z$

ವ್ಯವಕಲನ: $-7 - 15 = -22 \in Z$

ಗುಣಾಕಾರ: $-7 \times 15 = -105 \in Z$

ಭಾಗಾಕಾರ: $-7 \div 15 = \frac{-7}{15} \notin Z$

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆ ಆವೃತ್ತವಾಗಿಲ್ಲ.

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

$Q = \{\ldots -3, -\frac{5}{2}, -2, -1, 0, 1, \frac{3}{2}, 2 \ldots\}$

$-\frac{3}{2} \in Q$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2} \in Q$ ಆಗಿದ್ದರೆ,

ಸಂಕಲನ: $-\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -1 \in Q$

ವ್ಯವಕಲನ: $-\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -2 \notin Q$

ಗುಣಾಕಾರ: $-\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} \in Q$

ಭಾಗಾಕಾರ: $-\frac{3}{2} \div \frac{1}{2} = -3 \notin Q$

[ಇಲ್ಲಿ ಛೇದ ಸೊನ್ನೆಯಾದರೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ]

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:

ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆ ಆವೃತ್ತವಾಗಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ $q \neq 0$.

ನೆನಪಿಡಿ: ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿದ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯಾಗಣದಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರವು ಆವೃತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಗಣದಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಗಣಾಂಶಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಆ ಕ್ರಿಯೆಯು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎನ್ನುವರು.

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು W – { 0,1,2,3,4 …}

$9 \in W$ ಮತ್ತು $12 \in W$ ಆಗಿದ್ದರೆ,

ಸಂಕಲನ:

$9 + 12 = 12 + 9 = 21$

ವ್ಯವಕಲನ:

$9 - 12 \neq 12 - 9$

ಗುಣಾಕಾರ:

$9 \times 12 = 12 \times 9$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$9 \div 12 \neq 12 \div 9$

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ ಹೊಂದಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

Z – {…-2,-1,0,1,2,…}

$-3 \in Z$ ಮತ್ತು $9 \in Z$ ಆಗಿದ್ದರೆ,

ಸಂಕಲನ:

$-3 + 9 = 9 + (-3)$

ವ್ಯವಕಲನ:

$-3 - 9 \neq 9 - (-3)$

ಗುಣಾಕಾರ:

$-3 \times 9 = 9 \times -3$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$-3 \div 9 \neq 9 \div -3$

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ ಹೊಂದಿದೆ.

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

$\mathbf{Q = \{…-3, -\frac{5}{2}, -2, -1, 0, 1, \frac{3}{2}, 2…\}}$

$-\frac{5}{2} \in Q$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2} \in Q$ ಆಗಿದ್ದರೆ,

ಸಂಕಲನ:

$-\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 = \frac{1}{2} + -\frac{5}{2}$

ವ್ಯವಕಲನ:

$-\frac{5}{2} - \frac{1}{2} = -3 \neq \frac{1}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) = 3$

ಗುಣಾಕಾರ:

$-\frac{5}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{5}{4} = \frac{1}{2} \times -\frac{5}{2}$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$-\frac{5}{2} \div \frac{1}{2} = -5 \neq \frac{1}{2} \div -\frac{5}{2} = -\frac{1}{5}$

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ

ಸಹವರ್ತನೀಯತೆ:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಗಣದಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಗಣಾಂಶಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಅವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆ ನಡೆಸಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಆ ಕ್ರಿಯೆಯು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದ ಗಣದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎನ್ನುವರು.

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು W – { 0,1,2,3,4 …}

2, 5 ಮತ್ತು $12 \in W$

ಸಂಕಲನ:

$2 + (5 + 12) = 2 + 17 = 19$

$(2 + 5) + 12 = 7 + 12 = 19$

$\therefore 2 + (5 + 12) = (2 + 5) + 12$

ವ್ಯವಕಲನ:

$2 - (5 - 12) = 2 + 7 = 9$

$(2 - 5) - 12 = -3 - 12 = -15$

$\therefore 2 - (5 - 12) \neq (2 + 5) + 12$

ಗುಣಾಕಾರ:

$2 \times (5 \times 12) = 2 \times 60 = 120$

$(2 \times 5) \times 12 = 10 \times 12 = 120$

$\therefore 2 \times (5 \times 12) = (2 \times 5) \times 12$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$2 \div (5 \div 12) = 2 \div \frac{5}{12} = \frac{24}{5}$

$(2 \div 5) \div 12 = \frac{2}{5} \div 12 = \frac{1}{30}$

$\therefore 2 \div (5 \div 12) \neq (2 \div 5) \div 12$

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆ ಹೊಂದಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

Z – {…-2,-1,0,1,2,…}

$3, -5$ ಮತ್ತು $9 \in Z$ ಆಗಿದ್ದರೆ,

ಸಂಕಲನ:

$3 + [(-5) + 9] = 3 + 4 = 7$

$[3 + (-5)] + 9 = -2 + 9 = 7$

$\therefore 3 + (-5 + 9) = (3 + -5) + 9$

ವ್ಯವಕಲನ:

$3 - [-5 - 9] = 3 - 14 = -11$

$[3 - (-5)] - 9 = 8 - 9 = -1$

$\therefore 3 + (-5 + 9) \neq (3 + -5) + 9$

ಗುಣಾಕಾರ:

$3 \times (-5 \times 9) = 3 \times -45 = -135$

$(3 \times -5) \times 9 = -15 \times 9 = 135$

$\therefore 3 \times (-5 \times 9) = (3 \times -5) \times 9$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$3 \div (-5 \div 9) = 3 \div \frac{-5}{9} = -\frac{27}{-5}$

$(3 \div -5) \div 9 = -\frac{3}{5} \div 9 = -\frac{1}{15}$

$\therefore 2 \div (5 \div 12) \neq (2 \div 5) \div 12$

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆ ಹೊಂದಿದೆ.

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

$Q = \{\ldots -3, -\frac{5}{2}, -2, -1, 0, 1, \frac{3}{2}, 2 \ldots\}$

$-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2} \in Q$ ಆಗಿದ್ದರೆ,

ಸಂಕಲನ:

$-\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$

$\left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2}$

ವ್ಯವಕಲನ:

$-\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$

$\left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) \neq \left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}$

ಗುಣಾಕಾರ:

$-\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = -\frac{3}{8}$

$\left(-\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$

$\therefore -\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2}$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$-\frac{1}{2} \div \left(\frac{3}{2} \div \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \div 3 = -\frac{1}{6}$

$\left(-\frac{1}{2} \div \frac{3}{2}\right) \div \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} = -\frac{2}{3}$

$\therefore -\frac{1}{2} \div \left(\frac{3}{2} \div \frac{1}{2}\right) \neq \left(-\frac{1}{2} \div \frac{3}{2}\right) \div \frac{1}{2}$

ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶ:

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ.

[ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಈ ಮೇಲಿನ ಗುಣಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸುವುದು]

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\frac{3}{7} + \left(-\frac{6}{11}\right) + \left(-\frac{8}{21}\right) + \frac{5}{22}$

ಲ.ಸಾ.ಅ.ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	
2	7, 11, 21, 22
3	7, 11, 21, 11
7	7, 11, 7, 11
11	1, 11, 1, 11
	1, 1, 1, 1

ಲ. ಸಾ.ಅ. = $2 \times 3 \times 7 \times 11 = 462$

$\frac{3\times66}{7\times66} + \left(-\frac{6\times42}{11\times42}\right) + \left(-\frac{8\times22}{21\times22}\right) + \frac{5\times21}{22\times21}$

$\frac{198}{462} + \left(-\frac{252}{462}\right) + \left(-\frac{176}{462}\right) + \frac{105}{462}$

$\frac{198-252-176+105}{462} = \frac{-125}{462}$

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$-\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{15}{16} \times \left(\frac{-14}{9}\right)$

$-\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{-1}{1}\right)$

$-1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times (-1) = \frac{1}{2}$

ಸೊನ್ನೆಯ ಪಾತ್ರ:

ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ (ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ, ಪೂರ್ಣಾಂಕ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ)ಕೂಡಿದರೆ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಸೊನ್ನೆ(0)ಯನ್ನು ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಎನ್ನುವರು.

ಸಂಖ್ಯೆ 1 ರ ಪಾತ್ರ:

ಸಂಖ್ಯೆ 1 ನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ (ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ, ಪೂರ್ಣಾಂಕ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ) ಗುಣಿಸದರೂ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದನ್ನು(1) ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಎನ್ನುವರು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಋಣಾತ್ಮಕಗಳು:

ಉದಾಹರಣೆ: $1 + (-1) = 0$

$4+(-4)= 0$; $\frac{1}{2} + \left(\frac{-1}{2}\right)=0$; $-2 + 2 = 0$

ಹೀಗೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಮೊತ್ತ ಸೊನ್ನೆ ಬರುವಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ಪೂರಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುವರು.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ 1 ರ ಋಣಾತ್ಮಕ -1; 4 ರ ಋಣಾತ್ಮಕ -4; $\frac{1}{2}$ ದ ಋಣಾತ್ಮಕ $-\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು -2 ರ ಋಣಾತ್ಮಕ 2. ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **'ವಿಲೋಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು'** ಎಂದೂ ಕರೆಯುವರು.

a ಯು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ

$a + (-a) = 0$ ಯಾದರೆ $-a$ ನ್ನು a ಯ ವಿಲೋಮ ಎನ್ನುವರು.

ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ:

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು(1) ಬಂದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಎನ್ನುವರು.

ಉದಾಹರಣೆ: $1 \times 1 = 1$; $2 \times \frac{1}{2} = 1$;

$\frac{-1}{4} \times -4 = 1$

ಈ ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ 1 ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ 1, 2 ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{1}{2}$, $\frac{-1}{4}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ -4 ಆಗಿದೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮವನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ **'ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ'** ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ:

$\frac{5}{8}$, $\frac{3}{14}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{5}$ ಇವು ಮೂರು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರಲಿ.

$\frac{5}{8}\left(\frac{3}{14} + \frac{1}{5}\right) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{14} + \frac{5}{8} \times \frac{1}{5}$

LHS: $\frac{5}{8}\left(\frac{3}{14} + \frac{1}{5}\right)$

$= \frac{5}{8} \times \frac{15+14}{70} = \frac{5}{8} \times \frac{29}{70} = \frac{29}{112}$

RHS: $\frac{5}{8} \times \frac{3}{14} + \frac{5}{8} \times \frac{1}{5}$

$= \frac{15}{112} + \frac{1}{8} = \frac{15+14}{112} = \frac{29}{112}$

ಆದ್ದರಿಂದ LHS = RHS

ಇದನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ ಎನ್ನುವರು.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $-\frac{19}{7}$ (ii) $\frac{21}{112}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $-\frac{19}{7} + x = 0$

$\Rightarrow x = \frac{19}{7}$

(ii) $\frac{21}{112} + x = 0$

$\Rightarrow x = -\frac{21}{112}$

ಉದಾಹರಣೆ 4: -(-x) = x ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ರುಜುವಾತುಪಡಿಸಿ.

(i) $x = \frac{13}{17}$ (ii) $x = \frac{-21}{31}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $x = \frac{13}{17}$

$x = \frac{13}{17}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $-x = -\frac{13}{17}$

$-(-x) = -\left(-\frac{13}{17}\right) = \frac{13}{17} = x$

(ii) $x = \frac{-21}{31}$

$x = \frac{-21}{31}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $-x = \frac{21}{31}$

$-(-x) = -\left(\frac{21}{31}\right) = -\frac{21}{31} = x$

ಉದಾಹರಣೆ 5:

ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ. $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} - \frac{1}{14} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{5}$

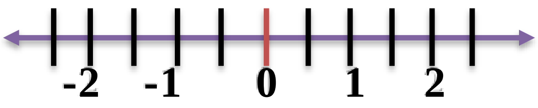
ಪರಿಹಾರ:

$\frac{2}{5} \times \frac{-3}{7} - \frac{1}{14} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{5}$

$\frac{-6}{35} - \frac{1}{14} - \frac{9}{35} = \frac{-12-5-18}{70} = \frac{-35}{70} = -\frac{1}{2}$

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು:

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವುದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ ಎನ್ನುವರು.



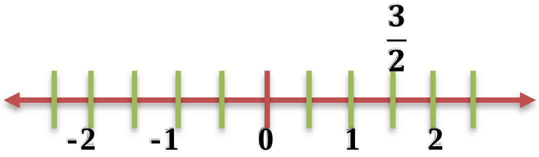
ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ 0 ಇದ್ದು, ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಎಡ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವಿಗೂ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ: ನಾವು $\frac{3}{2}$ ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

[ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದವನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಅಂಶವು ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಿದ್ದರೆ ಬಿಂದು 0 ಮತ್ತು 1ರ ಮಧ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವಾಗ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲ. ಉದಾ: $\frac{-3}{4}$ ನ್ನು ಗುರುತಿಸುವಾಗ ಅಂಶ 3< ಛೇದ 4.]

$\frac{3}{2}$ ನ್ನು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮಾಡಿದಾಗ = $1\frac{1}{2}$ ಆಗುತ್ತದೆ.
ಈ ಬಿಂದು 1 ಮತ್ತ 2ರ ಮಧ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ.



ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

2 ಮತ್ತ 3 ರ ನಡುವಿನ 5 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು, 2 ಮತ್ತು 3ನ್ನು $\frac{2}{1}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{1}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$\frac{2}{1} = \frac{20}{10}$ ಮತು $\frac{3}{1} = \frac{30}{10}$

[ಛೇದ ಮತ್ತು ಅಂಶಕ್ಕೆ 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

ಈಗ, $\frac{31}{10}, \frac{32}{10}, \frac{33}{10}$ – – – $\frac{39}{10}$ ಇವುಗಳಿಂದ ಯಾವುದೇ 5 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆರಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 6: –2 ಮತ್ತು 0 ಯ ನಡುವಿನ ಯಾವುದಾದರೂ 3 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{-2}{1}$ ಮತ್ತು $\frac{0}{1}$

$\frac{-4}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{0}{2}$

[ಛೇದ ಮತ್ತು ಅಂಶಕ್ಕೆ 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

$\Rightarrow \frac{-3}{2}, \frac{-2}{2}, \frac{-1}{2}$

ಉದಾಹರಣೆ 7: $\frac{-5}{6}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{8}$ ರ ನಡುವಿನ 10 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{-5}{6}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{8}$ ಸಮಾನ ಛೇದ ಮಾಡಿದಾಗ,

$\frac{-20}{24}$ ಮತ್ತು $\frac{15}{24}$

ಈಗ, $\frac{-19}{24}$, $\frac{-18}{24}$ . . . $\frac{14}{24}$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ 10 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 8: $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ರ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ ಎನ್ನುವರು.

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8}$

ಉದಾಹರಣೆ 9: $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ರ ನಡುವಿನ ಮೂರು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{4}{16}$ ಮತ್ತು $\frac{4}{8}$

[ಛೇದ ಮತ್ತು ಅಂಶಕ್ಕೆ 3+1 =4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

ಈಗ, $\frac{5}{16}, \frac{6}{16}, \frac{7}{16}$ ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವ 3 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

[ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಅಪರಿಮಿತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಉತ್ತರವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಿರಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ]

ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1. ಸೂಕ್ತ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{6}$

(ii) $\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{-7}\right) - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{14} \times \frac{2}{5}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{6}$

$= -\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{2}$

$= \frac{3}{5}\left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) + \frac{5}{2}$

$= \frac{3}{5}\left(\frac{-4-1}{6}\right) + \frac{5}{2}$

$= \frac{3}{5}\left(\frac{-5}{6}\right) + \frac{5}{2}$

$= \frac{-3}{6} + \frac{5}{2} = \frac{-3+15}{6}$

$= \frac{+12}{6} = 2$

(ii) $\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{-7}\right) - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{14} \times \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{-7} + \frac{1}{14}\right) - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{2}{5} \times \left(\frac{-6+1}{14}\right) - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{2}{5} \times \left(\frac{-5}{14}\right) - \frac{1}{4}$

$= \frac{-1}{7} - \frac{1}{4}$

$= \frac{-4-7}{28} = \frac{-11}{28}$

2.ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಾಂಶ ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{2}{8}$ **(ii)** $\frac{-5}{9}$ **(iii)** $\frac{-6}{-5}$ **(iv)** $\frac{2}{-9}$ **(v)** $\frac{19}{-6}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\frac{2}{8}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $-\frac{2}{8}$

(ii) $\frac{-5}{9}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $\frac{5}{9}$

(iii) $\frac{-6}{-5}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $-\frac{6}{5}$

(iv) $\frac{2}{-9}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $\frac{2}{9}$

(v) $\frac{19}{-6}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $\frac{19}{6}$

3. $-(-x) = x$ ಎಂದು ದೃಢೀಕರಿಸಿ.

(i) $x = \frac{11}{15}$ **(ii)** $x = -\frac{13}{17}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $x = \frac{11}{15}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $-x = -\frac{21}{31}$

$-(-x) = -\left(-\frac{11}{15}\right) = \frac{11}{15} = x$

(ii) $x = -\frac{13}{17}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $-x = \frac{13}{17}$

$-(-x) = -\left(\frac{13}{17}\right) = -\frac{13}{17} = x$

4. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮಾಂಶ ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) -13 (ii) $\frac{-13}{19}$ **(iii)** $\frac{1}{5}$ **(iv)** $\frac{-5}{8} \times \frac{-3}{7}$

(v) $-1 \times \frac{-2}{5}$ **(vi) -1**

ಪರಿಹಾರ:

(i) -13 ರ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ $= \frac{-1}{13}$

(ii) $\frac{-13}{19}$ ರ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ $= \frac{-19}{13}$

(iii) $\frac{1}{5}$ ರ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ $= 5$

(iv) $\frac{-5}{8} \times \frac{-3}{7} = \frac{15}{56}$ ವಿಲೋಮಾಂಶ $= \frac{56}{15}$

(v) $-1 \times \frac{-2}{5} = \frac{2}{5}$ ವಿಲೋಮಾಂಶ $= \frac{5}{2}$

(vi) -1 ರ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ $= -1$

5. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗಿರುವ ಗುಣಾಕಾರದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

(i) $\frac{-4}{5} \times 1 = 1 \times \frac{-4}{5}$

(ii) $-\frac{13}{17} \times \frac{-2}{7} = \frac{-2}{7} \times -\frac{13}{17}$

(iii) $\frac{-19}{29} \times \frac{29}{-19} = 1$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\frac{-4}{5} \times 1 = 1 \times \frac{-4}{5}$

– ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ

(ii) $-\frac{13}{17} \times \frac{-2}{7} = \frac{-2}{7} \times -\frac{13}{17}$

– ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ

(iii) $\frac{-19}{29} \times \frac{29}{-19}$

– ಗುಣಾಕಾರದ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ

6. $\frac{6}{13}$ ನ್ನು $\frac{-7}{16}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{6}{13} \times \frac{-7}{16}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ

$\frac{6}{13} \times \frac{-16}{7} = \frac{-96}{91}$

7. $\frac{1}{3} \times \left(6 \times \frac{3}{4}\right)$ ನ್ನು $\left(\frac{1}{3} \times 6\right) \times \frac{3}{4}$ ಎಂದು ಬರೆಯಲು ಯಾವ ಗುಣಲಕ್ಷಣದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಗಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಗುಣಾಕಾರದ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ

8. $-1\frac{1}{8}$ ನ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮಾಂಶ $\frac{8}{9}$ ಹೌದೇ: ಹೌದು ಅಥವಾ ಅಲ್ಲ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಕಾರಣ ಸಹಿತ ತಿಳಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$-1\frac{1}{8}$ ನ್ನು ವಿಷಮ ಮಾಡಿದಾಗ $-\frac{9}{8}$

$-\frac{9}{8} \times \frac{8}{9} = -1 \neq 1$

ಆದ್ದರಿಂದ $-1\frac{1}{8}$ ನ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮಾಂಶ $\frac{8}{9}$ ಅಲ್ಲ

9. $3\frac{1}{3}$ ನ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮಾಂಶ 0.3 ಹೌದೇ? ಹೌದು ಅಥವಾ ಅಲ್ಲ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಕಾರಣ ಸಹಿತ ತಿಳಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ ಮತ್ತು $0.3 = \frac{10}{3}$

$\frac{10}{3} \times \frac{10}{3} = 1$ ಆದ್ದರಿಂದ $3\frac{1}{3}$ ನ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮಾಂಶ 0.3

10. ಕೆಳಿರುವುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಇಲ್ಲದ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

(ii) ತಮ್ಮ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ತಾವೇ ಸಮನಾಗಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

(iii) ತನ್ನ ಋಣಾತ್ಮಕಕ್ಕೆ ತಾನೇ ಸಮನಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ

ಪರಿಹಾರ:

(i) 0

(ii) 1 ಮತ್ತು –1

(iii) 0

11. ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(i) ಸೊನ್ನೆಗೆ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ______

(ii) ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ ____ ಮತ್ತು ____ ಗಳಿಗೆ ತಾವೇ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು.

