

ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ & ಘನಫಲ
30 - ಅನ್ವಯಿಕ ಪ್ರಶ್ನೋತ್ತರಗಳು

ಎಸ್.ಹರ್ಷ & ಹೆಚ್. ಜಿ. ದೀಪಶ್ರೀ

ಮೈಸೂರು

1) ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಒಂದು ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಅರ್ಧ ಗೋಳವನ್ನು ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಆಟಿಕೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್, ಶಂಕು ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೋಳಗಳ ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮನಾಗಿವೆ. ಈ ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 30cm ಆಗಿದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ 1 cm ಕಡಿಮೆಯಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 5cm ಆದರೆ ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ = x cm ಆಗಿರಲಿ

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = $x - 1$ cm ಆಗುತ್ತದೆ

ಅರ್ಧಗೋಳದ ಎತ್ತರ = 5cm

ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರ = 30 cm

$$x + (x-1) + 5 = 30 \text{ cm}$$

$$x = 13 \text{ cm} = \text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ}$$

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = $x - 1 = 13 - 1 = 12$ cm ಆಗುತ್ತದೆ

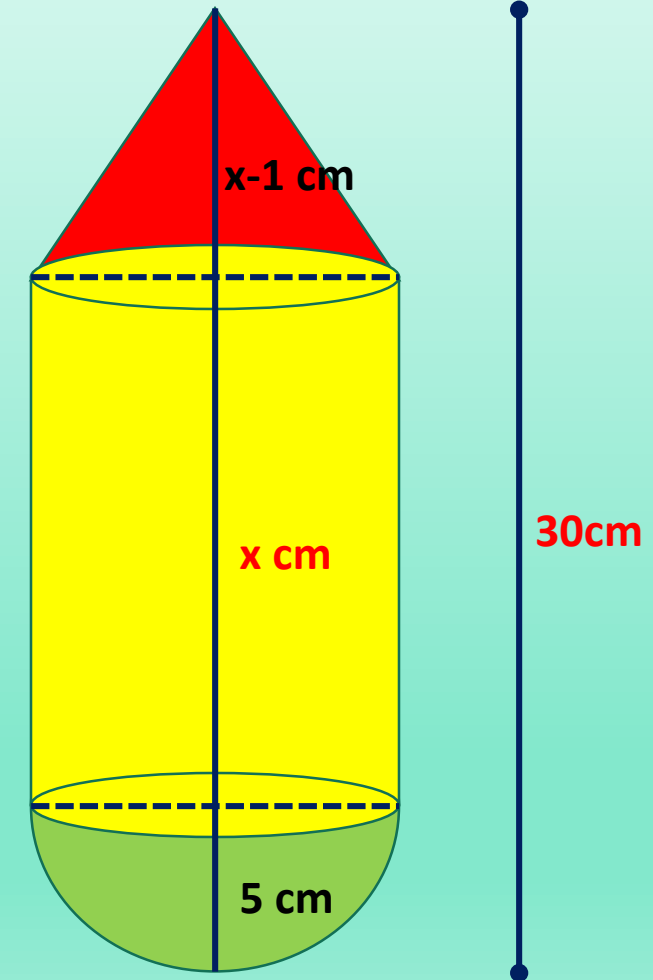
ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ = $l = \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{169} = 13$ cm

ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇ.ವಿ. + ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇ.ವಿ. + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇ.ವಿ.

$$= 2\pi rh + \pi rl + 2\pi r^2$$

$$= \pi r (2h + l + 2r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 5 [2(13) + 13 + 2(5)] = 770 \text{ cm}^2$$



2) 7cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ 30cm ಎತ್ತರವುಳ್ಳ ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮೇಲೆ ಶಂಕು ಮತ್ತು ಕೆಳಪಾದದ ಮೇಲೆ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಜೋಡಿಸಿದ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರ 61cm ಆದರೆ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲು ಪ್ರತಿ 100cm² ಗೆ ರೂ.10 ನಂತೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಸಿಲಿಂಡರ್ → ತ್ರಿಜ್ಯ = r = 7 cm, ಎತ್ತರ = h₁ = 30 cm ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರ = 61 cm

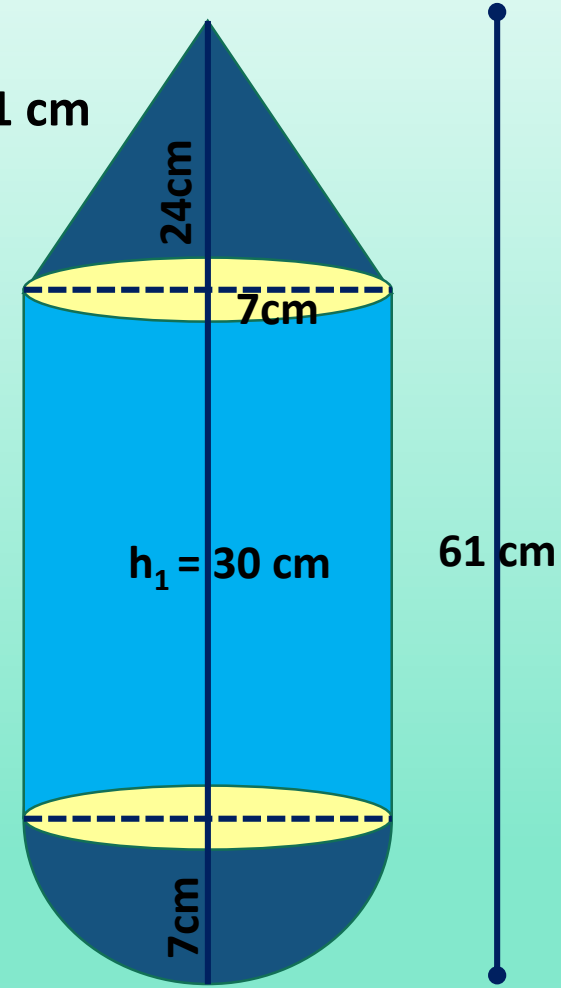
ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = r = 7 cm ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = h₂ = 60 - 30 - 7 = 24 cm

ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ = l = $\sqrt{h_2^2 + r^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{625} = 25\text{cm}$

ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ವ.ಮೇ.ವಿ. + ಅರ್ಧಗೋಳದ ವ.ಮೇ.ವಿ. + ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವ.ಮೇ.ವಿ.

$$\begin{aligned} \text{ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \pi r l + 2\pi r^2 + 2\pi r h_1 \\ &= \pi r (l + 2r + 2h_1) \\ &= \frac{22}{7} \times 7 [25 + 2(7) + 2(30)] \\ &= (22 \times 99) \\ &= 2178 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

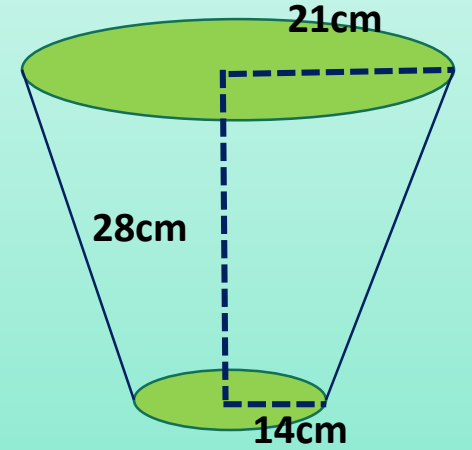
$$\text{ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ} = \frac{10}{100} \times 2178 = \text{ರೂ. 217.8}$$



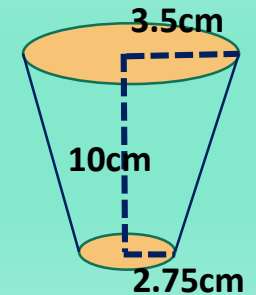
S Harsha & H G Deepashree

3) ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ಷೀರಭಾಗ್ಯ ಯೋಜನೆಯಡಿಲ್ಲಿ ಒಮ್ಮೆ 28cm ಎತ್ತರ ಹಾಗೂ ಮೇಲ್ಭಾಗ 21cm ಮತ್ತು ತಳಭಾಗ 14 cm ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನುಳ್ಳ ಪಾದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದ ಬಕೆಟ್ ನಲ್ಲಿ ಹಾಲನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಪ್ರತೀ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ 10cm ಎತ್ತರ, ತಳಭಾಗ 2.75cm ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗ 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯುಳ್ಳ ಪಾದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಲೋಟದ ಘನಫಲದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಹಾಲನ್ನು ಹಾಕಿಸಿಕೊಂಡು ಕುಡಿದರು. ಆದರೆ 8 ಮಕ್ಕಳು ಹಾಲನ್ನು ಕುಡಿಯದೇ ಇದ್ದುದರಿಂದ ಸ್ವಲ್ಪ ಪ್ರಮಾಣದ ಹಾಲು ಉಳಿಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಖರ್ಚಾದ ಹಾಲಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಮತ್ತು ಶಾಲೆಯ ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned}
 \text{ಬಕೆಟ್ ನ ಘನಫಲ} &= \frac{1}{3} \pi H (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2) \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (28) [(21^2 + 14^2 + (21)(14))] \\
 &= 27309.33 \text{ cm}^3 = \frac{27309.33}{1000} = 27.3 \text{ ltr}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{ಲೋಟದ ಘನಫಲ} &= \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (10) [(3.5^2 + 2.75^2 + (3.5)(2.75))] \\
 &= 294.75 \text{ cm}^3 = \frac{294.75}{1000} = 0.295 = 0.3 \text{ ltr}
 \end{aligned}$$



ರಚನೆ : ಹೆಚ್.ಜಿ. ದೀಪಶ್ರೀ

ಲೋಟದ ಘನಫಲದ ಅರ್ಧ ಪ್ರಮಾಣ = $\frac{0.3}{2} = 0.15$ ltr

8 ಮಕ್ಕಳ ಪಾಲಿನ ಹಾಲಿನ ಪ್ರಮಾಣ = $0.15 \times 8 = 1.2$ ltr

ಖರ್ಚಾದ ಹಾಲಿನ ಪ್ರಮಾಣ = $27.3 - 1.2 = 26.1$ ltr

ಪೂರ್ಣ ಪ್ರಮಾಣದ ಹಾಲು ಖರ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{27.3}{0.15} = 182$ ಮಕ್ಕಳು

S Harsha & H G Deepashree

4) ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಟ್ಯಾಂಕ್ ನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ 21cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 18cm ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಒಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ಗೋಳ ವನ್ನು ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಪಾದದ ಮೇಲೆ 9cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಆಕೃತಿಯ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

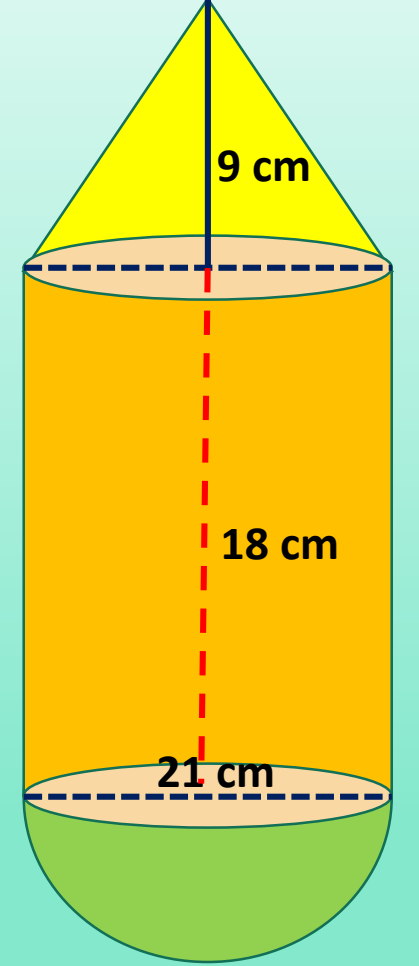
ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವ್ಯಾಸ = 21 cm

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ = $h_1 = 18$ cm

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = $h_2 = 9$ cm

ಅರ್ಧಗೋಳ ತ್ರಿಜ್ಯ = $r = \frac{21}{2}$ cm

$$\begin{aligned}
 \text{ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ} &= \text{ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ} + \text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} + \text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ} \\
 &= \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 + \pi r^2 h_1 + \frac{2}{3} \pi r^3 \\
 &= \pi r^2 \left(\frac{1}{3} h_2 + h_1 + \frac{2}{3} r \right) \\
 &= \frac{22}{7} \left(\frac{21}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \times 9 + 18 + \frac{2}{3} \times \frac{21}{2} \right) \\
 &= 33 \times \frac{21}{2} (3 + 18 + 7)
 \end{aligned}$$

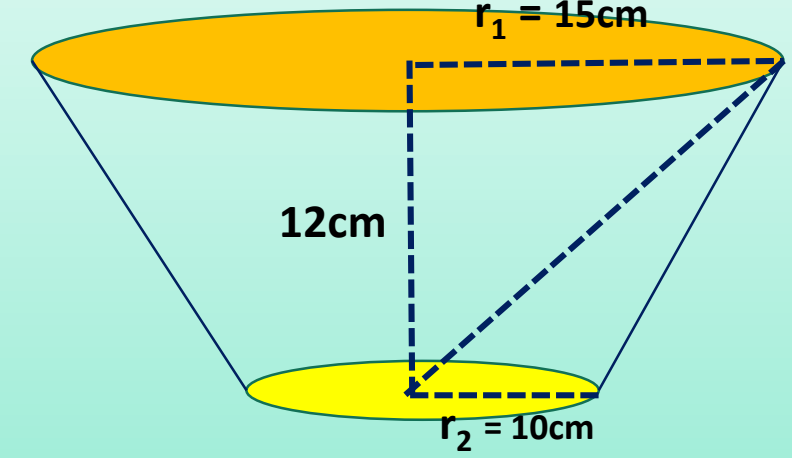


ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ = 9702 cm³

S Harsha & H G Deepashree

5) ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದ ಒಂದು ಬಕೆಟ್ ನ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ತಳ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 15cm ಮತ್ತು 10cm ಆಗಿವೆ. ಈ ಬಕೆಟ್ ನ ಅಳವು 12cm ಆದರೆ ಇದರ ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$r_1 = 15 \text{ cm} , r_2 = 10 \text{ cm} , h = 12 \text{ cm}$$



$$\begin{aligned} \text{ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ} = l &= \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2} \\ &= \sqrt{12^2 + (15 - 10)^2} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$\text{ಪಾ. ಮೇ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi (r_1 + r_2) l$$

$$= \frac{22}{7} (15 + 10) 13$$

$$= \frac{22}{7} (25) 13$$

$$= 1021.42 \text{ cm}^2$$

$$\text{ಪೂ. ಮೇ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi (r_1 + r_2) l + \pi (r_1^2 + r_2^2)$$

$$= 1021.42 + \frac{22}{7} (15^2 + 10^2)$$

$$= 1021.42 + \frac{22}{7} (325)$$

$$= 1021.42 \text{ cm} + 1021.42$$

$$= 2042.84 \text{ cm}^2$$

S Harsha & H G Deepashree

6) ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 10cm ಇರುವ ಒಂದು ನೇರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಶಂಕುವನ್ನು ಅದರ ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಶಂಕುವಿನ ಅಕ್ಷದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮತಲದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಚಿಕ್ಕ ಶಂಕು ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಚಿಕ್ಕ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = V' = \frac{1}{3} \pi h' (R^2 + r^2 + Rr)$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{\frac{1}{3} \pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi h' (R^2 + r^2 + Rr)} = \frac{r^2 h}{h' (R^2 + r^2 + Rr)}$$

$$\frac{h}{H} = \frac{r}{R} \rightarrow R = \frac{H}{h} r$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{r^2 h}{h' \left[\left(\frac{H}{h} r\right)^2 + r^2 + \left(\frac{H}{h} r\right) r \right]}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{r^2 h}{h' \left[\frac{H^2 r^2 + h^2 r^2 + h H r^2}{h^2} \right]}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{r^2 h^3}{h' r^2 (H^2 + h^2 + hH)}$$

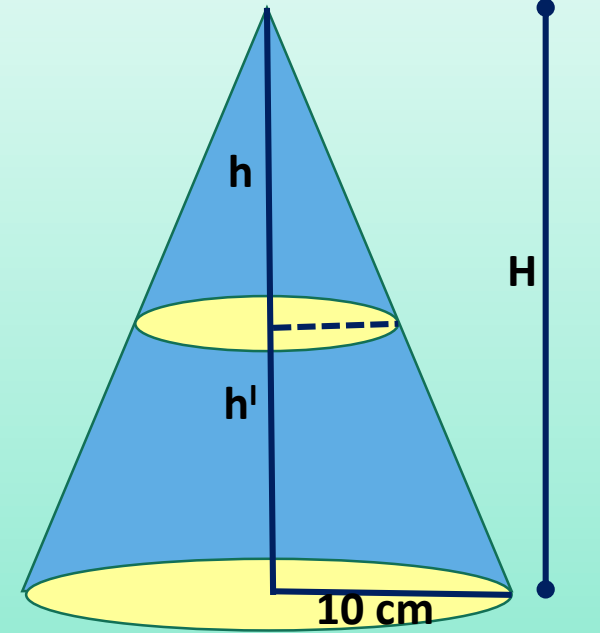
$$\frac{V}{V'} = \frac{h^3}{h' [(2h)^2 + h^2 + 2hh]}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{h^3}{h [4h^2 + h^2 + 2h^2]}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{h^3}{7h^3}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{1}{7}$$

$$V : V' = 1 : 7$$



$$h = h'$$

$$H = 2h$$

S Harsha & H G Deepashree

6A) ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 10cm ಇರುವ ಒಂದು ನೇರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಶಂಕುವನ್ನು ಅದರ ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಶಂಕುವಿನ ಅಕ್ಷದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮತಲದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಚಿಕ್ಕ ಶಂಕು ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