(iii) -5 ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮವು_____

(iv) $\frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ ನ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮವು_____

(v) ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ _____

(vi) ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮವು___

ಉತ್ತರಗಳು:

(i) 0 (ii) 1, -1 (iii) $\frac{-1}{5}$ (iv) x

(v) ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ (vi) ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

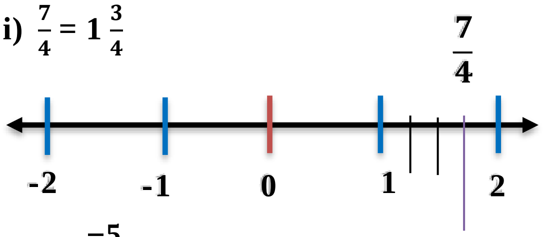
ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ.

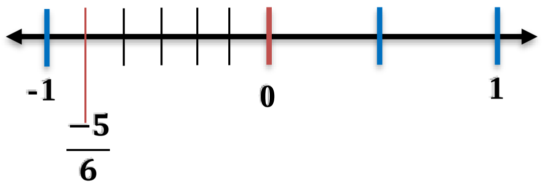
(i) $\frac{7}{4}$ (ii) $\frac{-5}{6}$

ಪರಿಹಾರ:

i) $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

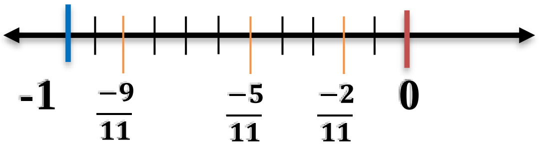


(ii) $\frac{-5}{6}$



2. $\frac{-2}{11}$, $\frac{-5}{11}$ ಮತ್ತು $\frac{-9}{11}$ ಇವುಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:



3. 2 ಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣದಾದ 5 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

[ಯಾವುದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉತ್ತರವಿಲ್ಲ]

1, 0, –1, –2, –3

4. $\frac{-2}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ರ ನಡುವಿನ ಹತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{-2}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ಛೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. = 10

$\frac{-4}{10}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{10}$ ಛೇದ ಮತ್ತು ಅಂಶಗಳಿಗೆ 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸೋಣ

$\frac{-8}{20}$ ಮತ್ತು $\frac{10}{20}$

$\frac{-7}{20}, \frac{-6}{20}, \frac{-5}{20}, \frac{-4}{20}, \frac{-3}{20}, \frac{-2}{20}, \frac{-1}{20}, \frac{0}{20}, \frac{1}{20}, \frac{2}{20}, \frac{3}{20}, \frac{4}{20}, \frac{5}{20}, \frac{6}{20}, \frac{7}{20}, \frac{8}{20}, \frac{9}{20}$, ಇವುಗಳಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ 10ನ್ನು ಆರಿಸಿ.

5.ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ 5 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\frac{2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{-3}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{3}$

(iii) $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\frac{2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{4}{5}$ ಸಮಾನ ಛೇದ ಮಾಡಿದಾಗ,
$\frac{10}{15}$ ಮತ್ತು $\frac{12}{15}$ ಛೇದ ಮತ್ತು ಅಂಶಕ್ಕೆ 3 ಅಥವಾ 3ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

$\frac{30}{45}$ ಮತ್ತು $\frac{36}{45}$ [ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಛೇದ ಮತ್ತು ಅಂಶಗಳಿಗೆ 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

5 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

$\frac{31}{45}, \frac{32}{45}, \frac{33}{45}, \frac{34}{45}, \frac{35}{45}$

(ii) $\frac{-3}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{3}$

$\frac{-3}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{3}$ ಸಮಾನ ಛೇದ ಮಾಡಿದಾಗ,
$\frac{-9}{6}$ ಮತ್ತು $\frac{10}{6}$
5 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

$\frac{-8}{6}, \frac{-7}{6}, \frac{-6}{6}, \frac{-5}{6}, \frac{-4}{6} \ldots \frac{9}{6}$ ಇವುಗಳಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ 5 ಸಂಖ್ಯೆ ಆರಿಸಿ.

(iii) $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ಸಮಾನ ಛೇದ ಮಾಡಿದಾಗ,

$\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{4}$
ಛೇದ ಮತ್ತು ಅಂಶಗಳಿಗೆ (ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ) 6ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

$\frac{6}{24}$ ಮತ್ತು $\frac{12}{24}$
5 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

$\frac{7}{24}, \frac{8}{24}, \frac{9}{24}, \frac{10}{24}, \frac{11}{24}$ ಇವುಗಳಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ 5 ಸಂಖ್ಯೆ ಆರಿಸಿ.

6. −2 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಐದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

−1, 0, 1, 2, 3, 4 ... ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಐದು ಬರೆಯಿರಿ.

7. $\frac{3}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4}$ ರ ನಡುವಿನ ಹತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{3}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4}$ ಛೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. = 10
$\frac{12}{20}$ ಮತ್ತು $\frac{15}{20}$
ಛೇದ ಮತ್ತು ಅಂಶಗಳಿಗೆ 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸೋಣ

$\frac{60}{100}$ ಮತ್ತು $\frac{75}{100}$
$\frac{61}{100}, \frac{62}{100}, \frac{63}{100}, \frac{64}{100}, \frac{65}{100}, \frac{66}{100}, \frac{67}{100}, \frac{68}{100}, \frac{69}{100}, \frac{70}{100}, \frac{71}{100}, \frac{72}{100}, \frac{73}{100}, \frac{74}{100}$
ಇವುಗಳಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ 10ನ್ನು ಆರಿಸಿ.

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–1

ಅಧ್ಯಾಯ 3

ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು

Linear equations of one Variable

Copy rights reserved

Attractive Maths Solution

8ನೇ ತರಗತಿ: ಅಧ್ಯಾಯ 3
ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು

- ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:
- ಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗಿರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸ
- ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ
- ಒಂದು ಕಡೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಇನ್ನೊಂದು ಕಡೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು.
- ಮೇಲಿನ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅನ್ವಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು
- ಎರಡೂ ಕಡೆ ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು
- ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅನ್ವಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು
- ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರುವುದು
- ರೇಖಾತ್ಮಕ ರೂಪಕ್ಕೆ ತರಬಹುದಾದ ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಪೀಠಿಕೆ:

2x + 3, x – 6, 2y + 3 ಇವುಗಳು ಕೇವಲ ಪದೋಕ್ತಿಗಳು. ಏಕೆಂದರೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮತೆಯ ಚಿಹ್ನೆ ಇಲ್ಲ. ಆದರೆ

3x = 5, 2y + 3 = 7, z +6 = 9 ಈ ವಾಕ್ಯಗಳು ಸಮತೆಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣಗಳು ಎನ್ನುವರು.

ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ:

ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿದ್ದು, ಚರಾಕ್ಷರದ ಗರಿಷ್ಠ ಘಾತ 1 ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುವರು.

x + 6 = 3, 2y – 9 = 12

ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರ:

ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಸಮೀಕರಣದ ಎಡಭಾಗ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗಗಳಲ್ಲಿರುವ ಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದು. ಅಂತಹ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ ಎನ್ನುವರು.

ಒಂದು ಕಡೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಇನ್ನೊಂದು ಕಡೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಬಿಡಿಸಿರಿ 2x – 3 = 7

ಪರಿಹಾರ:

2x – 3 = 7 ಎರಡೂ ಕಡೆ 3ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ

2x – 3 + 3 = 7 + 3

2x = 10 ಎರಡೂ ಕಡೆ 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$

$\Rightarrow x = 5$

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಬಿಡಿಸಿರಿ. 2y + 9 = 4

ಪರಿಹಾರ:

2y + 9 = 4 ಎರಡೂ ಕಡೆ 9 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

2y + 9 – 9 = 4 – 9

2y = - 5 ಎರಡೂ ಕಡೆ 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{2y}{2} = \frac{-5}{2}$

$\Rightarrow y = \frac{-5}{2}$

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಬಿಡಿಸಿರಿ. $\frac{x}{3} + \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{x}{3} + \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$ ಎರಡೂ ಕಡೆ $\frac{5}{2}$ ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

$\frac{x}{3} + \frac{5}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$

$\frac{x}{3} = \frac{-3-5}{2}$

$\frac{x}{3} = \frac{-8}{2}$ ಎರಡೂ ಕಡೆ 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

$x = -4 \times 3$

$x = -12$

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಬಿಡಿಸಿರಿ. $\frac{15}{4} - 7x = 9$

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{15}{4} - 7x = 9$ ಎರಡೂ ಕಡೆ $\frac{15}{4}$ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

$\frac{15}{4} - \frac{15}{4} - 7x = 9 - \frac{15}{4}$

$-7x = \frac{36-15}{4}$ ಎರಡೂ ಕಡೆ −7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{-7x}{-7} = \frac{21}{4\times -7}$

$x = -\frac{21}{28}$

$x = -\frac{3}{4}$

ಮೇಲಿನ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅನ್ವಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{-7}{3}$ ರ ಎರಡರಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ಸೇರಿಸಿದರೆ, $\frac{3}{7}$ ಬರುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಸೇರಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ

$2\times \frac{-7}{3} + x = \frac{3}{7}$

$\frac{-14}{3} + x = \frac{3}{7}$ ಎರಡೂ ಕಡೆ $\frac{-14}{3}$ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ.

$-\frac{14}{3} + \frac{14}{3} + x = \frac{3}{7} + \frac{14}{3}$

$x = \frac{9+98}{21}$

$x = \frac{107}{21}$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-7}{3}$ ರ ಎರಡರಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ $\frac{107}{21}$ ಸೇರಿಸಿದರೆ $\frac{3}{7}$ ಬರುತ್ತದೆ

ಉದಾಹರಣೆ 6: ಒಂಧು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು 13ಸೆಂ.ಮೀ. ಅದರ ಅಗಲವು $2\frac{3}{4}$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಆಯತದ ಉದ್ದ = x ಆಗಿರಲಿ

ಸುತ್ತಳತೆ = 2(ಉದ್ದ + ಅಗಲ)

$13 = 2(x + 2\frac{3}{4})$

$13 = 2x + \frac{22}{4}$

$13 = 2x + \frac{11}{2}$ ಎರಡೂ ಕಡೆ $\frac{11}{2}$ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

$13 - \frac{11}{2} = 2x + \frac{11}{2} - \frac{11}{2}$

$\frac{26-11}{2} = 2x$

$\frac{15}{2} = 2x$ ಎರಡೂ ಕಡೆ 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{15}{2\times2} = \frac{2x}{2}$

$\frac{15}{4} = x \Rightarrow x = 3\frac{3}{4}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆಯತದ ಉದ್ದ = $3\frac{3}{4}$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಉದಾಹರಣೆ 7: ಸಾಹಿಲನ ತಾಯಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಸಾಹಿಲನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. 5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೊತ್ತ 66 ವರ್ಷಗಳಾಗುವುವು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಸಾಹಿಲನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು x ವರ್ಷಗಳು ಆಗಿರಲಿ.

ಸಾಹಿಲನ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು 3x ವರ್ಷಗಳು

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$(x + 5) + (3x + 5) = 66$

$x + 5 + 3x + 5 = 66$

$4x + 10 = 66$ ಎರಡೂ ಕಡೆ 10 ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

$4x + 10 - 10 = 66 - 10$

$4x = 56$ ಎರಡೂ ಕಡೆ 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{4x}{4} = \frac{56}{4}$

$x = 14$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಾಹಿಲನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು = 9 ವರ್ಷಗಳು. ಅವನ ತಾಯಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು

= 14 × 3 = 42 ವರ್ಷಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಬನ್ನಿಯ ಹತ್ತಿರ 5 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳೆಷ್ಟು ಇರುವುದೋ ಅದರ ಮೂರರಷ್ಟು 2 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯ 77 ರೂಗಳು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವನ ಬಳಿ ಇರುವ 5ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳೆಷ್ಟು? 2ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಬನ್ನಿಯ ಬಳಿ ಇರುವ 5ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳು = x ಆಗಿರಲಿ

ಅವನ ಬಳಿ ಇರುವ 2ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳು = 3x

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$5 \times x + 3x \times 2 = 77$

$5x + 6x = 77$

$11x = 77$ ಎರಡೂ ಕಡೆ 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{11x}{11} = \frac{77}{11}$

$x = 7$

ಆದ್ದರಿಂದ ಬನ್ನಿಯ ಬಳಿ ಇರುವ 5ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳು = 7 ಮತ್ತು 2ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳು = 3 × 7 = 21

ಉದಾಹರಣೆ 9: 11ರ ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತ 363 ಆದರೆ ಆ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + x + 11 + x + 22 = 363$

$3x + 33 = 363$ ಎರಡೂ ಕಡೆ 33ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

$3x + 33 - 33 = 363 - 33$

$3x = 330$ ಎರಡೂ ಕಡೆ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{3x}{3} = \frac{330}{3}$

$x = 110$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 110, 110+11, 110+22 = 110, 121, 132

ಉದಾಹರಣೆ 10: ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 66 ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನುಪಾತ 2 : 5 ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

ಪರಿಹಾರ:

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 2x ಮತ್ತು 5x ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$5x - 2x = 66$

$3x = 66$ ಎರಡೂ ಕಡೆ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{3x}{3} = \frac{66}{3}$

x = 22

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 2 × 22 = 44 ಮತ್ತು 5× 22 = 110

ಉದಾಹರಣೆ 11: ದೇವೇಶಿಯ ಹತ್ತಿರ ರೂ 50, ರೂ 20 ಮತ್ತು 10 ರೂ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಒಟ್ಟು 590 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆಯ ನೋಟುಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 50ರೂ, 20 ರೂ ಮೌಲ್ಯಗಳ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 : 5 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಅವನ ಬಳಿ ಒಟ್ಟು 25 ನೋಟುಗಳಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿ ಮೌಲ್ಯದ ನೋಟುಗಳು ಎಷ್ಟು ಇವೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ದೇವೇಶಿಯ ಬಳಿ ಇರುವ 50ರೂ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 3x ಆಗಿರಲಿ

ಅವನ ಬಳಿ ಇರುವ 20ರೂ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 5x

ಅವನ ಬಳಿ ಇರುವ 10 ರೂ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 25 – (3x + 5x) = 25 – 8x

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

3x × 50 + 5x × 20 + (25 – 8x)×10 = 590

150x + 100x + 250 – 80x = 590

170x + 250 = 590 ಎರಡೂ ಕಡೆ 250 ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

170x + 250 – 250 = 590 – 250

170x = 340 ಎರಡೂ ಕಡೆ 170 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$\frac{170x}{170} = \frac{340}{170}$

x = 2

ಆದ್ದರಿಂದ 50ರೂ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 3× 2 = 6

20ರೂ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 5 × 2 = 10 ಮತ್ತು

10ರೂ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 25 – 16 = 9

ಎರಡೂ ಕಡೆ ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು

ಉದಾಹರಣೆ 12:ಬಿಡಿಸಿರಿ. 2x – 3 = x + 2

ಪರಿಹಾರ:

2x – 3 = x + 2 ಎರಡೂ ಕಡೆ 3ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ.

2x – 3 + 3 = x + 2 + 3

2x = x + 5 ಎರಡೂ ಕಡೆ x ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

2x – x = x + 5 – x

x = 5

ಉದಾಹರಣೆ 13:ಬಿಡಿಸಿರಿ. 5x + $\frac{7}{2}$ = $\frac{3}{2}$x - 14

ಪರಿಹಾರ:

5x + $\frac{7}{2}$ = $\frac{3}{2}$x - 14 ಎರಡೂ ಕಡೆ 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ.

5x × 2 + $\frac{7}{2}$ × 2 = $\frac{3}{2}$x × 2 - 14 × 2

10x + 7 = 3x – 28

10x – 3x = - 28 - 7

7x = -35

x = - 5

ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅನ್ವಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 14: 2 – ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದರ ಅಂಕಿಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 3. ಈ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 143. ಹಾಗಾದರೆ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

ಪರಿಹಾರ:

2– ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿ = x ಆಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ x + 3

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

10× (x + 3) + x × 1 + 10 × x + (x + 3) ×1 = 143

10x + 30 + x + 10x + x + 3 = 143

22x + 33 = 143

22x = 143 – 33

22x = 110

x = 5

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ = 85

ಉದಾಹರಣೆ 15: ಅರ್ಜುನನು ಶ್ರಿಯಾಳ ಎರಡರಷ್ಟು ದೊಡ್ಡವನು. 5 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅರ್ಜುನನು ಶ್ರಿಯಾಳ ಮೂರರಷ್ಟು ದೊಡ್ಡವನಿದ್ದನು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸುಗಳೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಶ್ರಿಯಾಳ ವಯಸ್ಸು = x ವರ್ಷಗಳು ಆಗಿರಲಿ.

ಅರ್ಜುನನ ವಯಸ್ಸು = 2x ವರ್ಷಗಳು

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

3(x – 5) = 2x – 5

3x – 15 = 2x – 5

3x – 2x = -5 + 15

x = 10

ಆದ್ದರಿಂದ ಶ್ರಿಯಾಳ ವಯಸ್ಸು = 10ವರ್ಷಗಳು.

ಅರ್ಜುನನ ವಯಸ್ಸು = 2×10 =20ವರ್ಷಗಳು

ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸುಲಭರೂಪಕ್ಕೆ ತರುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 16: ಬಿಡಿಸಿರಿ. $\frac{6x+1}{3} + 1 = \frac{x-3}{6}$

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{6x+1}{3} + 1 = \frac{x-3}{6}$

$\frac{6x+1}{3} - \frac{x-3}{6} = -1$

$\frac{2(6x+1)-(x-3)}{6} = -1$

$\frac{12x+2 \ -x+3}{6} = -1$

$\frac{11x+5}{6} = -1$

$11x + 5 = -6$

$11x = -6 - 5$

11x = -11

x = $\frac{-11}{11}$

x = −1

ಉದಾಹರಣೆ 17: ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$5x - 2(2x - 7) = 2(3x - 1) + \frac{7}{2}$

ಪರಿಹಾರ:

$5x - 2(2x - 7) = 2(3x - 1) + \frac{7}{2}$

$5x - 4x + 14 = 6x - 2 + \frac{7}{2}$

$x - 6x = -2 + \frac{7}{2} - 14$

$-5x = \frac{7}{2} - 16$

$-5x = \frac{7-32}{2}$

$-5x = \frac{-25}{2}$

$x = \frac{-25}{2\times -5}$

$x = \frac{5}{2}$

ರೇಖಾತ್ಮಕ ರೂಪಕ್ಕೆ ತರಬಹುದಾದ ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 18: ಬಿಡಿಸಿರಿ. $\frac{x+1}{2x+3} = \frac{3}{8}$

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{x+1}{2x+3} = \frac{3}{8}$

8(x + 1) = 3(2x + 3)

8x + 8 = 6x + 9

8x – 6x = 9 – 8

2x = 1

x = $\frac{1}{2}$

ಉದಾಹರಣೆ 19: ಅನು ಮತ್ತು ರಾಜ್‌ರ ವಯಸ್ಸುಗಳು 4 : 5 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ. 8 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವ ವಯಸ್ಸಿನ ಅನುಪಾತ 5 : 6 ಆದರೆ ಅವರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಅನುವಿನ ವಯಸ್ಸು =4x ಆಗಿರಲಿ

ರಾಜ್‌ನ ವಯಸ್ಸು = 5x

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{4x+8}{5x+8} = \frac{5}{6}$

6 (4x + 8) = 5(5x+8)

24x + 48 = 25x + 40

24x- 25x = 40 – 48

-x = - 8

x = 8

ಆದ್ದರಿಂದ ಅನುವಿನ ವಯಸ್ಸು = 4× 8 = 32ವರ್ಷಗಳು

ರಾಜ್‌ನ ವಯಸ್ಸು = 5 × 8 = 40 ವರ್ಷಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

1. x – 2 = 7

Answer:

x – 2 = 7

x – 2 + 2 = 7 + 2

[2ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ]

x = 9

2. y + 3 = 10

Answer:

y + 3 = 10

y + 3 – 3 = 10 – 3

[3ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

y = 7

3. 6 = z + 2

Answer:

6 = z + 2

6 – 2 = z + 2 – 2

4 = z ⇒ z = 4

[2ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

4. $\frac{3}{7} + x = \frac{17}{7}$

Answer:

$\frac{3}{7} + x = \frac{17}{7}$

$\frac{3}{7} + x - \frac{3}{7} = \frac{17}{7} - \frac{3}{7}$

[$\frac{3}{7}$ ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$x = \frac{17-3}{7}$

$x = \frac{14}{7}$

5. 6x = 12

Answer:

6x = 12

$\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$

[6ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = 2$

6. $\frac{t}{5} = 10$

Answer:

$\frac{t}{5} = 10$

$\frac{t}{5} \times 5 = 10 \times 5$

[5 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

$t = 50$

7. $\frac{2x}{3} = 18$

Answer:

$\frac{2x}{3} \times 3 = 18 \times 3$

[3 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

2x = 54

$\frac{2x}{2} = \frac{54}{2}$

[6ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

x = 27

8. $1.6 = \frac{x}{1.5}$

Answer:

$1.6 = \frac{x}{1.5}$

$1.6 \times 1.5 = \frac{x}{1.5} \times 1.5$

$2.4 = x \Rightarrow x = 2.4$

9. 7x – 9 = 16

Answer:

7x – 9 = 16

7x – 9 + 9 = 16 + 9

[9 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ]

7x = 25

$\frac{7x}{7} = \frac{25}{7}$

[7 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = \frac{25}{7}$

10. 14y – 8 = 13

Answer:

14y – 8 = 13

14y – 8 + 8 = 13 + 8

14y = 21

$\frac{14y}{14} = \frac{21}{14}$

[14 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$y = \frac{3}{2}$

11. 17 + 6p = 9

Answer:

17 + 6p = 9

17 + 6p – 17 = 9 – 17

[17 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

6p = - 8

$\frac{6p}{6} = \frac{-8}{6}$

[6 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$p = \frac{-4}{3}$

12. $\frac{x}{3} + 1 = \frac{7}{15}$

Answer:

$\frac{x}{3} + 1 = \frac{7}{15}$

$\frac{x}{3} + 1 - 1 = \frac{7}{15} - 1$

[1 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$\frac{x}{3} = \frac{7-15}{15}$

$\frac{x}{3} \times 3 = \frac{-8}{15} \times 3$ [3 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

$x = \frac{-8}{5}$

ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

1. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ $\frac{1}{2}$ ವನ್ನು ಕಳೆದು ಬಂದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು $\frac{1}{2}$ ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ, $\frac{1}{8}$ ಬರುವುದು. ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Answer:

ಸಂಖ್ಯೆ 'x' ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ, $\left(x - \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$2\times\left(x - \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times 2$

[2ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

$x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

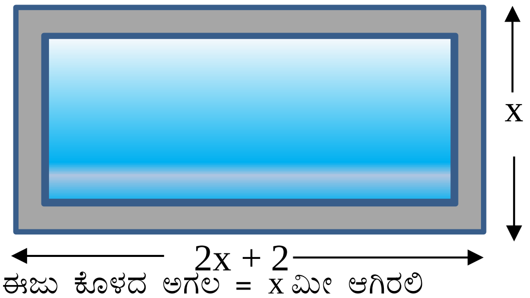
[$\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ]

$x = \frac{1+2}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{3}{4}$

2. ಆಯತಾಕಾರದ ಈಜುಕೊಳವೊಂದರ ಸುತ್ತಳತೆ 154ಮೀಟರ್. ಅದರ ಉದ್ದವು ಅದರ ಅಗಲದ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 2 ಜಾಸ್ತಿ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Answer:



ಈಜು ಕೊಳದ ಅಗಲ = x ಮೀ ಆಗಿರಲಿ

ಆಗ ಅದರ ಉದ್ದ = 2x + 2 ಮೀ

ಸುತ್ತಳತೆ = $2(l + b)$

154 = 2(2x + 2 + x)

154 = 2(3x + 2)

$\frac{154}{2} = \frac{2(3x+2)}{2}$

[2 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

77 = 3x + 2

77 − 2 = 3x + 2 − 2

[1ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

75 = 3x

$\frac{75}{3} = \frac{3x}{3}$

[3 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

25 = x ⇒ x = 25

ಈಜು ಕೊಳದ ಅಗಲ = 25ಮೀ ಮತ್ತು

ಅದರ ಉದ್ದ = 2(25) + 2 = 50 + 2 = 52ಮೀ

3. ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವೊಂದರ ಪಾದವು $\frac{4}{3}$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ $4\frac{2}{15}$ ಉಳಿದ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದರ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?

Answer:

ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಸಮಬಾಹುಗಳು 'x' ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರಲಿ.

ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ = $\frac{4}{3}$ + x + x

$4\frac{2}{15} = \frac{4}{3} + 2x$

$\frac{62}{15} = \frac{4}{3} + 2x$

$\frac{62}{15} - \frac{4}{3} = \frac{4}{3} + 2x - \frac{4}{3}$

[$\frac{4}{3}$ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$\frac{62}{15} - \frac{4\times5}{3\times5} = 2x$

$\frac{62-20}{15} = 2x$

$\frac{42}{15} = 2x$

$\frac{42}{15\times2} = \frac{2x}{2}$ [2 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$\frac{21}{15} = x \Rightarrow x = \frac{7}{5} \Rightarrow x = 1\frac{2}{5}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಸಮಬಾಹುಗಳು $= 1\frac{2}{5}$ ಸೆಂ.ಮೀ.

4. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 95. ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕಿಂತ 15 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Answer:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 'x'ಆಗಿರಲಿ

ಆಗ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ x + 15

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

2x + 15 = 95

$2x + 15 - 15 = 95 - 15$

[$\frac{4}{3}$ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$2x = 80$

$\frac{2x}{2} = \frac{80}{2}$ [2 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = 40$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: 40 ಮತ್ತು 40 + 15 = 55

5. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 5:3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಅವೆರಡರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 18 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

Answer:

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 5x ಮತ್ತು 3x ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$5x - 3x = 18$

$2x = 18$

$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$ [2 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = 9$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ 5×9 = 45 ಮತ್ತು

2ನೇ ಸಂಖ್ಯೆ 3×9 = 27

6. ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 51 ಆದರೆ ಆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾವುವು?

Answer:

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ x , x + 1. x + 2 ಗಳಾಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + x+1 + x+ 2 = 51$

$3x + 3 = 51$

$3x + 3 - 3 = 51 - 3$

[3 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$3x = 48$

$\frac{3x}{3} = \frac{48}{3}$ [3 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = 16$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: 16, 16+1, 16+2

⇒ 16, 17, 18

7. 8 ರ ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತ 888. ಆ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Answer:

ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x, x + 8, x +16 ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + x + 8 + x + 16 = 888$

$3x + 24 = 888$

$3x + 24 - 24 = 888 - 24$

[24 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$\frac{3x}{3} = \frac{864}{3}$ [3 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = 288$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 288, 288+8, 288+16

⇒ 288, 296, 304

8. ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿರುವ ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 2,3 ಮತ್ತು 4ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 74. ಆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಯಾವುವು?

Answer:

ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x, x + 1, x + 2 ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x \times 2 + (x +1)3 + (x+2)4 = 74$

$2x + 3x + 3 + 4x + 8 = 74$

$9x + 11 = 74$

$9x + 11 - 11 = 74 - 11$

[11 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$\frac{9x}{9} = \frac{63}{9}$ [9 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = 7$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7, 7 + 1, 7 + 2

⇒ 7, 8, 9

9. ರಾಹುಲ್ ಮತ್ತು ಹಾರೂನ್ ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸುಗಳು 5:7 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಮೊತ್ತ 56 ಆಗುತ್ತದೆ. ಅವರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

Answer:

ರಾಹುಲ್ ಮತ್ತು ಹಾರೂನ್ ಇವರ ವಯಸ್ಸುಗಳು

5x ಮತ್ತು 7x ಗಳಾಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$5x + 4 + 7x + 4 = 56$

$12x + 8 = 56$

$12x + 8 - 8 = 56 - 8$

[8 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$\frac{12x}{12} = \frac{48}{12}$

[12 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = 4$

ಆದ್ದರಿಂದ ರಾಹುಲ್‌ನ ವಯಸ್ಸು = $5x = 5 \times 4 = 20$

ಹಾರೂನ್‌ನ ವಯಸ್ಸು = $7x = 7 \times 4 = 28$

10. ತರಗತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಬಾಲಕರು ಮತ್ತು ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7:5ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ 8 ಜಾಸ್ತಿ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

Answer:

ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ x ಮತ್ತು ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ

x + 8 ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{x+8}{x} = \frac{7}{5}$

$\frac{x+8}{x} \times 5x = \frac{7}{5} \times 5x$

[5x ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ]

$5(x + 8) = 7x$

$5x + 40 = 7x$

$40 = 7x - 5x$

$40 = 2x$

$\frac{40}{2} = \frac{2x}{2}$ [2 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$20 = x \Rightarrow x = 20$

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ = 20

ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ = 20 + 8 = 28

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

= 20 + 28 = 48

11. ಬೈಚುಂಗನ ಅಪ್ಪ ಬೈಚುಂಗನ ಅಜ್ಜನಿಗಿಂತ 26 ವರ್ಷ ಚಿಕ್ಕವನು ಮತ್ತು ಬೈಚುಂಗನಿಗಿಂತ 29 ವರ್ಷ ದೊಡ್ಡವನು. ಮೂವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಮೊತ್ತ 135 ವರ್ಷಗಳು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

Answer:

ಬೈಚುಂಗನ ಅಪ್ಪನ ವಯಸ್ಸು = x ಆಗಿರಲಿ

ಬೈಚುಂಗನ ವಯಸ್ಸು x – 29

ಬೈಚುಂಗನ ಅಜ್ಜನ ವಯಸ್ಸು = x + 26

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x - 29 + x + x + 26 = 135$

$3x - 3 = 135$

$3x - 3 + 3 = 135 + 3$

[3ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ]

$3x = 138$

$\frac{3x}{3} = \frac{138}{3}$

[3 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = 46$

ಆದ್ದರಿಂದ ಬೈಚುಂಗನ ಅಪ್ಪನ ವಯಸ್ಸು

= 46 ವರ್ಷಗಳು

ಬೈಚುಂಗನ ವಯಸ್ಸು = 46 – 29 = 17ವರ್ಷಗಳು

ಬೈಚುಂಗನ ಅಜ್ಜನ ವಯಸ್ಸು

= 46 + 26 = 72 ವರ್ಷಗಳು

12. ಈಗಿನಿಂದ 15 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ರವಿಯ ವಯಸ್ಸು ಅವನ ಹಿಂದಿನ ವಯಸ್ಸಿನ 4ರಷ್ಟಾಗುವುದು.ರವಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

Answer:

ರವಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು = x ವರ್ಷಗಳು ಆಗಿರಲಿ

15 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ರವಿಯ ವಯಸ್ಸು

= 4x ವರ್ಷಗಳು

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + 15 = 4x$

$x + 15 - x = 4x - x$

[x ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$15 = 3x$

$\frac{15}{3} = \frac{3x}{3}$ [3 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$5 = x \Rightarrow x = 5$

ಆದ್ದರಿಂದ ರವಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು = 5 ವರ್ಷಗಳು

13. ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $\frac{5}{2}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ $\frac{2}{3}$ ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ $-\frac{7}{12}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Answer:

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ 'x' ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x \times \frac{5}{2} + \frac{2}{3} = -\frac{7}{12}$

$\frac{5x}{2} + \frac{2}{3} = -\frac{7}{12}$

$\frac{5x}{2} + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{7}{12} - \frac{2}{3}$

[x ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ]

$\frac{5x}{2} = -\frac{7}{12} - \frac{2}{3}$

$\frac{5x}{2} = -\frac{7}{12} - \frac{2\times4}{3\times4}$

$\frac{5x}{2} = \frac{-7-8}{12}$

$\frac{5x}{2} = \frac{-15}{12}$

$60x = -30$

$\frac{60x}{60} = \frac{-30}{60}$

[60 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

$x = \frac{-1}{2}$

14. ಲಕ್ಷ್ಮಿ ಬ್ಯಾಂಕೊಂದರಲ್ಲಿ ನಗದು ಗುಮಾಸ್ತಳಾಗಿದ್ದಾಳೆ. ಅವಳ ಬಳಿ 100ರೂ, 50ರೂ ಮತ್ತು 10 ರೂಗಳ ಮೌಲ್ಯದ ನೋಟುಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 2:3:5ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ಬಳಿ ಇರುವ ಹಣದ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯ 4,00,000 ರೂಗಳಾದರೆ, ಪ್ರತಿ ಮೌಲ್ಯದ ನೋಟುಗಳು ಅವಳ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಇವೆ?

Answer:

ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ಬಳಿ ಇರುವ 100ರೂ,50ರೂ ಮತ್ತು 10ರೂ ನೋಟುಗಳು 2x, 3x, 5x ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

100×2x + 50×3x + 10×5x = 400000

200x + 150x + 50x = 400000

400x = 400000

$\frac{400x}{400} = \frac{400000}{400}$

[400 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ]

x = 1000

ಆದ್ದರಿಂದ ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ಬಳಿ ಇರುವ 100 ರೂ ನೋಟುಗಳು = 2× 1000 = 2,000

50 ರೂಗಳ ನೋಟುಗಳು = 3 × 1000 = 3000

10 ರೂ ನೋಟುಗಳು = 5 × 1000 = 5000

15. ನನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ 1, 2 ಮತ್ತು 5 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯ 300 ರೂ ಗಳು. 5 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳ 3 ಪಟ್ಟು 2 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ನಾಣ್ಯಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 160. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೌಲ್ಯದ ನಾಣ್ಯಗಳೆಷ್ಟು?

Answer:

5 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 'x' ಆಗಿರಲಿ

ಆದ್ದರಿಂದ 2 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 3x

1 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 160 – (x + 3x)

= 160 – 4x

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

5 × x + 2 × 3x + 1 × (160 – 4x) = 300

5x + 6x + 160 – 4x = 300

7x + 160 = 300

7x + 160 – 160 = 300 – 160

7x = 140

$\frac{7x}{7} = \frac{140}{7}$

x= 20

ಆದ್ದರಿಂದ 5 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 20

2 ರೂಗಳ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 3× 20= 60

1 ರೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 160 – 4×20

= 160 – 80 = 80

16. ಪ್ರಬಂಧ ಸ್ಪರ್ಧೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಗೆದ್ದವನಿಗೆ 100 ರೂ ಬಹುಮಾನ ಮತ್ತು ಸೋತವನಿಗೆ 25 ರೂ ಬಹುಮಾನವೆಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಹಂಚಿದ ಬಹುಮಾನಗಳ ಒಟ್ಟು ಹಣ 3,000 ರೂಗಳು.ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 63 ಜನ ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದರೆ, ಗೆದ್ದವರೆಷ್ಟು ಜನ?