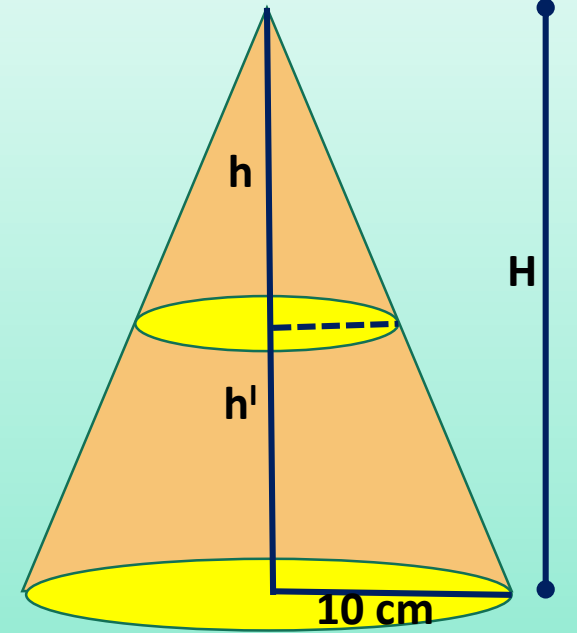
$$\frac{V}{V'} = \frac{\frac{1}{3} \pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi h' (R^2 + r^2 + Rr)} = \frac{r^2 h}{h' (R^2 + r^2 + Rr)}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{r^2 h}{h' [(2r)^2 + r^2 + (2r)r]}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{r^2 h}{h' [7r^2]}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{h}{7h'} = \frac{h}{7h}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{1}{7}$$



$$h = h'$$

$$H = 2h$$

$$R = 2r$$

$$\text{ಚಿಕ್ಕ ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ} = v = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = v' = \frac{1}{3} \pi h' (R^2 + r^2 + Rr)$$

7) 14cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 7cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಾಕೃತಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = 14 cm

ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ = 7 cm

ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ?

ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$\frac{1}{3} \pi r_1^2 h = \frac{2}{3} \pi r_2^3$$

$$r_1^2 h = 2 r_2^3$$

$$(7)^2 (14) = 2 r_2^3$$

$$49 \times 14 = 2 r_2^3$$

$$7^3 = r_2^3$$

$$7 = r_2$$

ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 7 cm

S Harsha & H G Deepashree

8) ಒಂದು ಹೂದಾನಿಯು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿದ್ದು, ಅದರ ಪಾದಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳು 44cm ಮತ್ತು 8.4π cm ಗಳಾಗಿವೆ. ಅದರ ಆಳವು 14 cm ಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಒಂದನೇ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ} = 2 \pi r_1 = 44\text{cm}$$

$$r_1 = \frac{44}{2\pi}$$

$$r_1 = 7\text{cm}$$

$$\text{ಎರಡನೇ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ} = 2 \pi r_2 = 8.4 \pi \text{ cm}$$

$$r_2 = \frac{8.4 \pi}{2\pi}$$

$$r_2 = 4.2\text{cm}$$

$$\text{ಹೂದಾನಿಯ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

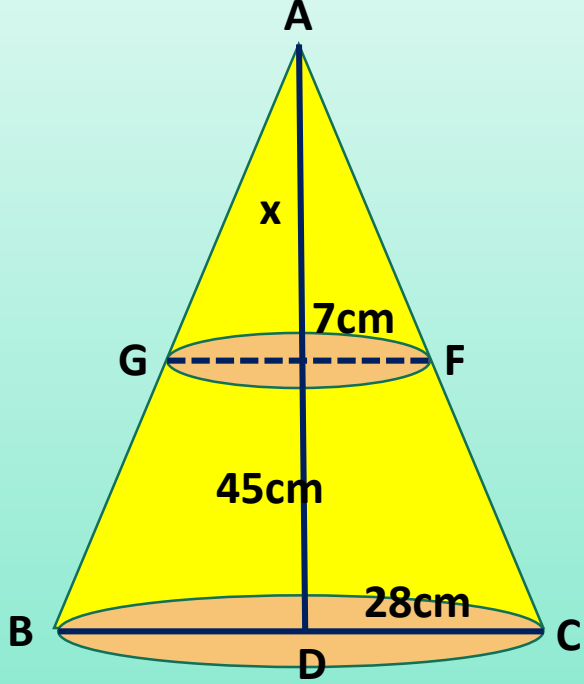
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 [(7^2 + 4.2^2 + (7)(4.2)]$$

$$= \frac{44}{3} (49 + 17.64 + 29.4)$$

$$\text{ಹೂದಾನಿಯ ಘನಫಲ} = 1408.58 \text{ cm}^3$$

S Harsha & H G Deepashree

9) ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 28cm ಇರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದಿಂದ 45cm ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ 7cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ ಮತ್ತು ಮೂಲ ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



$$\triangle AEF \sim \triangle ADC$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{EF}{DC}$$

$$\frac{x}{45+x} = \frac{7}{28}$$

$$28x = 7(45+x)$$

$$x = 15 \text{ cm}$$

$$\therefore AD = 60 \text{ cm}$$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ

$$= \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 45 [(7^2 + 28^2 + 7(28))]$$

$$= 15435 \pi \text{ cm}^3$$

ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi (28)^2 (60)$$

$$= 15680 \pi \text{ cm}^3$$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ : ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = 15435 : 15680

S Harsha & H G Deepashree

10) 150cm x 120cm x 110cm ಅಳತೆಯುಳ್ಳ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 1,29,600 cm³ ನಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ನೀರಿದೆ. ನೀರು ತೊಟ್ಟಿಯ ಮೇಲಿನ ಅಂಚಿನ ಮಟ್ಟಕ್ಕೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಅದರೊಳಕ್ಕೆ ರಂಧ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬೇಕಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಇಟ್ಟಿಗೆಯೂ ತನ್ನ ಘನಫಲದ 1/17 ರಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ನೀರನ್ನು ಹೀರಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಇಟ್ಟಿಗೆಯೂ 22.5cm x 7.5cm x 6.5cm ಅಳತೆಯದಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತೊಟ್ಟಿಯೊಳಗೆ ಜೋಡಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

$$\text{ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ} = 150\text{cm} \times 120\text{cm} \times 110\text{cm} = 1980000 \text{ cm}^3$$

$$\text{ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = 150\text{cm} \times 120\text{cm} \times 110\text{cm} = 129600 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ ಇಟ್ಟಿಗೆಯ ಘನಫಲ} = 22.5 \text{ cm} \times 7.5 \text{ cm} \times 6.5 \text{ cm} = 1096.875 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ ಇಟ್ಟಿಗೆಯು ಹೀರಿಕೊಳ್ಳುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = \frac{1}{17} \times 1096.875 = 64.52 \text{ cm}^3$$