Answer:

ಒಟ್ಟು ಗೆದ್ದವರ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ

ಸೋತವರ ಸಂಖ್ಯೆ 63 – x

100x + 25×(63 – x) = 3000

100x + 1575 – 25x = 3000

100x + 1575 – 25x = 3000

75x + 1575 = 3000

75x + 1575 – 1575 = 3000 – 1575

$\frac{75x}{75} = \frac{1425}{75}$

x = 19

ആದ್ದರಿಂದ ಗೆದ್ದವರ ಸಂಖ್ಯೆ = 19

ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

1. 3x = 2x + 18

Answer:

3x – 2x = 18

x = 18

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

3 ×18 = 2 × 18 + 18

54 = 36 + 18

54 = 54

LHS = RHS

2. 5t – 3 = 3t – 5

Answer:

5t – 3t = - 5 + 3

$2t = -2$

$t = \frac{-2}{2}$

$t = -1$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$5 \times -1 - 3 = 3 \times -1 - 5$

$-5 - 3 = -3 - 5$

$-8 = -8$

LHS = RHS

3. 5x + 9 = 5 + 3x

Answer:

$5x + 9 = 5 + 3x$

$5x - 3x = 5 - 9$

$2x = -4$

$x = \frac{-4}{2}$

$x = -2$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$5 \times -2 + 9 = 5 + 3 \times -2$

$-10 + 9 = 5 - 6$

$-1 = -1$

LHS = RHS

4. 4z + 3 = 6 + 2z

Answer:

$4z + 3 = 6 + 2z$

$4z - 2z = 6 - 3$

$2z = 3$

$z = \frac{3}{2}$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$4 \times \frac{3}{2} + 3 = 6 + 2 \times \frac{3}{2}$

$6 + 3 = 6 + 3$

$9 = 9$

LHS = RHS

5. 2x – 1 = 14 – x

Answer:

$2x - 1 = 14 - x$

$2x + x = 14 + 1$

$3x = 15$

$x = \frac{15}{3}$

$x = 5$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$2 \times 5 - 1 = 14 - 5$

$10 - 1 = 14 - 5$

$9 = 9$

LHS = RHS

6. 8x + 4 = 3(x – 1) + 7

Answer:

$8x + 4 = 3(x - 1) + 7$

$8x + 4 = 3x - 3 + 7$

$8x + 4 = 3x + 4$

$8x - 3x = 4 - 4$

$5x = 0$

$x = \frac{0}{5}$

$x = 0$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$8 \times 0 + 4 = 3(0 - 1) + 7$

$0 + 4 = 0 - 3 + 7$

$4 = 4$

LHS = RHS

7. $x = \frac{4}{5}(x + 10)$

Answer:

$x = \frac{4}{5}(x + 10)$

$5x = 4x + 40$

$5x - 4x = 40$

$x = 40$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$40 = \frac{4}{5}(40 + 10)$

$40 = \frac{4}{5} \times 50$

$40 = 4 \times 10$

$40 = 40$

LHS = RHS

8. $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$

Answer:

$\frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$

$\frac{2x}{3} - \frac{7x}{15} = 3 - 1$

$\frac{2x \times 5}{3 \times 5} - \frac{7x}{15} = 2$

$\frac{10x - 7x}{15} = 2$

$3x = 2 \times 15$

$3x = 30$

$x = \frac{30}{3}$

$x = 10$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$\frac{2\times10}{3} + 1 = \frac{7\times10}{15} + 3$

$\frac{20}{3} + 1 = \frac{70}{15} + 3$

$\frac{20+3}{3} = \frac{70+45}{15}$

$\frac{23}{3} = \frac{115}{15}$

$\frac{23}{3} = \frac{23}{3}$

LHS = RHS

9. $2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} – y$

Answer:

$2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} – y$

$2y + y = \frac{26}{3} – \frac{5}{3}$

$3y = \frac{26-5}{3}$

$y = \frac{21}{9}$

$y = \frac{7}{3}$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$2 \times \frac{7}{3} + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - \frac{7}{3}$

$\frac{14}{3} + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - \frac{7}{3}$

$\frac{14+5}{3} = \frac{26-7}{3}$

$\frac{19}{3} = \frac{19}{3}$

LHS = RHS

10. $3m = 5m – \frac{8}{5}$

Answer:

$3m = 5m – \frac{8}{5}$

$3m – 5m = – \frac{8}{5}$

$-2m = – \frac{8}{5}$

$m = \frac{-8}{5\times-2}$

$m = \frac{-8}{-10}$

$m = \frac{4}{5}$

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ,

$3 \times \frac{4}{5} = 5 \times \frac{4}{5} – \frac{8}{5}$

$\frac{12}{5} = 4 – \frac{8}{5}$

$\frac{12}{5} = \frac{20-8}{5}$

$\frac{12}{5} = \frac{12}{5}$

LHS = RHS

ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

1. ಅಮಿನಾಳು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಊಹಿಸಿಕೊಂಡು ಅದರಲ್ಲಿ $\frac{5}{2}$ ನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಬಂದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು 8ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧ ಊಹಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯ 3 ರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ಊಹಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Answer:

ಆಮಿನಾಳು ಊಹಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\left(x - \frac{5}{2}\right) 8 = 3x$

$8x – 20 = 3x$

$8x – 3x = 20$

$5x = 20$

$x = \frac{20}{5}$

$x = 4$

2. ಧನಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ 5 ರಷ್ಟಿದೆ. ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 21 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದರ 2 ರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವುವು?

Answer:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ

ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 5x

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$5x + 21=2(x + 21)$

$5x + 21 = 2x + 42$

$5x – 2x = 42 – 21$

$3x = 21$

$x = \frac{21}{3}$

$x = 7$

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ = 7 ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ = $7 \times 5 = 35$

3. ಎರಡು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದರ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 9. ಆ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 27 ಜಾಸ್ತಿಯಾಗಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವುವು?

Answer:

ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನ

x ಆಗಿರಲಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಅದರ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನ = 9 – x

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$10\times x + (9-x)\times 1 = 10\times(9-x) + x\times 1 + 27$

$9x + 9 = 90 - 10x + x + 27$

$9x + 9 = 117 - 9x$

$9x + 9x = 117 - 9$

$18x = 108$

$x = \frac{108}{18}$

$x = 6$

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿ = 6 ಮತ್ತು ದಶಕ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ = 9 – 6 = 3

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ = 36

4. 2–ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಕಿಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. ಅದರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದರೆ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸೇರಿಸಿದರೆ ಮೊತ್ತ 88. ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Answer:

ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನ x ಆಗಿರಲಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಅದರ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನ = 3x

$10\times 3x + 1\times x + 10\times x + 3x\times 1 = 88$

$30x + x + 10x + 3x = 88$

$44x = 88$

$x = \frac{88}{44}$

$x = 2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿ = 2 ಮತ್ತು ದಶಕ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ = 3×2 = 6

ಆದ್ದರಿಂದ 2 ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ 62

(ಇಲ್ಲಿ 26 ಕೂಡಾ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ)

5. ಶೋಬೋವಿನ ತಾಯಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಶೋಬೋವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ 6 ರಷ್ಟಿದೆ. 5 ವರ್ಷದ ನಂತರ ಶೋಬೋವಿನ ವಯಸ್ಸು ಅವನ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರನೇ ಒಂದರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

Answer:

ಶೋಬೋವಿನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು x ಆಗಿರಲಿ.

ಶೋಬೋವಿನ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು 6x

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + 5 = \frac{1}{3}\times 6x$

$3x + 15 = 6x$

$15 = 6x - 3x$

$3x = 15$

$x = \frac{15}{3}$

$x = 5$

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೋಬೋವಿನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು = 5 ವರ್ಷಗಳು

6. ಮಾಹುಲಿ ಗ್ರಾಮದಲ್ಲಿ ಶಾಲೆಯೊಂದಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಆಯತಾಕಾರದ ಜಾಗವಿದೆ. ಅದರ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು 11:4 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. 1 ಮೀಟರಿಗೆ 100 ರೂ ಗಳಂತೆ ಅದರ ಸುತ್ತ ಬೇಲಿ ಹಾಕಿಸಲು ಊರ ಪಂಚಾಯತಿಗೆ 75000 ಗಳಷ್ಟು ಖರ್ಚಾಗುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಜಾಗದ ಆಯಾಮಗಳೆಷ್ಟು?

Answer:

ಆಯತಾಕಾರದ ಜಾಗದ ಅಗಲ 4x ಮೀ ಆಗಿರಲಿ

ಅದರ ಉದ್ದ 11x ಮೀ.

ಸುತ್ತಳತೆ

$= 2(l + b) = 2(11x + 4x) = 2\times 15x = 30x$

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$30x \times 100 = 75000$

$3000x = 75000$

$x = \frac{75000}{3000}$

$x = 25$

ಆದ್ದರಿಂದ ಜಾಗದ ಅಗಲ = 4×25 = 100ಮೀ

ಮತ್ತು ಉದ್ದ 11×25 = 275ಮೀ

7. ಹಸನ್ ಶಾಲಾ ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ ಎರಡು ರೀತಿಯ ಬಟ್ಟೆಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸುತ್ತಾನೆ. ಷರಟಿನ ಬಟ್ಟೆಗೆ ಮೀಟರಿಗೆ 50 ರೂ ಗಳೂ ಮತ್ತು ಪ್ಯಾಂಟಿನ ಬಟ್ಟೆಗೆ ಮೀಟರಿಗೆ 90 ರೂ ಗಳು ತಗಲುತ್ತವೆ. ಅವನು ಖರೀದಿಸುವ ಪ್ರತಿ 3 ಮೀಟರ್ ಷರಟಿನ ಬಟ್ಟೆಯ ಜೊತೆ 2 ಮೀಟರ್ ಪ್ಯಾಂಟಿನ ಬಟ್ಟೆ ಖರೀದಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅನಂತರ ಕ್ರಮವಾಗಿ 12% ಮತ್ತು 10% ಲಾಭದ ಮೇಲೆ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಅವನ ಒಟ್ಟು ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ 36600 ರೂಪಾಯಿಗಳಾದರೆ ಹಸನ್ ಖರೀದಿಸಿದ ಪ್ಯಾಂಟಿನ ಬಟ್ಟೆಯೆಷ್ಟು?

Answer:

ಹಸನ್ ಖರೀದಿಸಿದ ಷರಟು ಮತ್ತು ಪ್ಯಾಂಟುಗಳ ಅನುಪಾತ 3x : 2x

ಅವನು ಖರೀದಿಸಿದ ಷರಟಿನ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ

$= 3x \times 50 = 150x$ ರೂಗಳು

ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = $\frac{100+12}{100}$ × 150x

[ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = $\frac{100+\%Profit}{100}$ × ನಿಜಬೆಲೆ]

= $\frac{112}{100}$ × 150x = 168x

ಅವನು ಖರೀದಿಸಿದ ಪ್ಯಾಂಟ್‌ನ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ = 2x × 90 = 180x ರೂಗಳು

ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ

= $\frac{100+10}{100}$ × 180x = 198x ರೂಗಳು

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

168x + 198x = 36600

366x = 36600

x = $\frac{36600}{366}$

x = 100

ಆದ್ದರಿಂದ ಹಸನ್ ಖರೀದಿಸಿದ ಪ್ಯಾಂಟ್‌ನ ಅಳತೆ

= 2×100 = 200 ಮೀಟರ್‌ಗಳು

8. ಜಿಂಕೆಯ ಗುಂಪೊಂದರಲ್ಲಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಜಿಂಕೆಗಳು ಮೈದಾನದಲ್ಲಿ ಮೇಯುತ್ತಿವೆ. ಉಳಿದ ಜಿಂಕೆಗಳಲ್ಲಿ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟು ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿ ಆಟವಾಡುತ್ತಿವೆ. ಉಳಿದ 9 ಜಿಂಕೆಗಳು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ನೀರು ಕುಡಿಯುತ್ತಿವೆ. ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಜಿಂಕೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Answer:

ಒಟ್ಟು ಜಿಂಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

ಮೈದಾನದಲ್ಲಿ ಮೇಯುತ್ತಿರುವ ಜಿಂಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{x}{2}$

ಆಟವಾಡುತ್ತಿರುವ ಜಿಂಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

= $\frac{x}{2}$ ರ $\frac{3}{4}$ = $\frac{x}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3x}{8}$

ಕೊಳದಲ್ಲಿ ನೀರು ಕುಡಿಯುತ್ತಿರುವ ಜಿಂಕೆಗಳು = 9

x = $\frac{x}{2} + \frac{3x}{8} + 9$

x = $\frac{4x+3x}{8} + 9$

x - $\frac{4x+3x}{8}$ = 9

$\frac{8x-4x-3x}{8}$ = 9

$\frac{x}{8}$ = 9

x = 9 × 8

x = 72

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಜಿಂಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 72

9. ಒಬ್ಬ ಅಜ್ಜ ತನ್ನ ಮೊಮ್ಮಗಳ ಹತ್ತರಷ್ಟು ದೊಡ್ಡವನು. ಅವಳಿಗಿಂತ ಅವನು 54 ವರ್ಷ ದೊಡ್ಡವನು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳೆಷ್ಟು?

Answer:

ಮೊಮ್ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು x ವರ್ಷಗಳು

ಅಜ್ಜನ ವಯಸ್ಸು 10x ವರ್ಷಗಳು

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

10x = x + 54

10x – x = 54

9x = 54

x = $\frac{54}{9}$

x = 6

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊಮ್ಮಗನ ವಯಸ್ಸು = 6 ವರ್ಷಗಳು

ಅಜ್ಜನ ವಯಸ್ಸು = 10 × 6 = 60 ವರ್ಷಗಳು

10. ಆಮನ್‌ನ ವಯಸ್ಸು ಅವನ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. 10 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅವನ ವಯಸ್ಸು ಅವನ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ಐದರಷ್ಟಿತ್ತು. ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳೆಷ್ಟು?

Answer:

ಅಮನ್‌ನ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು 'x' ಆಗಿರಲಿ

ಅಮನ್‌ನ ವಯಸ್ಸು '3x'

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

5(x – 10) = 3x – 10

5x – 50 = 3x – 10

5x – 3x = -10 + 50

2x = 40

x = $\frac{40}{2}$

x = 20

ಆದ್ದರಿಂದ ಅಮನ್‌ನ ವಯಸ್ಸು 20 × 3 = 60 ವರ್ಷಗಳು

ಅಮನ್‌ನ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು = 20ವರ್ಷಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ 3.5

ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

1. $\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$

Answer:

$\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$

$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

$\frac{3x-2x}{6} = \frac{5+4}{20}$

$\frac{x}{6} = \frac{9}{20}$

$x = \frac{54}{20}$

$x = \frac{27}{10}$

2. $\frac{n}{2} - \frac{3n}{4} + \frac{5n}{6} = 21$

Answer:

$\frac{n}{2} - \frac{3n}{4} + \frac{5n}{6} = 21$

$\frac{6n-9n+10n}{12} = 21$

$\frac{7n}{12} = 21$

$7n = 21\times12$

$n = \frac{21\times12}{7}$

n = 36

3. x + 7 - $\frac{8x}{3} = \frac{17}{6} - \frac{5x}{2}$

Answer:

x + 7 - $\frac{8x}{3} = \frac{17}{6} - \frac{5x}{2}$

x + $\frac{5x}{2} - \frac{8x}{3} = \frac{17}{6} - 7$

$\frac{6x+15x-16x}{6} = \frac{17-42}{6}$

$\frac{5x}{6} = \frac{-25}{6}$

$5x = \frac{-25\times6}{6}$

$5x = -25$

x = $\frac{-25}{5}$

x = -5

4. $\frac{x-5}{3} = \frac{x-3}{5}$

Answer:

$\frac{x-5}{3} = \frac{x-3}{5}$

$5(x-5) = 3(x-3)$

$5x - 25 = 3x - 9$

$5x - 3x = -9 + 25$

$2x = 16$

$x = \frac{16}{2}$

$x = 8$

5. $\frac{3t-2}{4} - \frac{2t+3}{3} = \frac{2}{3} - t$

Answer:

$\frac{3t-2}{4} - \frac{2t+3}{3} = \frac{2}{3} - t$

$\frac{3t-2}{4} - \frac{2t+3}{3} + t = \frac{2}{3}$

$\frac{3(3t-2)-4(2t+3)+12t}{12} = \frac{2}{3}$

$\frac{9t-6-8t-12+12t}{12} = \frac{2}{3}$

$\frac{13t-18}{12} = \frac{2}{3}$

$3(13t-18) = 2\times12$

$39t - 54 = 24$

$39t = 24 + 54$

$39t = 78$

$t = \frac{78}{39}$

$t = 2$

6. m - $\frac{m-1}{2} = 1 - \frac{m-2}{3}$

Answer:

m - $\frac{m-1}{2} = 1 - \frac{m-2}{3}$

m - $\frac{m-1}{2} + \frac{m-2}{3} = 1$

$\frac{6m-3(m-1)+2(m-2)}{6} = 1$

$\frac{6m-3m+3+2m-4}{6} = 1$

5m - 1 = 1 × 6

5m = 6 + 1

5m = 7

m = $\frac{7}{5}$

ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

1. 3(t – 3) = 5(2t + 1)

Answer:

3(t – 3) = 5(2t + 1)

3t – 9 = 10t + 5

3t – 10t = 5 + 9

-7t = 14

t = $\frac{14}{-7}$

t = -2

2. 15(y – 4) – 2(y – 9) + 5(y + 6) = 0

Answer:

15(y – 4) – 2(y – 9) + 5(y + 6) = 0

15 y – 60 – 2y +18 + 5 y + 30 = 0

18y – 12 = 0

18y = 12

$y = \frac{12}{18}$

$y = \frac{2}{3}$

3. 3(5z – 7) – 2 (9z – 11) = 4(8z – 13) – 17

Answer:

3(5z – 7) – 2 (9z – 11) = 4(8z – 13) – 17

15z – 21 – 18z + 22 = 32z – 52 – 17

-3z + 1 = 32z – 69

-3z - 32z = – 69 – 1

-35z = – 70

$z = \frac{-70}{-35}$

z = 2

4. 0.25(4f – 3) = 0.05(10f – 9)

Answer:

0.25(4f – 3) = 0.05(10f – 9)

f – 0.75 = 0.5f – 0.45

f – 0.5f = - 0.45 + 0.75

0.5f = 0.30

$f = \frac{0.30}{0.5}$

$f = \frac{3}{5}$

f = 0.6

ಅಭ್ಯಾಸ 3.6

1. $\frac{8x-3}{3x} = 2$

Answer:

$\frac{8x-3}{3x} = 2$

$8x - 3 = 6x$

8x – 6x = 3

3x = 3

$x = \frac{3}{2}$

2. $\frac{9x}{7-6x} = 15$

Answer:

$\frac{9x}{7-6x} = 15$

$9x = 15(7 - 6x)$

9x = 105 – 90x

9x + 90x = 105

99x = 105

$x = \frac{105}{99}$

$x = \frac{35}{33}$

3. $\frac{z}{z+15} = \frac{4}{9}$

Answer:

$\frac{z}{z+15} = \frac{4}{9}$

$9z = 4(z + 15)$

$9z = 4z + 60$

$5z = 60$

$z = \frac{60}{5}$

$z = 12$

4. $\frac{3y+4}{2-6y} = \frac{-2}{5}$

Answer:

$\frac{3y+4}{2-6y} = \frac{-2}{5}$

5(3y + 4) = -2(2 – 6y)

15y + 20 = -4 + 12y

15y – 12y = -4 – 20

3y = - 24

$y = \frac{-24}{3}$

$y = -8$

5. $\frac{7y+4}{y+2} = \frac{-4}{3}$

Answer:

$\frac{7y+4}{y+2} = \frac{-4}{3}$

3(7y + 4) = -4(y + 2)

21y + 12 = -4y – 8

21y + 4y = - 8 – 12

25y = -20

$y = \frac{-20}{25}$

$y = \frac{-4}{5}$

6. ಹರಿ ಮತ್ತು ಹ್ಯಾರಿಗಳ ವಯಸ್ಸು 5 : 7 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ. ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಈ ಅನುಪಾತ 3 : 4 ಆಗುತ್ತದೆ. ಅವರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

Answer:

ಹರಿಯ ವಯಸ್ಸು 5x ಮತ್ತು ಹ್ಯಾರಿಯ ವಯಸ್ಸು 7x ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{5x+4}{7x+4} = \frac{3}{4}$

4(5x + 4) = 3(7x + 4)

$20x + 16 = 21x + 12$

$20x - 21x = 12 - 16$

$-x = -4$

$x = 4$

ಆದ್ದರಿಂದ ಹರಿಯ ವಯಸ್ಸು = 5 × 4 = 20 ವರ್ಷಗಳು

ಹ್ಯಾರಿಯ ವಯಸ್ಸು = 7 × 4 = 28 ವರ್ಷಗಳು

7. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದರ ಛೇದವು ಅದರ ಅಂಶಕ್ಕಿಂತ 8 ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಅದರ ಅಂಶಕ್ಕೆ 17 ಸೇರಿಸಿ, ಛೇದದಿಂದ 1 ತೆಗೆದರೆ $\frac{3}{2}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Answer:

ದತ್ತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{x}{x+8}$

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{x+17}{x+8-1} = \frac{3}{2}$

$\frac{x+17}{x+7} = \frac{3}{2}$

$2(x + 17) = 3(x + 7)$

$2x + 34 = 3x + 21$

$2x - 3x = 21 - 34$

$-x = -13$

$x = 13$

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{13}{13+8} = \frac{13}{21}$

Attractive Maths Solution

YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–1

ಅಧ್ಯಾಯ 4

ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಪರಿಚಯ

Understanding Quadrilaterals

Copy rights reserved

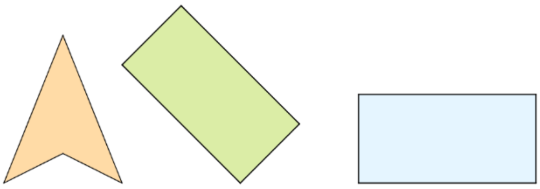
ಅಧ್ಯಾಯ 4
ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಪರಿಚಯ

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

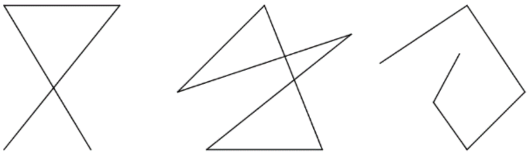
- ಪೀಠಿಕೆ
- ಬಹುಭುಜಗಳು
- ಬಹುಭುಜಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ
- ಕರ್ಣಗಳು
- ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಮತ್ತು ಅಂತರ್‌ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜಗಳು
- ನಿಯಮಿತ ಮತ್ತು ಅನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಗಳು
- ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣ
- ಒಂದು ಬಹುಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಹೊರಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ
- ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಧಗಳು
  - ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ
  - ಪತಂಗ
  - ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
    - ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭಜದ ಅಂಶಗಳು
    - ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭಜದ ಕೋನಗಳು
    - ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭಜದ ಕರ್ಣಗಳು
- ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು
  - ವಜ್ರಾಕೃತಿ
  - ಆಯತ
  - ಚೌಕ

ಬಹುಭುಜಗಳು:

ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಸೇರಿಸುವಿಕೆಯಿಂದ ಉಂಟಾದ ಸರಳವಾದ ಆವೃತ ವಕ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ಬಹುಭುಜ ಎನ್ನುವರು.

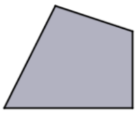
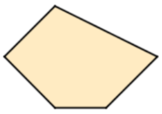
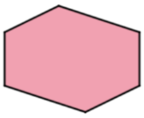
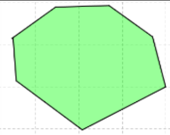
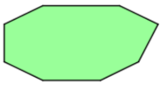
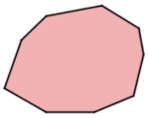
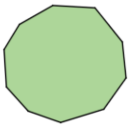


ಬಹುಭುಜಗಳಾಗಿರುವ ವಕ್ರಾಕೃತಿಗಳು

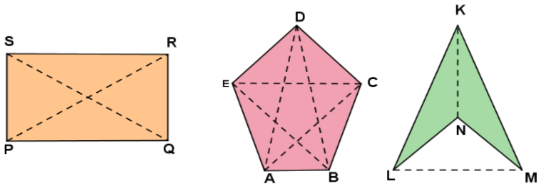


ಬಹುಭುಜಗಳಾಗಿಲ್ಲದ ವಕ್ರಾಕೃತಿಗಳು

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ:

ಭುಜಗಳ ಅಥವಾ ಶೃಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ವರ್ಗೀಕರಣ	ಮಾದರಿ ಚಿತ್ರ
3	ತ್ರಿಭುಜ	
4	ಚತುರ್ಭುಜ	
5	ಪಂಚಭುಜ	
6	ಷಡ್ಭುಜ	
7	ಸಪ್ತಭುಜ	
8	ಅಷ್ಟಭುಜ	
9	ನವಭುಜ	
10	ದಶಭುಜ	

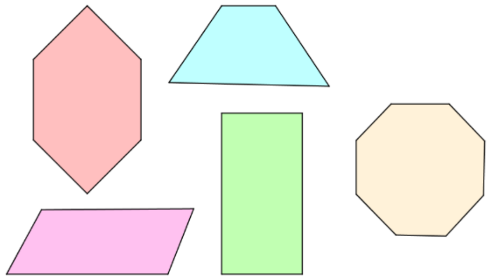
ಒಂದು ಬಹುಭುಜದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತವಲ್ಲದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 'ಕರ್ಣ' ಎನ್ನುವರು.



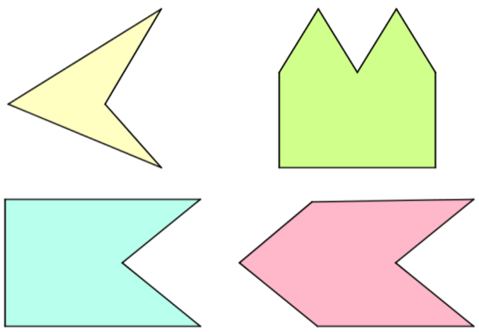
ಒಂದು ಬಹುಭುಜಕ್ಕೆ ಹೊರ ವಲಯ ಮತ್ತು ಹೊರವಲಯವಿರುತ್ತದೆ. ಒಳವಲಯಕ್ಕೆ ಸೀಮೆ

ಇರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಹೊರವಲಯಕ್ಕೆ ಯಾವುದೇ ಸೀಮೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಮತ್ತು ಅಂತರ್‌ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜಗಳು:

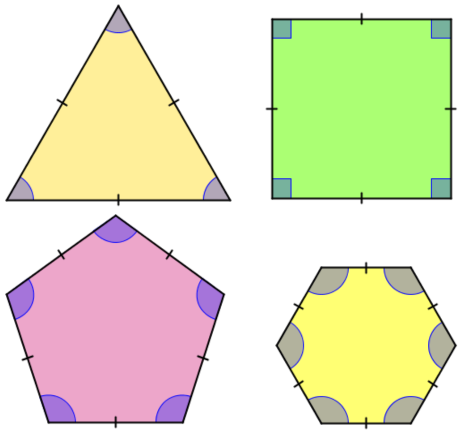


ಬಹುಭುಜಗಳು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ

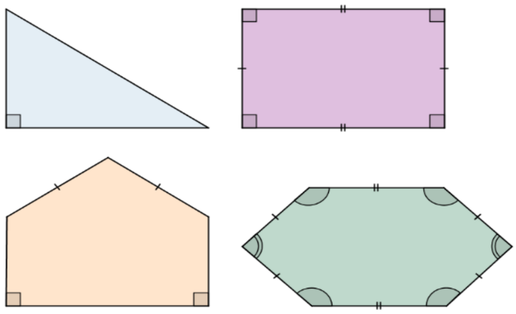


ಅಂತರ್ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು

ನಿಯಮಿತ ಮತ್ತು ಅನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು:



ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು

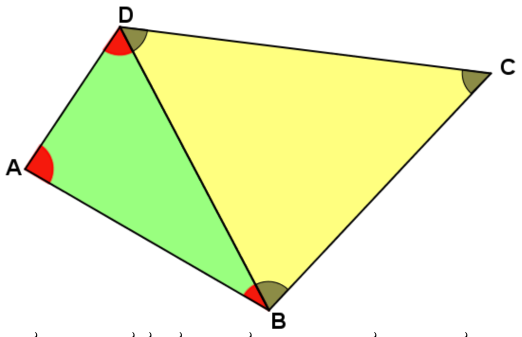


ನಿಯಮಿತವಲ್ಲದ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು

ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಖ್ರುತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ.

ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಖ್ರುತಿಯ ಬಾಹುಗಳು ಅಥವಾ ಕೋನಗಳು ಅಥವಾ ಅವೆರಡೂ ಅಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಅನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ.

ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣ

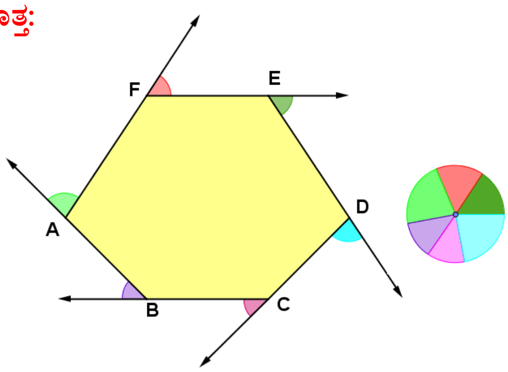


ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಕರ್ಣವು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಗಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಚತುಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ

$180^0 \times 2 = 360^0$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

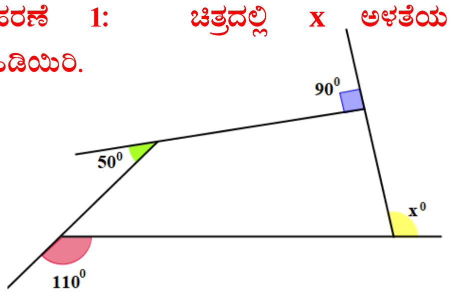
ಹೀಗೇ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಹೊರಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ:



ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ (ಎಷ್ಟೇ ಬಾಹುಗಳಿದ್ದರೂ) ಎಲ್ಲಾ ಹೊರಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360^0 ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ x ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

$110^0 + 50^0 + 90^0 + x = 360^0$

$250^0 + x = 360^0$

$x = 360^0 - 250^0$

$x = 110^0$

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಪ್ರತಿ ಹೊರಕೋನ 45^0 ಇರುವ ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

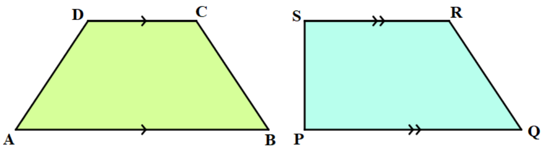
ಪರಿಹಾರ:

ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಖೃತಿಯ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 360^0 /ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆ

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{360^0}{45^0} = 8$

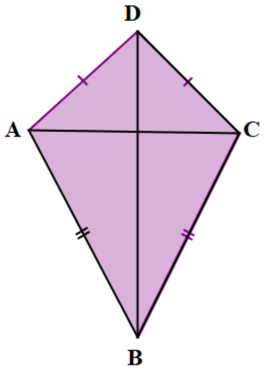
ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಧಗಳು:

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ:



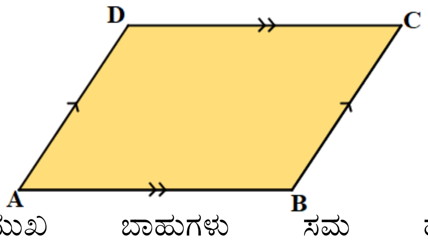
ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ.

ಪತಂಗ:



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿರುವಂತೆ ಎರಡೆರಡು ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವ ಆಕೃತಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ:

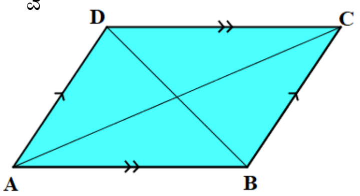


ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಹಾಗೂ ಸಮಾಂತರವಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ.

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಂಶಗಳು:

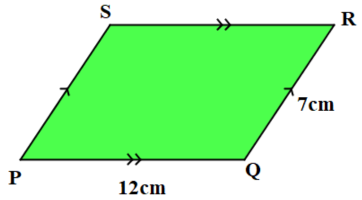
❖ AB,CD ಮತ್ತು AD,BC ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು

❖ AB, AB; AB, BC; BC, CD; CD, AD; ಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳು



❖ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ

= PQ + QR + RS + SP

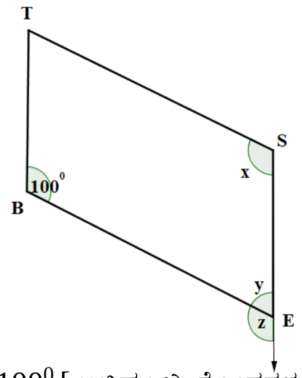
= 12 + 7 + 12 + 7

= 38cm

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ BEST ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. x,y ಮತ್ತು z ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



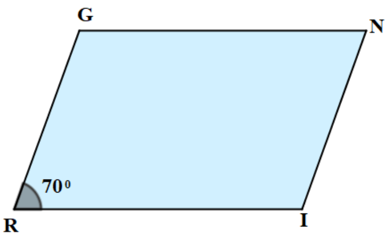
$x = \angle B = 100^0$ [ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ]

$y = \angle B = 100^0$ [ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ]

$z = \angle x = 100^0$ [ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ]

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ RING ದಲ್ಲಿ $m\angle R = 70^0$ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

$m\angle R = 70^0$

$\therefore\ m\angle N = 70^0$

[ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

$m\angle I = 180^0 - 70^0 = 110^0$

[ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0]

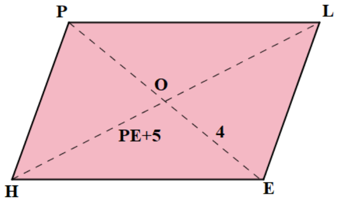
$\therefore\ m\angle G = 110^0$

[ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 6: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ HELP ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. (ಅಳತೆಗಳು ಸೆಂ.ಮೀ.ನಲ್ಲಿವೆ) OE = 4 ಮತ್ತು HL, PE ಗಿಂತ 5 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. OH ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

$OE = 4 \Rightarrow OP = 4$ [ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ]

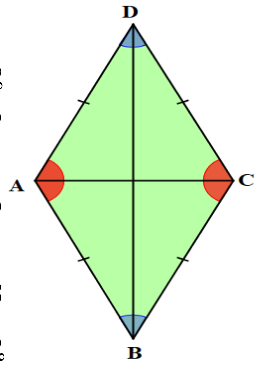
$\therefore\ PE = 4 + 4 = 8$

$\Rightarrow HL = 8 + 5 = 13$

ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು:

ವಜ್ರಾಕೃತಿ:

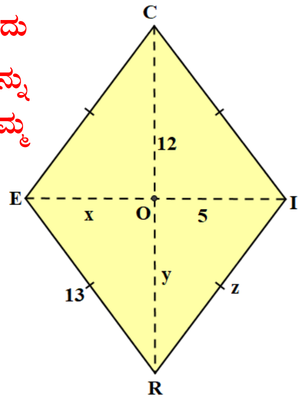
ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ ಹಾಗೂ ಸಮಾಂತರ.



ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ. [ಇದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಪತಂಗದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ]

'ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಾರ್ಧಕವಾಗಿರುತ್ತವೆ'

ಉದಾಹರಣೆ 7: RICE ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. x,y,z ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.



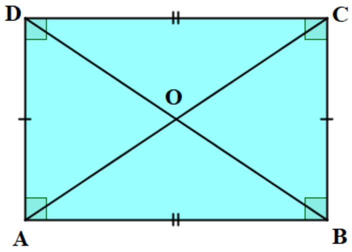
ಪರಿಹಾರ:

$x = OI = 5$[ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ]

$y = OC = 12$ [ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ]

$z = ER = 13$[ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ]

ಆಯತ:

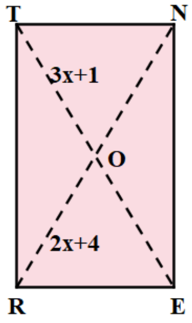


ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಸಮವಾಗಿರುವ[90^0] ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

ಆಯತದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

'ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ' ಮತ್ತು 'ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ'

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ RENT ಒಂದು ಆಯತ. ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು 'O' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿವೆ. OR = 2x + 4 ಮತ್ತು OT = 3x +1 ಅದರೆ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

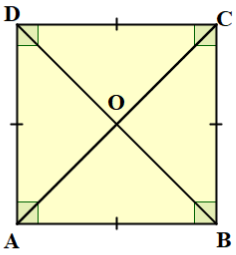
ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $3x + 1 = 2x + 4$

$3x - 2x = 4 - 1$

$x = 3$

ಚೌಕ:



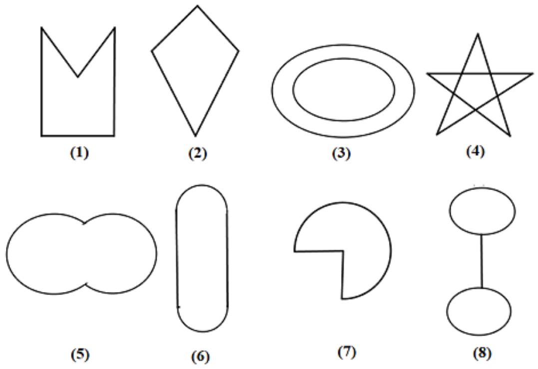
ಚೌಕವು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾಗಿರುವ ಒಂದು ಆಯತ.

- ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
- ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು 90^0
- ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.

'ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ'

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ಇಲ್ಲಿ ಕೆಳವು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.



ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ.