$$\text{ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 'x' ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿದಾಗ ಅವು ಆಕ್ರಮಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಘನಫಲ} = 1096.875 \times \text{cm}^3$$

$$\text{'x' ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಹೀರಿಕೊಂಡ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = 64.52 \text{ cm}^3 \times \text{cm}^3$$

$$\begin{array}{rclcl} \text{ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ} & + & \text{'x' ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಘನಫಲ} & - & \text{'x' ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಹೀರಿಕೊಂಡ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} & = & 1980000 \text{ cm}^3 \end{array}$$

$$129600 + 1096.875x - 64.52x = 1980000 \text{ cm}^3$$

$$1032.355x = 1850400 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕಾದ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = 1792$$

$$x = 1792.406$$

11) ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯ ಪಾದದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 6cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 8cm ಇದೆ. ಅದರ ತುಂಬಾ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಒಳ ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ಹಾಗೂ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಷ್ಟು ಗಾತ್ರವಿರುವ ಒಂದು ಘನಗೋಳವನ್ನು ಇದರಲ್ಲಿ ಮುಳುಗಿಸಿದರೆ ಪಾತ್ರೆಯಿಂದ ಹೊರಚೆಲ್ಲುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned}\triangle PSR \text{ ನಲ್ಲಿ, } PR^2 &= PS^2 + RS^2 \\ &= 6^2 + 8^2 \\ PR &= 10 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\therefore MR = PR - PM = 10 - 6 = 4 \text{ cm}$$

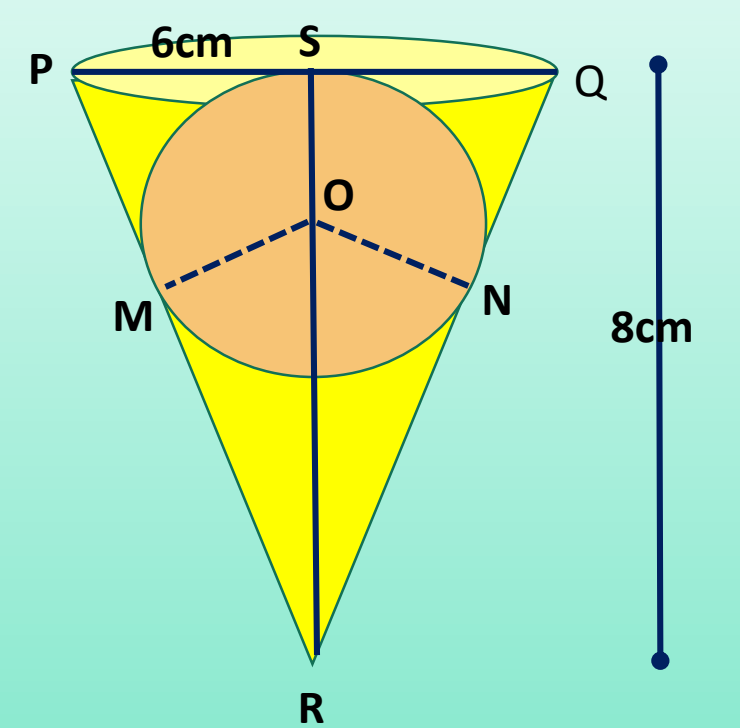
$$OS = OM = ON = x \text{ ಆಗಿರಲಿ}$$

$$OR = 8 - x$$

$$\begin{aligned}\triangle OMR \text{ ನಲ್ಲಿ, } OR^2 &= OM^2 + MR^2 \\ (8 - x)^2 &= x^2 + MR^2 \\ 64^2 + x^2 - 16x &= x^2 + 4^2\end{aligned}$$

$$x = 3 \text{ cm} = \text{ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ}$$

$$\text{ಗೋಳದ ಘನಫಲ} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (3)^3 = 36 \pi \text{ cm}^3$$



PS = PM = 6 cm (ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದೇ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮ)

S Harsha & H G Deepashree

12) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎರಡು ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಕೊರೆದು ಮರದ ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ 10cm ಆಗಿದೆ. ಅರ್ಧಗೋಳ ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 3.5cm ಆದರೆ ವಸ್ತುವಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಸ್ತುವಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ. + 2 x ಅರ್ಧ ಗೋಳಗಳ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ.

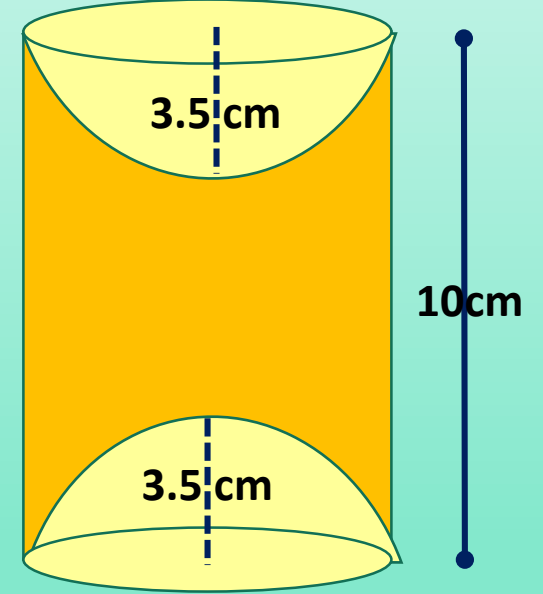
$$= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r (h + 2r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 [(10 + 2(3.5))]$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 (17)$$

$$\text{ವಸ್ತುವಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 374 \text{ cm}^2$$