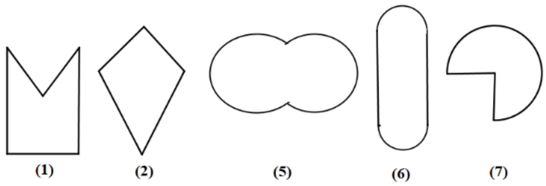
(a) ಸರಳ ವಕ್ರರೇಖೆ **(b) ಸರಳಆವೃತ ವಕ್ರರೇಖೆ**

(c) ಬಹುಭುಜ **(d) ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜ**

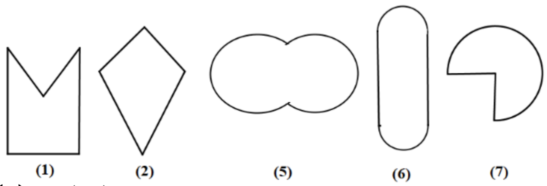
(e) ಅಂತರ್ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜ

ಪರಿಹಾರ:

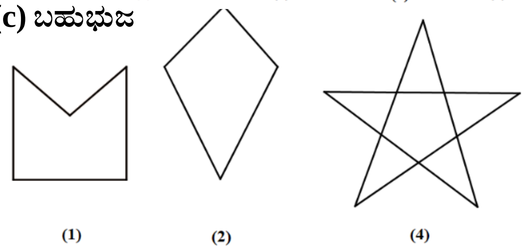
(a) ಸರಳ ವಕ್ರರೇಖೆ



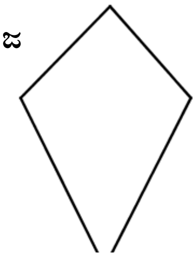
(b) ಸರಳಆವೃತ ವಕ್ರರೇಖೆ



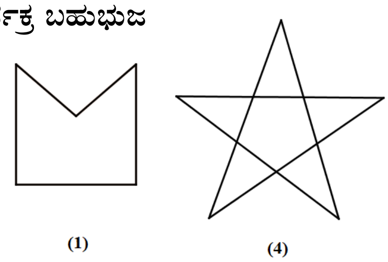
(c) ಬಹುಭುಜ



(d) ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜ



(e) ಅಂತರ್ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜ



2. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಎಷ್ಟು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

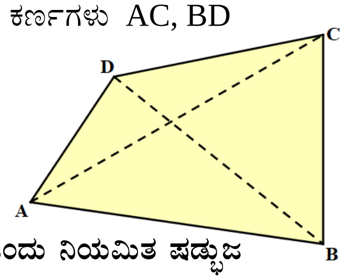
(a) ಒಂದು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜ

(b) ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜ (c) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ

ಪರಿಹಾರ:

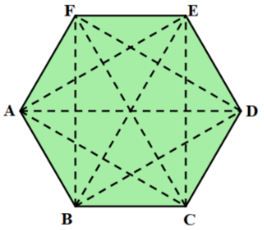
(a) ಒಂದು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು AC, BD

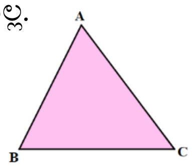


(b) ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜ

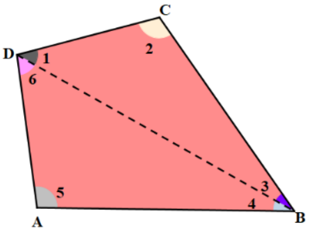
9 ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.



(c) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ:
ಯಾವುದೇ ಕರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ.



3. ಒಂದು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು? ಚತುರ್ಭುಜ ಅಂತರ್ವಕ್ರವಾಗಿದ್ದರೂ ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣ ನಿಜವಾಗುವುದೇ? (ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆದು ಕೊಂಡು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.)

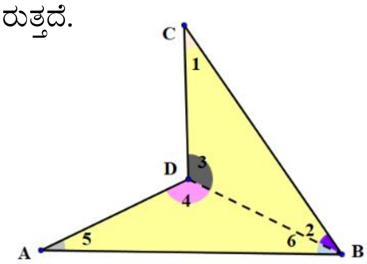


ಪರಿಹಾರ:
ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದಾಗ ಅದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

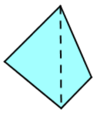
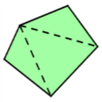
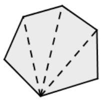
∴ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ

$= 2 \times 180^0 = 360^0$

ಹೌದು ಚತುರ್ಭುಜ ಅಂತರ್ವಕ್ರವಾಗಿದ್ದರೂ ಈ ಲಕ್ಷಣ ನಿಜವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



4. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ ಅದರಿಂದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

ಆಕೃತಿ				
ಬಾಹು	3	4	5	6
ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ	1×180 $(3-2)180$	2×180 $(4-2)180$	3×180 $(5-2)180$	4×180 $(6-2)180$

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜಗಳ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ.

(a) 7 (b) 8 (c) 10 (d) n

ಪರಿಹಾರ:

ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= (n-2) \times 180^0$

(a) $n = 7$ ಆದಾಗ

$(7-2) \times 180^0 = 5 \times 180^0 = 900^0$

(b) $n = 8$ ಆದಾಗ

$(8-2) \times 180^0 = 6 \times 180^0 = 1080^0$

(c) $n = 10$ ಆದಾಗ

$(10-2) \times 180^0 = 8 \times 180^0 = 1440^0$

(c) $n = n$ ಆದಾಗ

$(n-2) \times 180^0$

5. ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜ ಎಂದರೇನು? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

(a) 3 ಬಾಹುಗಳು (b) 4 ಬಾಹುಗಳು (c) 6 ಬಾಹುಗಳು

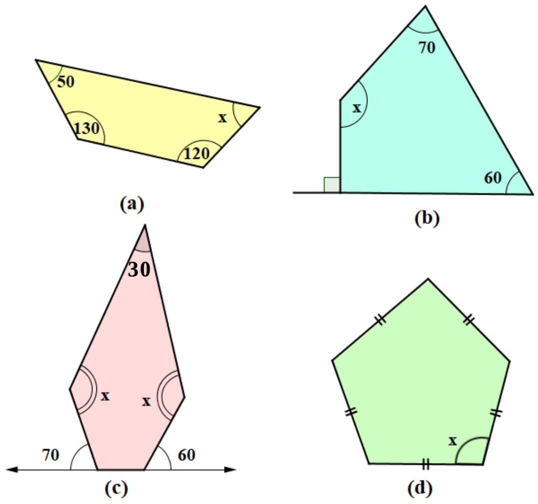
ಪರಿಹಾರ:
ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಖೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ.

(a) 3 ಬಾಹುಗಳು – ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ

(b) 4 ಬಾಹುಗಳು – ಚೌಕ ಅಥವಾ ವರ್ಗ

(c) 6 ಬಾಹುಗಳು – ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜ

6. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ x ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

(a) ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ

$= (4-2) \times 180^0 = 2 \times 180^0 = 360^0$

$x + 50^0 + 130^0 + 120^0 = 360^0$

$x + 300^0 = 360^0$

$x = 360^0 - 300^0 \Rightarrow x = 60^0$

(b) ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ

$= (4-2)\times180^0 = 2 \times 180^0 = 360^0$

$x + 70^0 + 60^0 + 90^0 = 360^0$

$x + 220^0 = 360^0$

$x = 360^0 - 220^0$

$x = 140^0$

(c) ಪಂಚಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ

$= (5-2)\times180^0 = 3 \times 180^0 = 540^0$

$x + 110^0 + 120^0 + x + 30^0 = 540^0$

$2x + 260^0 = 540^0$

$2x = 540^0 - 260^0$

$2x = 280^0$

$x = 140^0$

(c) ಪಂಚಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ

$= (5-2)\times180^0 = 3 \times 180^0 = 540^0$

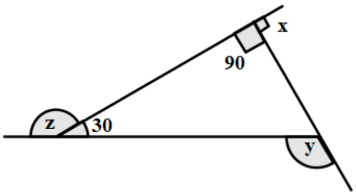
ಇಲ್ಲಿ ನಿಯಮಿತ ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮ.

$5x = 540^0$

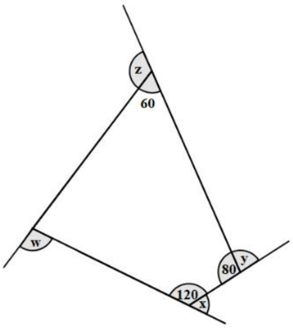
$x = \frac{540}{5}$

$x = 108^0$

7.(a) x + y + z ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

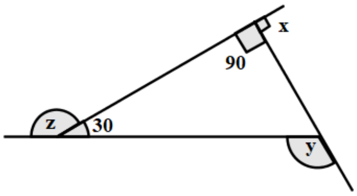


(b) x + y + z + w ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

(a) x + y + z



[ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0]

$\therefore x = 180 - 90 = 90^0$

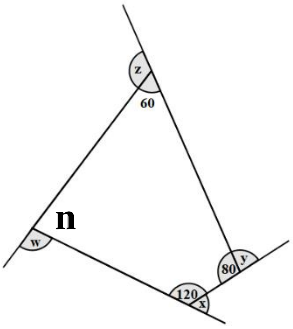
$z = 180^0 - 30^0 = 150^0$

$y = 30^0 + 90^0 = 120^0$

[ಬಾಹ್ಯ ಕೋನವು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.]

$\therefore x + y + z = 90^0 + 150^0 + 120^0 = 360^0$

(b) x + y + z + w



$x = 180^0 - 120^0 = 60^0$

$y = 180^0 - 80^0 = 100^0$

$z = 180^0 - 60^0 = 120^0$

$n = 360^0 - (60^0 + 80^0 + 120^0)$

$= 360^0 - 260^0 = 100^0$

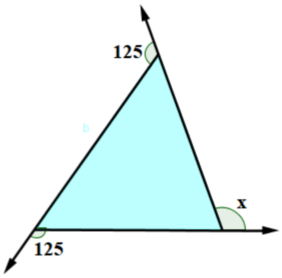
$\therefore w = 180^0 - 100^0 = 80^0$

$\Rightarrow x + y + z + w = 60^0+100^0+120^0+80^0$

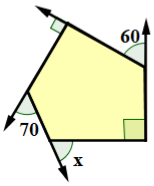
$\Rightarrow x + y + z + w = 360^0$

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ xನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(a)



(b)

ಪರಿಹಾರ:

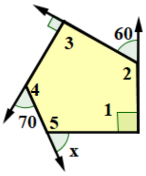
(a) $x + 125^0 + 125^0 = 360^0$

[ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = 180^0]

$\Rightarrow x + 250^0 = 360^0$

$\Rightarrow x = 360^0 - 250^0 = 110^0$

(b) $\angle1 = 180^0 - 90^0 = 90^0$



$\angle 2 = 180^0 - 600 = 120^0$
$\angle 3 = 180^0 - 90 = 90^0$
$\angle 4 = 180^0 - 70^0 = 110^0$
$\angle 5 = 180^0 - x$
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 540^0$
$[(n-2)180 = (5-2)180 = 3\times 180 = 540^0]$
$90^0 + 120^0 + 90^0 + 110^0 + 180^0 - x = 540^0$
$590^0 - x = 540^0$
$590^0 - 540^0 = x \Rightarrow x = 50^0$

2. ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 9 ಬಾಹುಗಳು (ii) 15 ಬಾಹುಗಳು

ಪರಿಹಾರ:

(i) 9 ಬಾಹುಗಳು

ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ$=(n-2)180^0=(9-2)\times 180^0$

$= 7 \times 180^0 = 1260^0$

ಪ್ರತಿ ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ $= \frac{1260^0}{9} = 140^0$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ

$= 180^0 -$ ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ

$= 180^0 - 140^0 = 40^0$

(ii) 15 ಬಾಹುಗಳು

ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ$=(n-2)180^0=(15-2)\times 180^0$

$= 13 \times 180^0 = 2340^0$

ಪ್ರತಿ ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ $= \frac{2340^0}{15} = 156^0$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ

$= 180^0 -$ ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ

$= 180^0 - 156^0 = 24^0$

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

ಪ್ರತಿ ಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ $= \frac{360^0}{n}$

(i) 9 ಬಾಹುಗಳು

ಹೊರಕೋನ $= \frac{360^0}{9} = 40^0$

(ii) 15 ಬಾಹುಗಳು

ಹೊರಕೋನ $= \frac{360^0}{15} = 24^0$

3. ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ 24^0 ಇದ್ದಾಗ ಅದು ಹೊಂದಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{360^0}{\text{ಪ್ರತಿಹೊರಕೋನದ ಅಳತ}}$

$n = \frac{360^0}{24^0} = 15$

3. ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ 165^0 ಇದ್ದಾಗ ಅದು ಹೊಂದಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ $= 165^0$

ಆದ್ದರಿಂದ ಹೊರಕೋನ $= 180^0 - 165^0 = 15^0$

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{360^0}{\text{ಪ್ರತಿಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ}}$

$n = \frac{360^0}{15^0} = 24$

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಾಹುಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ $= 24$

5. ಪ್ರತಿ ಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ 22^0 ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಅದು ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆಯಾಗಿರುವ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಏಕೆ?

ಪರಿಹಾರ:

ಹೊರಕೋನ 22^0 ಇದ್ದಾಗ,

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{360^0}{\text{ಪ್ರತಿಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ}}$

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{360^0}{22} = 16.36$

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 22^0 ಹೊರಕೋನವಿರುವ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಒಳಕೋನ 22^0 ಇದ್ದಾಗ,

ಹೊರಕೋನ $= 180^0 - 22^0 = 158^0$

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{360^0}{\text{ಪ್ರತಿಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ}}$

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{360^0}{158} = 2.28$

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 22^0 ಒಳಕೋನವಿರುವ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

6. (a) ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜವು ಹೊಂದಬಹುದಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು: ಏಕೆ?

(b) ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜವು ಹೊಂದಬಹುದಾದ ಗರಿಷ್ಠ ಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

(a) ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜವು ಕನಿಷ್ಠ 3 ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.ಅದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ 60^0

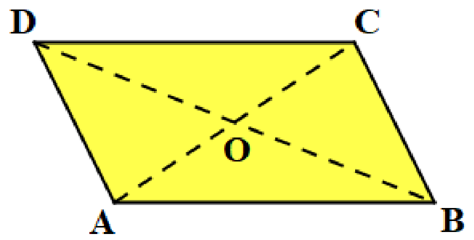
ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಒಳಕೋನದ ಅಳತೆ 60^0

(b) ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಅಳತೆ = 60^0. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜವು ಹೊಂದಬಹುದಾದ ಗರಿಷ್ಟ ಹೊರಕೋನದ ಅಳತೆ

$= 180 - 60 = 120^0$

ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

1. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.



(i) AD = -------

(ii) ∠DCB = -------

(iii) OC = ------

(iv) m∠DAB + m∠CDA = -------

ಪರಿಹಾರ:

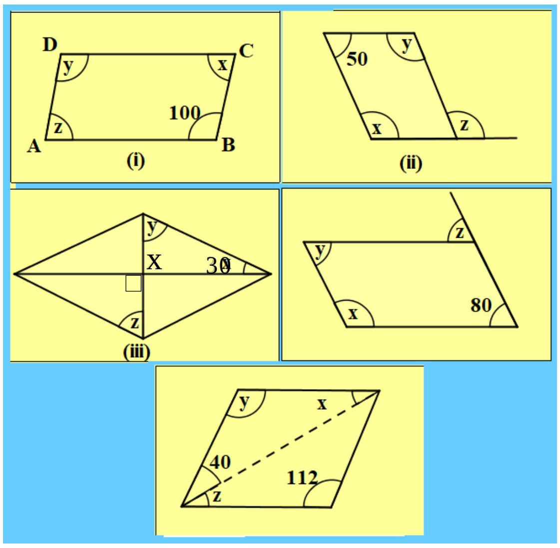
(i) AD = BC [ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.]

(ii) ∠DCB = ∠DAB [ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.]

(iii) OC = OA[ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.]

(iv) m∠DAB + m∠CDA = 180^0 [ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ]

2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ, ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದಗಳಾದ x,y,z ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:

(i) x + ∠B = 180^0 [ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು]

∴ x + 100^0 = 180^0

x = $180^0 - 100^0 = 80^0$

y = ∠B = 100^0 [ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

z + ∠B = 180^0 [ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು]

∴ z = $180^0 - 100^0 = 80^0$

(ii) x + 50^0 = 180^0[ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು]

∴ x = $180^0 - 50^0 = 130^0$

∴ y = 130^0[ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

z = x = 130^0[ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು]

(iii) x = 90^0[ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

y + 30^0 + 90^0 = 180^0

[ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ]

∴ y = $180^0 - 120^0 = 60^0$

z = y = 60^0 [ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು]

(iv) x + 80^0 = 180^0 [ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು]

x = $180^0 - 80^0 = 100^0$

y = 80^0 [ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ]

z = x = 100^0 [ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

z + ∠B = 180^0 [ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು]

∴ z = 80^0 [ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು]

(v) y = 112^0[ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ]

x + y + 40^0 = 180^0[ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ]

x + 112^0 + 40^0 = 180^0

x + 152^0 = 180^0

x = $180^0 - 152^0 = 28^0$

z = x = 28^0 [ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು]

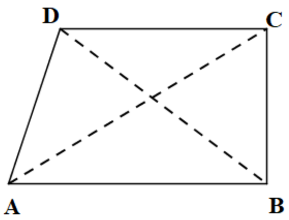
3. ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಆದಾಗ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಬಹುದೇ?

(i) ∠D + ∠B = 180^0

(ii) AB = DC = 8cm, AD = 4cm, BC = 4.4cm

(iii) ∠A = 70^0 ಮತ್ತು ∠C = 65^0

ಪರಿಹಾರ:



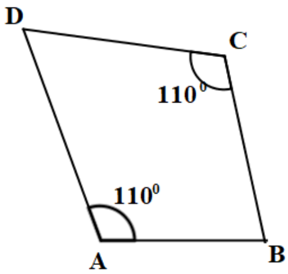
(i) $\angle D + \angle B = 180^0$
ಆಗಲೂ ಬಹುದು. ಆಗದೆಯೂ ಇರಬಹುದು.

(ii) AB = DC = 8cm, AD = 4cm, BC = 4.4cm
ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿಲ್ಲ.

(iii) $\angle A = 70^0$ ಮತ್ತು $\angle C = 65^0$
ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಿಲ್ಲ.

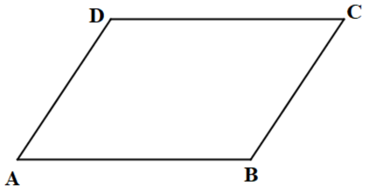
4. ಎರಡು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಲ್ಲದ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:



5. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

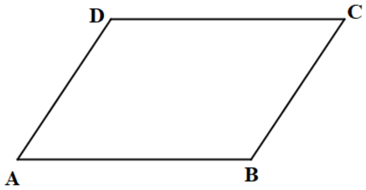
ಪರಿಹಾರ:



$\angle A : \angle B = 3: 2$
$\angle A = 3x$ ಮತ್ತು $\angle B = 2x$ ಆಗಿರಲಿ.
$3x + 2x = 180^0$
$5x = 180^0$
$x = 36^0$
ಆದ್ದರಿಂದ $\angle A = 3x = 3 \times 36 = 108^0$
$\angle B = 2x = 2 \times 36 = 72^0$
$\angle C = \angle A = 108^0$
$\angle D = \angle B = 72^0$

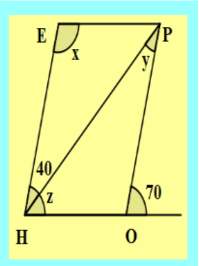
6. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತಿಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:



$\angle A = \angle B$
ಆದ್ದರಿಂದ $\angle C = \angle D$ [ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ]
ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು = 90^0

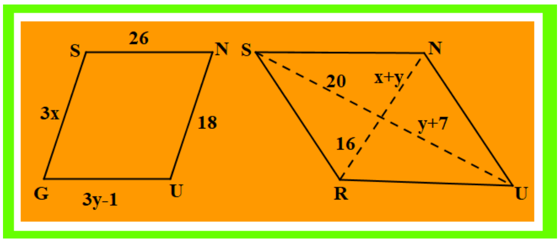
7. ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ HOPE ಆಗಿದೆ. ಕೋನಗಳಾದ x,y ಮತ್ತು z ನ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸಿದ ಗುಣವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ:

$\angle HOP + 70^0 = 180^0$ [ಸರಳರೇಖಾ ಯುಗ್ಮಗಳು]
$\Rightarrow \angle HOP = 180^0 - 70^0 = 110^0$
$x = \angle HOP = 110^0$ [ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]
$\angle EHO = 70^0$ [ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು]
$\therefore z = 70^0 - 40^0 = 30^0$
$y + z + \angle HOP = 180^0$
[ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ]
$\Rightarrow y + 30^0 + 110^0 = 180^0$
$\Rightarrow y + 140^0 = 180^0$
$\Rightarrow y + 140^0 = 180^0 - 140^0 = 40^0$

8. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಾದ GUNS ಮತ್ತು RUNS ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ x ಮತ್ತು y ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.(ಅಳತೆಗಳು ಸೆಂ.ಮೀ.ನಲ್ಲಿವೆ)



ಪರಿಹಾರ:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ GUNS ನಲ್ಲಿ,

$3x = 18 \Rightarrow x = 6$cm

$3y – 1 = 26 \Rightarrow 3y = 26 + 1 = 27$

$\Rightarrow y = \frac{27}{3} = 9$cm

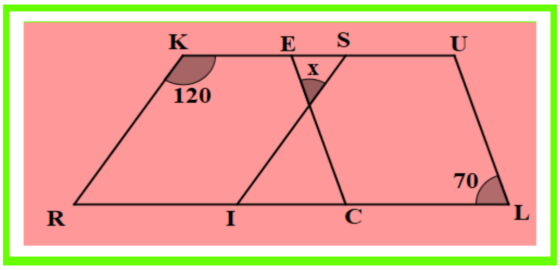
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ RUNS ನಲ್ಲಿ,

$y + 7 = 20 \Rightarrow y = 20 – 7 = 13$cm

$x + y = 16 \Rightarrow x + 13 = 16$cm

$\Rightarrow x = 3$cm

9.



ಮೇಲಿನ RISK ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ CLUE ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$\angle K = \angle RIS = 120^0$ [ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

$\angle RIS + \angle ISK = 180^0$ [ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು]

$\Rightarrow \angle ISK = 180^0 – 120^0 = 60^0$ ---(1)

$\angle L = \angle CEU = 70^0$ --------(2)

[ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

$x + \angle E + \angle S = 180^0$ [(1) ಮತ್ತು (2)ರಿಂದ]

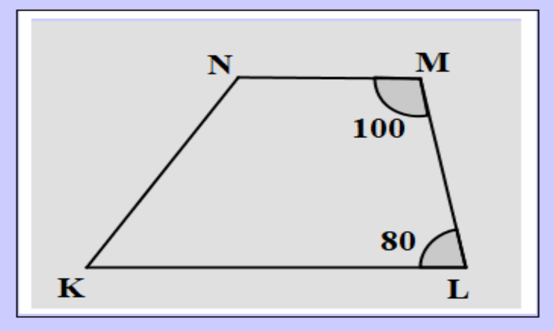
[ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ]

$\Rightarrow x + 60 + 70 = 180^0$

$\Rightarrow x + 60^0 + 70^0 = 180^0 – 130^0$

$\Rightarrow x = 50^0$

10. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರ ಹೇಗೆ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ವಿವರಿಸಿ. ಯಾವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ?



ಪರಿಹಾರ:

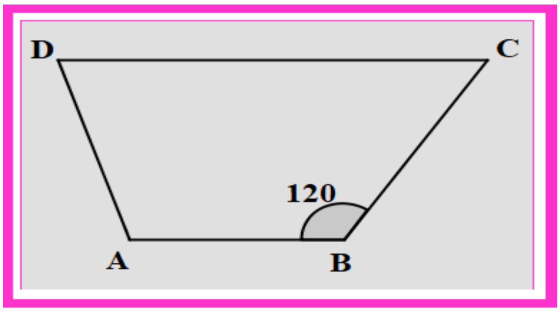
ಇಲ್ಲಿ $\angle M + \angle L = 100^0 + 80^0 = 180^0$

ಇವು ಅಂತರ್ ಒಳಕೋನಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ MN ||KL

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ.

11.ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB||CD ಆದರೆ $m\angle C$ ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



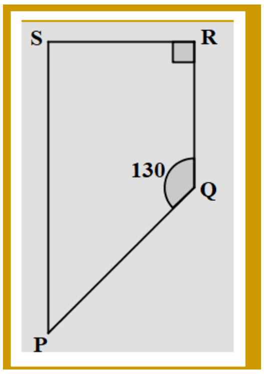
ಪರಿಹಾರ:

$m\angle C + \angle B = 180^0$ [AB||CD]

$m\angle C = 180^0 - \angle B$

$m\angle C = 180^0 - 120^0 = 60^0$

12. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ SP||RQ ಆದರೆ $\angle P$ ಮತ್ತು $\angle S$ ಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.($m\angle R$ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ನಂತರ $m\angle P$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಾನಗಳು ಇವೆಯೇ?)



ಪರಿಹಾರ:

$\angle R + \angle S = 180^0$[SP||RQ]

$\Rightarrow 90 + \angle S = 180^0$

$\Rightarrow \angle S = 90^0$

$\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 360^0$

$\angle P + 130^0 + 90^0 + 90^0 = 360^0$

$\angle P + 310^0 = 360^0$

$\angle P = 360^0 - 310^0 = 50^0$

ಅಭ್ಯಾಸ 4.4

1. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೇ, ತಪ್ಪೇ ತಿಳಿಸಿ.

(a) ಎಲ್ಲಾ ಆಯತಗಳು ಚೌಕಗಳಾಗಿವೆ.

(b) ಎಲ್ಲಾ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳು ಸಮಾಂತರ

ಚತುರ್ಭುಜಗಳು.

(c) ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳೂ ಮತ್ತು ಆಯತಗಳೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

(d) ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳು ಸಮಾಂಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲ.

(e) ಎಲ್ಲಾ ಪತಂಗಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳು.

(f) ಎಲ್ಲಾ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳು ಪತಂಗಗಳೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

(g) ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳಾಗುತ್ತವೆ.

(h) ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳಾಗುತ್ತವೆ.

ಪರಿಹಾರ:

(a) ತಪ್ಪು – ಆಚುತದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ ಮಾತ್ರ ಅದು ಚೌಕವಾಗುತ್ತದೆ.

(b) ಸರಿ– ಎಲ್ಲಾ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

(c) ಸರಿ – ಚೌಕವು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(d) ತಪ್ಪು – ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೂ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

(e) ತಪ್ಪು– ಎಲ್ಲಾ ಪತಂಗಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

(f) ಸರಿ – ಎಲ್ಲಾ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳು ಪತಂಗದ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

(g) ಸರಿ – ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

(h) ಸರಿ – ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗಗಳು ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

2. ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(a) ಸಮನಾದ ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು

(b) ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನಗಳು

ಪರಿಹಾರ:

(a) ಸಮನಾದ ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು

(i) ಚೌಕ

(ii) ವಜ್ರಾಕೃತಿ

(b) ಚೌಕ

(b) ಆಯತ

3. ಚೌಕವು ಯಾವಾಗ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಯಾಗುತ್ತವೆ ವಿವರಿಸಿ.

(i) ಚತುರ್ಭುಜ (ii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ (iii) ವಜ್ರಾಕೃತಿ (iv) ಆಯತ

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಚತುರ್ಭುಜ

ಚೌಕವು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಅದು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಲು ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಬೇಕು.

(ii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಚೌಕವು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ. ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

(iii) ವಜ್ರಾಕೃತಿ

ಚೌಕವು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಹಾಗೂ ಕರ್ಣಗಳು ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

(iv) ಆಯತ

ಚೌಕವು ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಚೌಕದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಹಾಗೂ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಲಂಬವಾಗಿವೆ.

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

(a) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

(b) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಾರ್ಧಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(c) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಪರಿಹಾರ:

(a) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

–ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

–ಆಯತ

–ಚೌಕ

–ವಜ್ರಾಕೃತಿ

(b) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಾರ್ಧಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

–ವಜ್ರಾಕೃತಿ

–ಚೌಕ

(c) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

–ಚೌಕ

–ಆಯತ

5. ಆಯತವು ಒಂದು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರಲು ಕಾರಣವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಗಳು ಹೊರಮುಖವಾಗಿವೆ ಹಾಗೂ ಕರ್ಣಗಳು ಆಯತದ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂ ಆಯತವು ಒಂದು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜ.

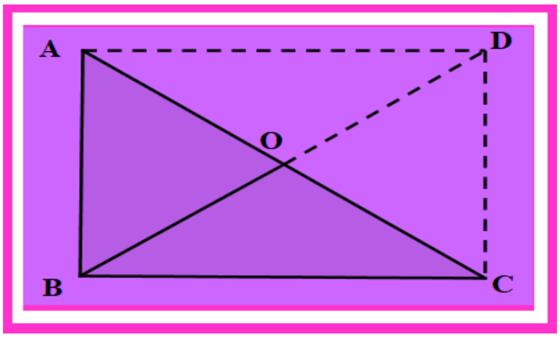
6. ABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದ್ದು, O ಬಿಂದುವು ಲಂಬಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. O ಬಿಂದುವು A,B ಮತ್ತು C ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ ಏಕೆ?ವಿವರಿಸಿ.(ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ಚುಕ್ಕಿ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ.)

ಪರಿಹಾರ:

ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ O ಬಿಂದುವು AC ಮತ್ತು BD ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂಧುಗಳಾಗಿವೆ. ಅವು ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳಾಗಿವೆ. ಆಯತದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ (a) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

(b) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಾರ್ಧಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(c) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.



YK

ಪರಿಷ್ಕೃತ ಪಠ್ಯ

ಗಣಿತ

Mathematics

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ–1

ಅಧ್ಯಾಯ 7

ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

Practical Geometrv

Copy rights reserved

Attractive Maths Solution

ಅಧ್ಯಾಯ 7
ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು:

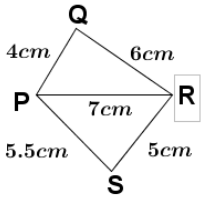
ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆ

- ❖ 4 ಭುಜ ಮತ್ತು 1 ಕರ್ಣವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ
- ❖ 2 ಕರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು 3 ಭುಜಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ
- ❖ 2 ಪಾರ್ಶ್ವಭುಜಗಳು ಮತ್ತು 3 ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ
- ❖ 3 ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ನಡುವಿನ 2 ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ
- ❖ ಇತರೆ ವಿಶೇಷ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ

ನೆನಪಿಡಿ: ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ ರಚನೆಗೆ 5 ಅಳತೆಗಳು ಇರಲೇಬೇಕು.

ನಾಲ್ಕು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ:

ಉದಾಹರಣೆ 1 : PQ = 4 ಸೆಂ.ಮೀ, QR = 6 ಸೆಂ.ಮೀ, RS = 5 ಸೆಂ.ಮೀ, PS = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು PR = 7 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವಂತೆ PQRS ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ಹಂತ 1: ದತ್ತ ಅಳತೆಗೆ ಒಂದು ಕಚ್ಚಾ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ 2: 7ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ PQ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

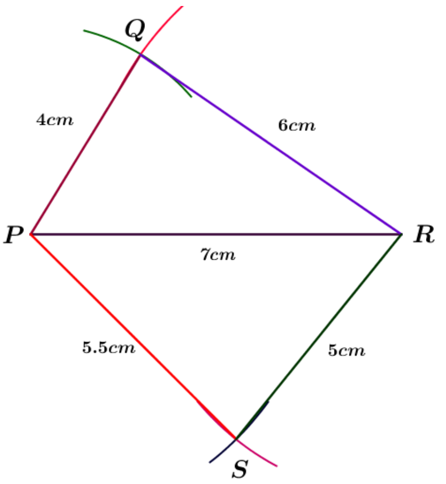
ಹಂತ 3: P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 4ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು R ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 6ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿಂದ ಪರಸ್ಪರ Q ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 4: PQ ಮತ್ತು QR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಹಂತ 5: P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು R ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 5ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿಂದ ಪರಸ್ಪರ S ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 6: PS ಮತ್ತು QS ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

PQRS ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

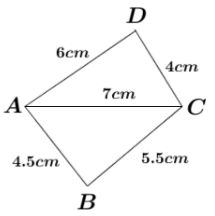


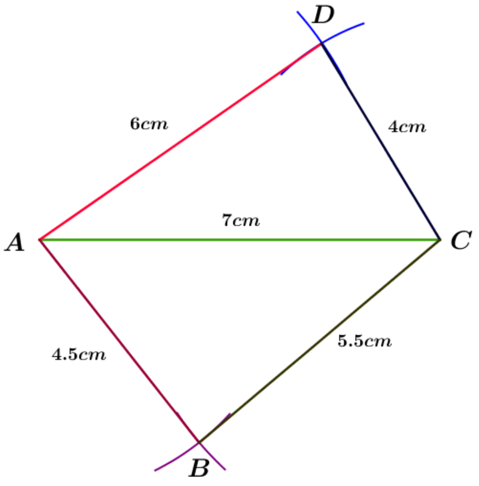
ಅಭ್ಯಾಸ 7.1

1. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ :

(i) ಚತುರ್ಭುಜ ABCD

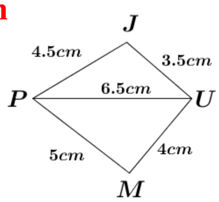
AB = 4.5cm; BC = 5.5cm; CD = 4cm; AD = 6cm; AC = 7cm

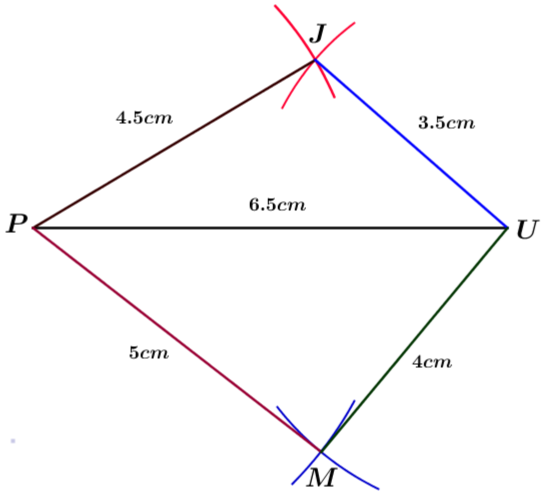




(ii) ಚತುರ್ಭುಜ JUMP

JU = 3.5cm; UM = 4cm; MP = 5cm; PJ = 4.5cm; PU = 6.5cm

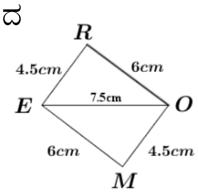


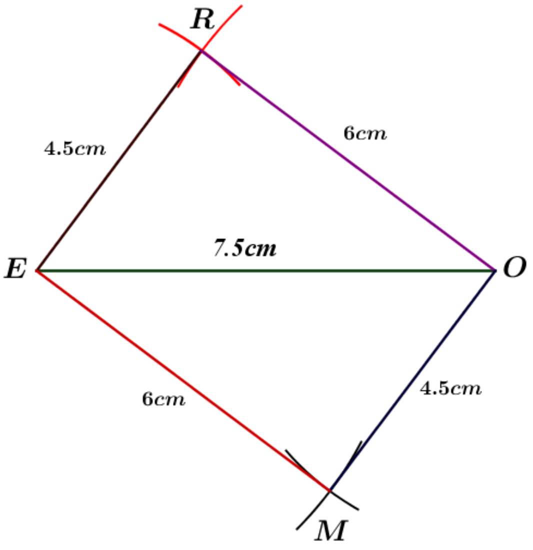


(iii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ MORE

OR = 6cm; RE = 4.5cm; EO = 7.5cm;

ಗಮನಿಸಿ: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.

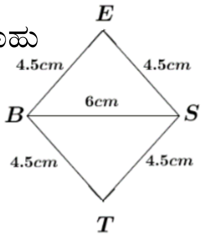


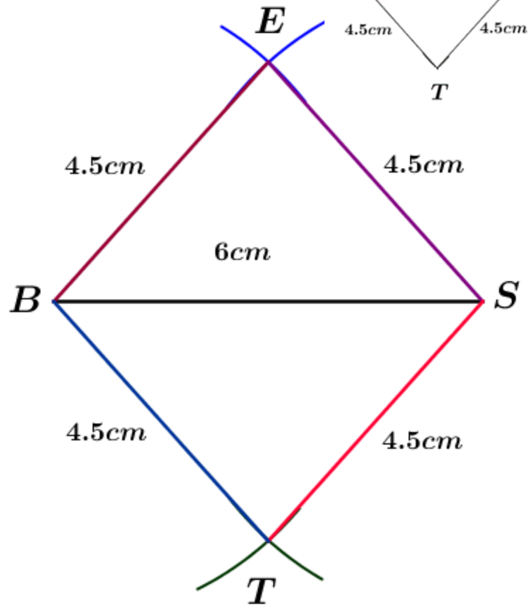


(iv) ವಜ್ರಾಕೃತಿ BEST

BE = 4.5cm; ET = 6cm

ಗಮನಿಸಿ: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

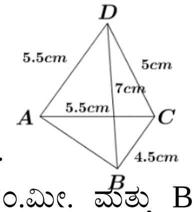




ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಮೂರು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ

ಉದಾಹರಣೆ 2:

BC = 4.5 ಸೆಂ. ಮೀ. ,AD = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ., CD = 5 ಸೆಂ.ಮೀ., ಕರ್ಣ AC = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಕರ್ಣ BD = 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವ ABCD ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ಹಂತ 1:
ಕಚ್ಚಾ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ 2: ಕರ್ಣ AC = 5.5 ರಚಿಸಿ.

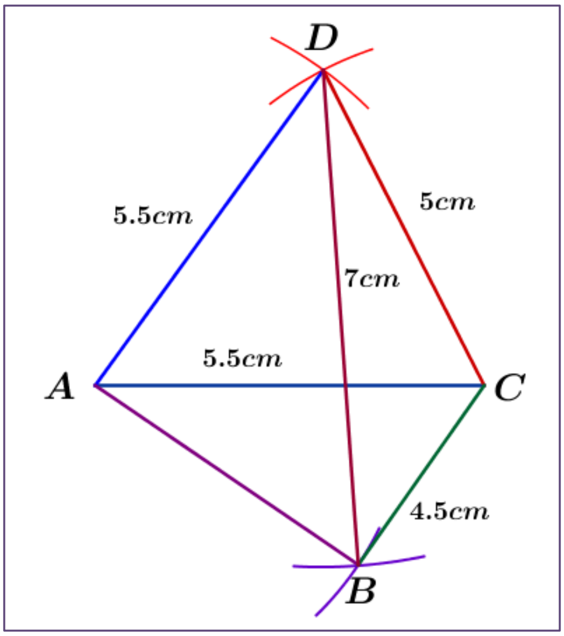
ಹಂತ 3: A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 5.5ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು B ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 5ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನು D ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 4: AD ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಹಂತ 5: D ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 7ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು C ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನು B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 6:

DB ಮತ್ತು CB ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು AB ಜೋಡಿಸಿ.