S Harsha & H G Deepashree

13) ಒಂದು ಶಿವಲಿಂಗದ ಎತ್ತರವು 30cm ಆಗಿದ್ದು, ಅದರಲ್ಲಿನ ಶಿವಭಾಗ, ವಿಷ್ಣುಭಾಗ ಮತ್ತು ಬ್ರಹ್ಮಭಾಗಗಳು ಸಮನಾದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಶಿವಭಾಗದ ಮೇಲ್ಭಾಗವು 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯಾಗುವಂತೆ ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕೊರೆಯಲಾಗಿದೆ. ವಿಷ್ಣುಭಾಗದ ಮೇಲ್ಭಾಗ ಮತ್ತು ಕೆಳಭಾಗಗಳು ಸಮನಾದ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕಗಳಾಗಿದ್ದು, 3cm ಎತ್ತರ ಹಾಗೂ 9cm ಮತ್ತು 6cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಸಮಾಂತರ ಪಾದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಈ ಭಿನ್ನಕಗಳ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ್ನು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕಗಳ ಒಂದೇ ಅಳತೆಯ ಪಾದಗಳಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ವಿಷ್ಣುಭಾಗವನ್ನು 12cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಪಾದದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದ ಬ್ರಹ್ಮಭಾಗದ ಮೇಲೆ ಕೂರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಶಿವಲಿಂಗದ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ} = \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi (3)^3 = 18 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = \pi (3)^2 (7) = 63 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr) = \frac{1}{3} \pi (3) [(9^2 + 6^2 + (9)(6))] = 171 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = \pi (6)^2 (4) = 144 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr) = \frac{1}{3} \pi (3) [(9^2 + 6^2 + (9)(6))] = 171 \pi \text{ cm}^3$$

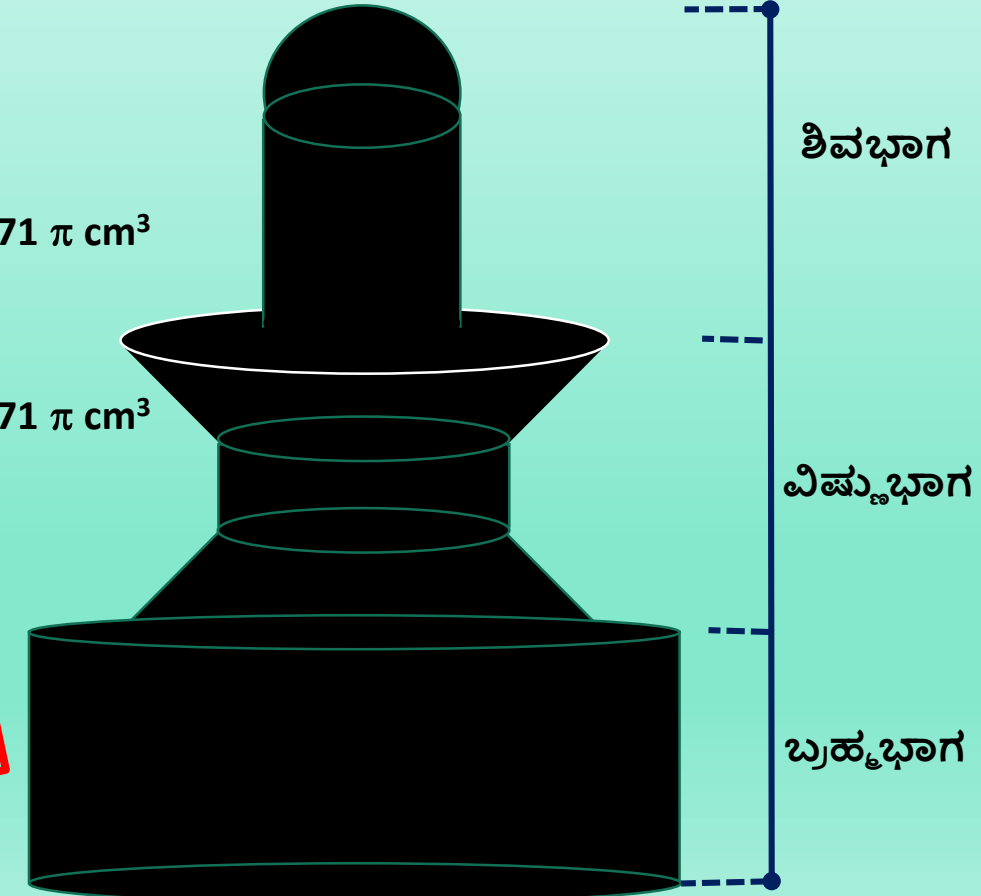
$$\text{ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = \pi (12)^2 (10) = 1440 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಶಿವಲಿಂಗದ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲ} = 18 \pi + 63 \pi + 171 \pi + 144 \pi + 171 \pi + 1440 \pi$$

$$\text{ಶಿವಲಿಂಗದ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲ} = 2007 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಶಿವಲಿಂಗದ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲ} = 6305.17 \text{ cm}^3$$

ಪ್ರಶ್ನೆಯ ರಚನೆ: S Harsha



14) 1.4 cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಗೋಲಿಗಳನ್ನು 7cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಸ್ವಲ್ಪ ಮಟ್ಟದ ನೀರಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕೃತಿಯ ಪಾತ್ರೆಯೊಳಗೆ ಹಾಕಿದಾಗ, ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟವು 28cm ಮೇಲಕ್ಕೆ ಏರಿದರೆ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಗೋಲಿಗಳ ವ್ಯಾಸ} = 1.4 \text{ cm} \rightarrow \text{ತ್ರಿಜ್ಯ} = r_1 = 0.7 \text{ cm} = \frac{7}{10} \text{ cm}$$

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ} = r_2 = 7 \text{ cm}$$

$$\text{ನೀರಿನ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಾದ ಏರಿಕೆ} = h = 28 \text{ cm}$$