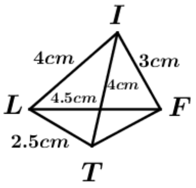


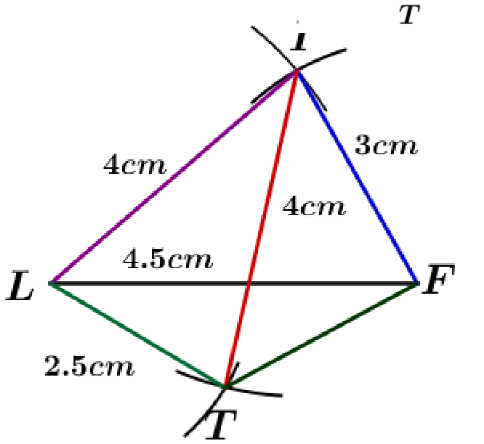
ಅಭ್ಯಾಸ 7.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ :

(i) ಚತುರ್ಭುಜ LIFT

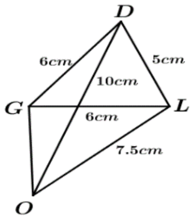
LI = 4 ಸೆಂ.ಮೀ.; IF = 3 ಸೆಂ.ಮೀ.; TL = 2.5 ಸೆಂ.ಮೀ.; LF = 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ.; IT = 4 ಸೆಂ.ಮೀ.

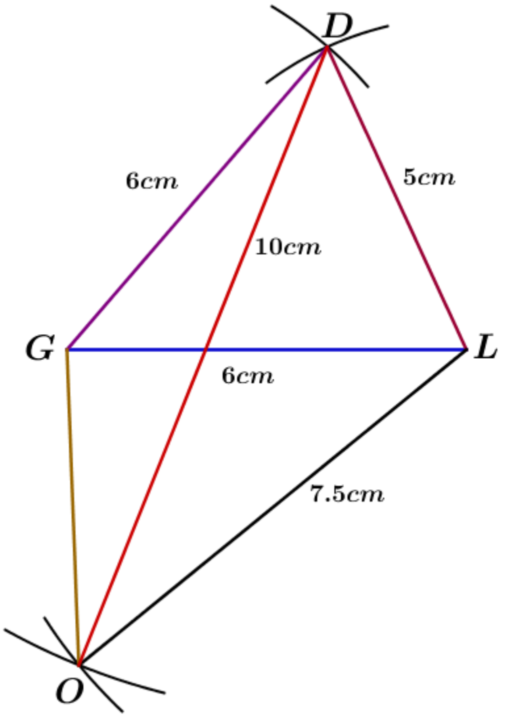




(ii) ಚತುರ್ಭುಜ GOLD

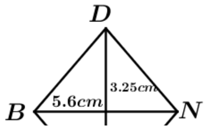
OL = 7.5 ಸೆಂ.ಮೀ.; GL = 6 ಸೆಂ.ಮೀ.; GD = 6 ಸೆಂ.ಮೀ.;LD = 5 ಸೆಂ.ಮೀ.; OD = 10 ಸೆಂ.ಮೀ.

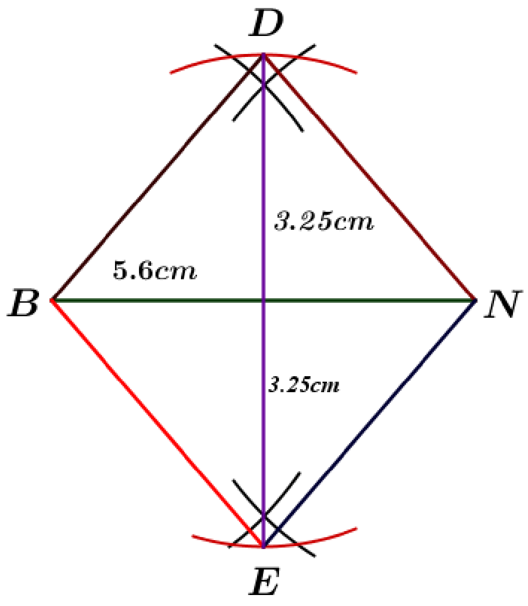




(iii) ವಜ್ರಾಕೃತಿ BEND

BN = 5.6 ಸೆಂ.ಮೀ.; DE = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ.

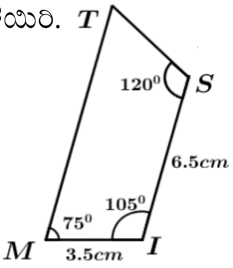




ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ :

ಉದಾಹರಣೆ 3 : MI = 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ., IS = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ., M = 75°I = 105° ಇರುವ MIST ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ 1: ಕಚ್ಚಾ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

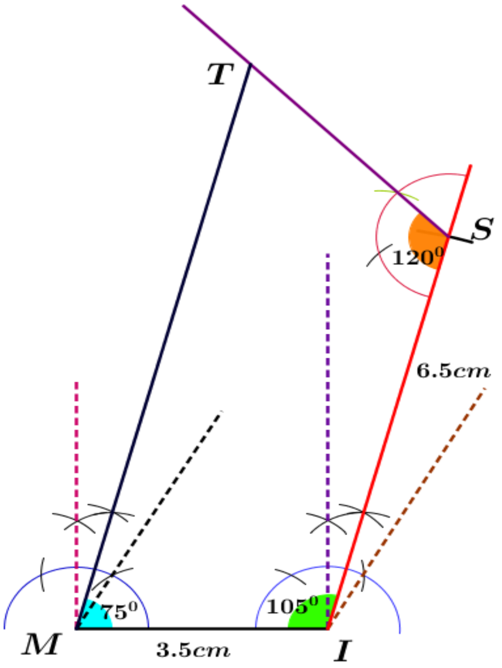


ಹಂತ 2: MI = 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 3: ಬಿಂದು I ನಲ್ಲಿ 105^0 ಕೋನವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 4: ಬಿಂದು IS = 6.5ಸೆಂ.ಮೀ. ಗುರುತಿಸಿ, S ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 120^0 ಕೋನವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ

ಹಂತ 5: ಬಿಂದು M ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 75^0 ಕೋನವನ್ನು ಎಳೆದು M ಮತ್ತು S ನಿಂದ ಹೊರಟ ರೇಖೆಗಳು T ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.

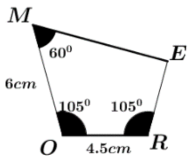


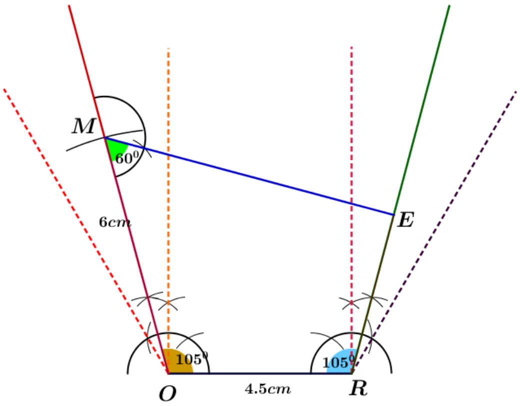
ಅಭ್ಯಾಸ 7.3

1. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ :

(i) ಚತುರ್ಭುಜ MORE

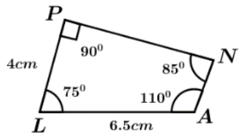
MO = 6 ಸೆಂ.ಮೀ.;OR = 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ.; ∠M = 60°; ∠O = 105°; ∠R = 105°

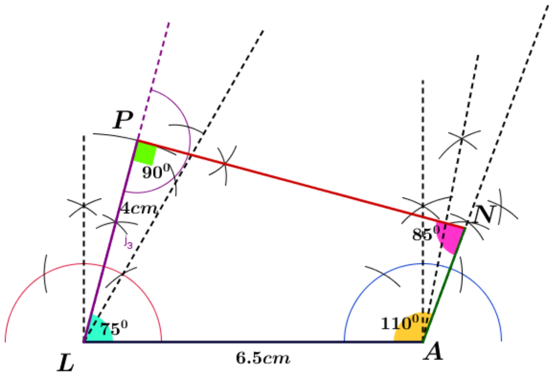




(ii) ಚತುರ್ಭುಜ PLAN

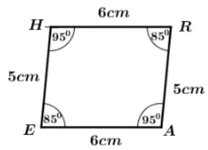
PL = 4 ಸೆಂ.ಮೀ.; LA = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ.; ∠P = 90°; ∠A = 110°; ∠N = 85°

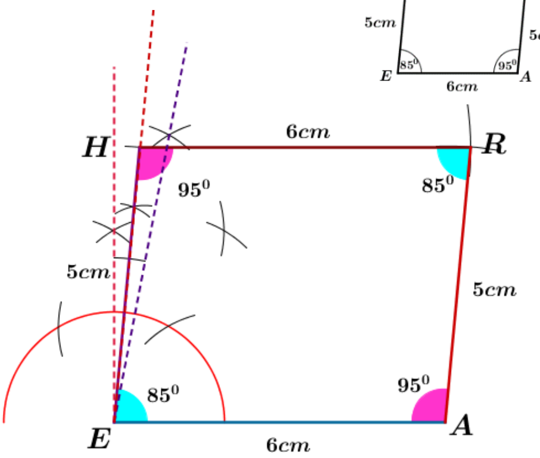




(iii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ HEAR

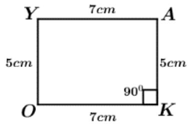
HE = 5 ಸೆಂ.ಮೀ.; EA = 6 ಸೆಂ.ಮೀ.; ∠R = 85°

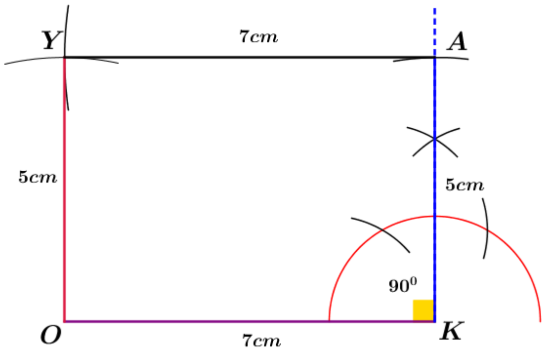




(iv) ಆಯತ OKAY

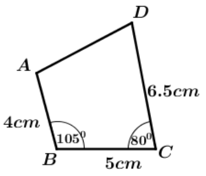
OK = 7 ಸೆಂ.ಮೀ.; KA = 5 ಸೆಂ.ಮೀ.

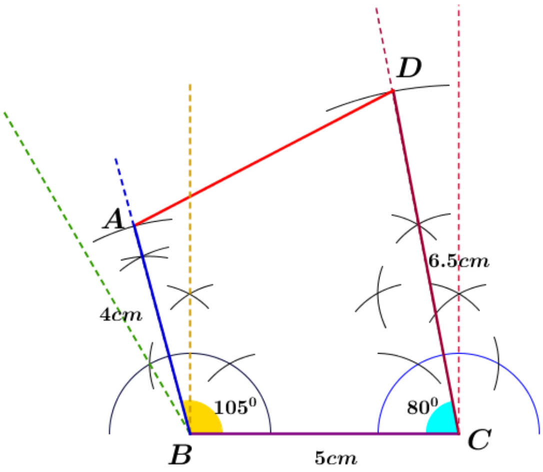




ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ

ಉದಾಹರಣೆ 4 : AB = 4 ಸೆಂ.ಮೀ., BC = 5 ಸೆಂ.ಮೀ., CD = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ., B = 105° ಮತ್ತು C = 80° ಇರುವ ABCD ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



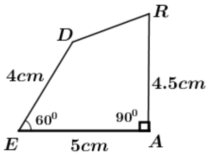


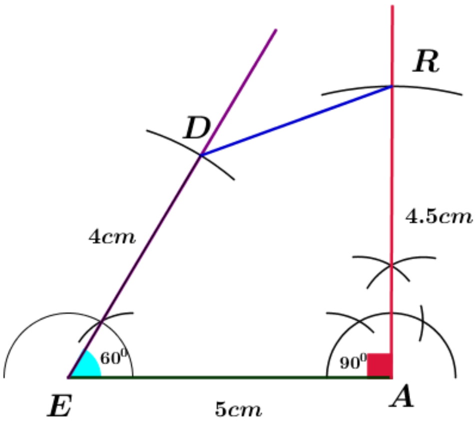
ಅಭ್ಯಾಸ 7.4

1. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ :

(i) ಚತುರ್ಭುಜ DEAR

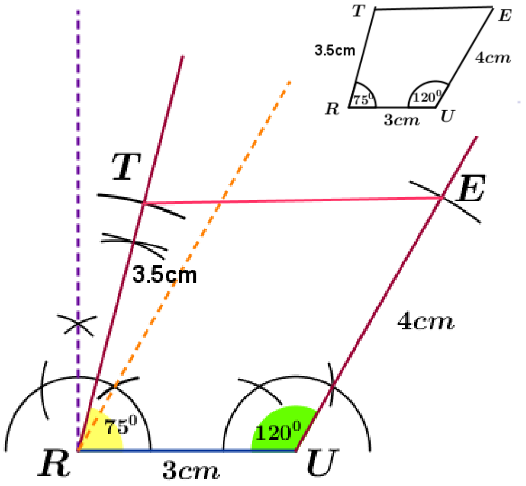
DE = 4 ಸೆಂ.ಮೀ.; EA = 5 ಸೆಂ.ಮೀ.; AR = 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ.; ∠E = 60° ; ∠A = 90°





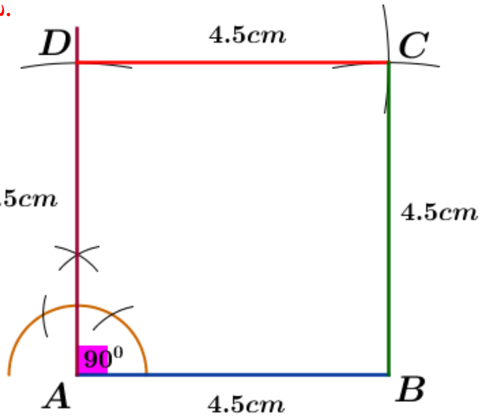
(ii) ಚತುರ್ಭುಜ TRUE

TR = 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ.; RU = 3 ಸೆಂ.ಮೀ.; UE = 4 ಸೆಂ.ಮೀ.; ∠R = 75°; ∠U = 120°

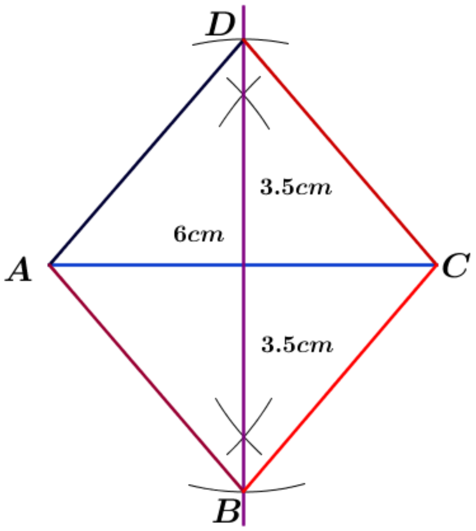


ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭಗಳು :

ಉದಾಹರಣೆ 5 : 4.5 ಸೆಂ. ಮೀ. ಉದ್ದದ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



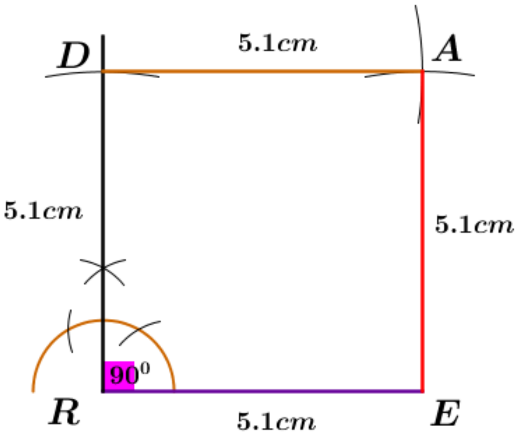
ಉದಾಹರಣೆ 6 : AC = 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು BD = 7 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCD ಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ? ಕಾರಣ ಸಹಿತ ಉತ್ತರ ನೀಡಿ.



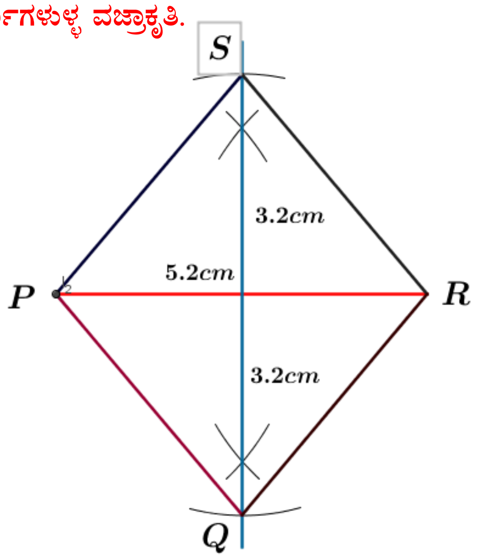
ಅಭ್ಯಾಸ 7.5

ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿರಿ

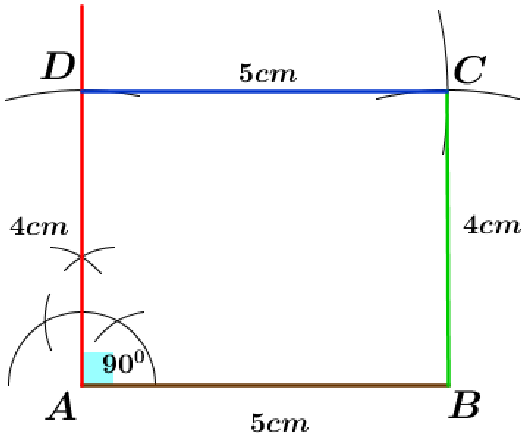
1. RE = 5.1 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವ ಚೌಕ READ.



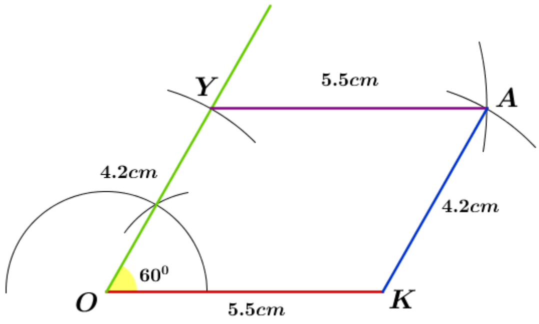
2. 6.4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 5.2 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ ಕರ್ಣಗಳುಳ್ಳ ವಜ್ರಾಕೃತಿ.



3. ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದವಿರುವ ಆಯತ.



4. OK = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು KA = 4.2 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇರುವಂತೆ OKAY ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. ಇದು ಅನನ್ಯವೇ ?



ಇಲ್ಲಿ 60^0 ಕೋನವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಬಿಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಅನನ್ಯ ಅಲ್ಲ.