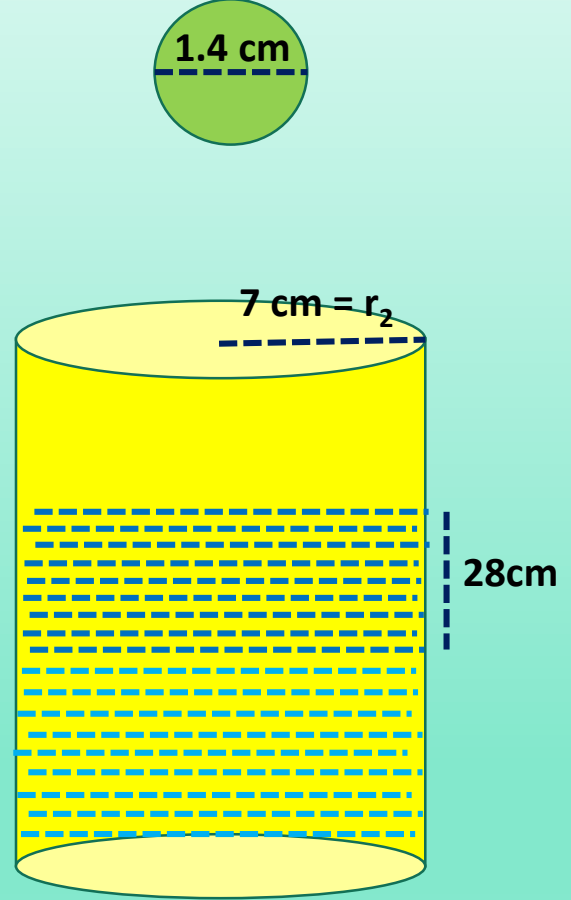
$$\text{ಏರಿಕೆಯಾದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ} = n \text{ ಗೋಲಿಗಳ ಘನಫಲ}$$

$$\pi r_2^2 h = n \times \frac{4}{3} \pi r_1^3$$

$$7^2 \times 28 = n \times \frac{4}{3} \left(\frac{7}{10}\right)^3$$

$$n = \frac{49 \times 28 \times 3 \times 10 \times 10 \times 10}{4 \times 7 \times 7 \times 7}$$

$$n = 3000 \text{ ಗೋಲಿಗಳು}$$



15) ಒಂದು ಆಸ್ಪತ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ತ್ಯಾಜ್ಯ ನೀರನ್ನು 2m ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು 5m ಎತ್ತರವಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಟ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ನೀರನ್ನು ಆಸ್ಪತ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ 25m ಉದ್ದ ಮತ್ತು 20m ಅಗಲದ ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ನೀರಾವರಿಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಟ್ಯಾಂಕ್ ನಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ತುಂಬಿರುವ ನೀರನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಉದ್ಯಾನವನದ ಸಮತಟ್ಟಾದ ನೆಲಕ್ಕೆ ಹಾಯಿಸಿದಾಗ, ನಿಂತ ನೀರಿನ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಸೂಚನೆ:ನೆಲದಿಂದ ನೀರಿನ ಹೀರುವಿಕೆ ಅಥವಾ ಆವಿಯಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಾರದು)

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವ್ಯಾಸ = $d = 2 \text{ m} \rightarrow r = 1 \text{ m}$

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ = $h = 5 \text{ m}$

ಆಯತ ಘನ (ಉದ್ಯಾನವನದ) \rightarrow ಉದ್ದ = $l = 25 \text{ m}$, ಅಗಲ = $b = 20 \text{ m}$, ಎತ್ತರ = $h' = ?$

ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ = ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ = ಆಯತ ಘನದ ಘನಫಲ

$$\pi r^2 h = l \times b \times h'$$

$$\frac{22}{7} \times 12 \times 5 = 25 \times 20 \times h'$$

$$h' = \frac{22 \times 5}{7 \times 25 \times 20}$$

ನಿಂತ ನೀರಿನ ಎತ್ತರ = $0.0314 \text{ m} = 3.14 \text{ cm}$

S Harsha & H G Deepashree

16) ಒಂದು ಘನದ ಮೇಲೆ ಅರ್ಧಗೋಳ ಘನಾಕೃತಿಯ ಪಾದವು ಕೆಳಗೆ ಬರುವಂತೆ ಇಟ್ಟು ಒಂದು ಆಟಿಕೆಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಘನದ ಪಾದದ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವು 6cm ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವು 3.5cm ಆಗಿದೆ. ಆಟಿಕೆಯ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

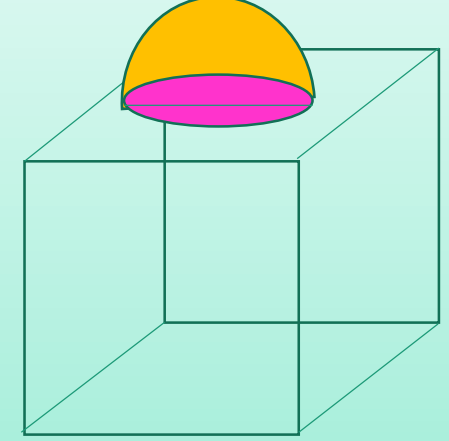
$$\text{ಘನದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 6a^2 = 6 \times 6^2 = 6 \times 36 = 216 \text{ cm}^2$$

$$\text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದವು ಆಕ್ರಮಿಸಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi r^2$$

$$= \pi \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2} \text{ cm}^2$$

$$\text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 2\pi r^2$$

$$= 2 \times \pi \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2} \text{ cm}^2$$



$$\text{ಆಟಿಕೆಯ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \begin{array}{l} \text{ಘನದ ಪೂರ್ಣ} \\ \text{ಮೇಲ್ಮೈ} \\ \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \end{array} - \begin{array}{l} \text{ಅರ್ಧಗೋಳದ} \\ \text{ಪಾದವು ಆಕ್ರಮಿಸಿರುವ} \\ \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \end{array} + \begin{array}{l} \text{ಅರ್ಧಗೋಳದ} \\ \text{ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ} \\ \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \end{array}$$

$$= 216 - \pi \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2} + 2 \times \pi \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2}$$

$$= 216 + 9.625$$

$$= 225.625 \text{ cm}^2$$

S Harsha & H G Deepashree

17) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಪಾತ್ರೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 15cm ಆಗಿದ್ದು ಅದರ ತುಂಬಾ ಐಸ್ ಕ್ರೀಂ ತುಂಬಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಐಸ್ ಕ್ರೀಂನ್ನು 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ತೆರನಾದ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಭಾಗವು ರೂಪಿತವಾಗುವಂತೆ ಶಂಕುಗಳಲ್ಲಿ ಐಸ್ ಕ್ರೀಂನ್ನು ಸಮನಾಗಿ ತುಂಬಿ ಹಂಚಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು ಅದರ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯದ 4 ರಷ್ಟಿದ್ದರೆ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಪಾತ್ರೆಯ ಘನಫಲ = $\pi r^2 h = \pi \times 6^2 \times 15 = 540 \pi \text{ cm}^3$

ಒಂದು ಐಸ್ ಕ್ರೀಂನ ಘನಫಲ = $\frac{540\pi}{10} = 54 \pi \text{ cm}^3$

ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ + ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = 54π

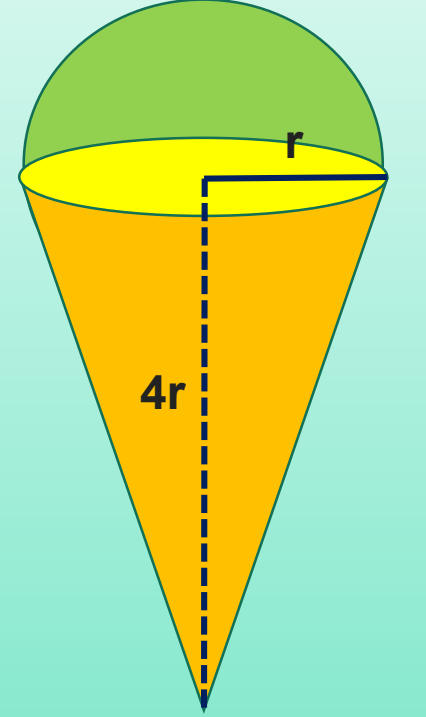
$$\frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{1}{3} \pi r^2 h = 54 \pi$$

$$\frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{1}{3} \pi r^2 (4r) = 54 \pi$$

$$\frac{\pi r^3}{3} (2 + 4) = 54 \pi$$

$$r^3 = \frac{54}{2} = 27$$

$$r = 3 \text{ cm}$$



S Harsha & H G Deepashree

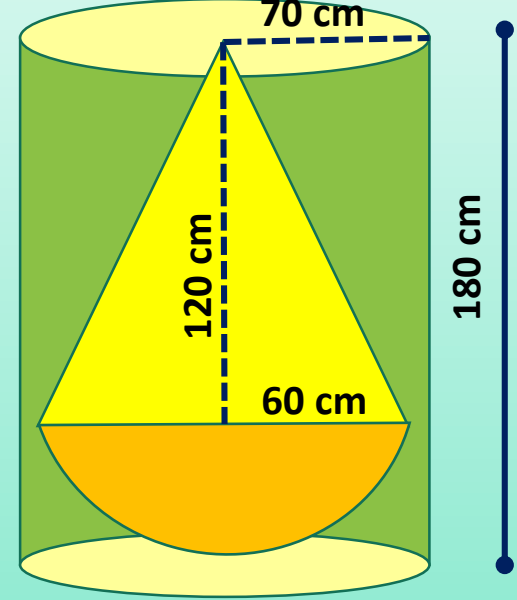
18) 60cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120cm ಎತ್ತರದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಳುಗಿಸಿದಾಗ ನೀರು ಹೊರಚೆಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 70cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 180cm ಆದರೆ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅರ್ಧಗೋಳ & ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ = $r_2 = 60$ cm

ಸಿಲಿಂಡರ್ \rightarrow ತ್ರಿಜ್ಯ = $r_1 = 70$ cm, ಎತ್ತರ = $h_1 = 180$ cm

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = $h_2 = 120$ cm

$$\begin{aligned}
 &\text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} \\
 &= \text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} - \text{ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ} - \text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ} \\
 &= \pi r_1^2 h_1 - \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 - \frac{2}{3} \pi r^3 \\
 &= \pi r_1^2 h_1 - \left[\pi r^2 \left(\frac{1}{3} h_2 + \frac{2}{3} r \right) \right] \\
 &= \frac{22}{7} \times 180 \times 70^2 - \left[\frac{22}{7} \times 60^2 \left(\frac{1}{3} \times 120 + \frac{2}{3} \times 60 \right) \right] \\
 &= \frac{22}{7} \times 180 \times 4900 - \left[\frac{22}{7} \times 3600 (40 + 40) \right] \\
 &= 2772000 - 905143 = 18,66,857 \text{ cm}^3 \\
 &= 1866.8 \text{ ಲೀಟರ್ ಗಳು}
 \end{aligned}$$



S Harsha & H G Deepashree

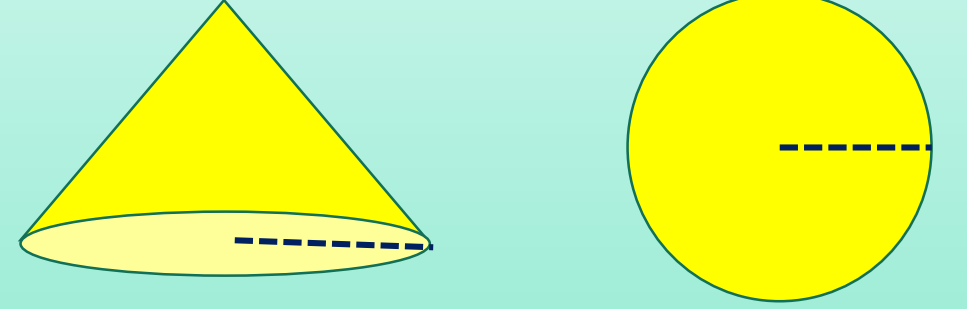
19) ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಅದೇ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಗೋಳವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿಗಿರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = ಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$h = 4r$$

$$h : r = 4 : 1$$



S Harsha & H G Deepashree

20) 12cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಒಂದು ಗೋಳವನ್ನು ಭಾಗಶಃ ನೀರು ತುಂಬಿರುವ ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಮುಳುಗಿಸಿದಾಗ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿನ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟವು $3\frac{5}{9}$ cm ಏರಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪಾತ್ರೆಯ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗೋಳ → ವ್ಯಾಸ = $d_1 = 12$ cm, ತ್ರಿಜ್ಯ = $r_1 = 6$ cm

ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಏರಿಕೆಯಾದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ = $h = 3\frac{5}{9}$ cm = $\frac{32}{9}$ cm

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವ್ಯಾಸ = $d_2 = ?$

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನಲ್ಲಿ ಏರಿಕೆಯಾದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟದ ಘನಫಲ = ಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$\pi r_2^2 h = \frac{4}{3} \pi r_1^3$$

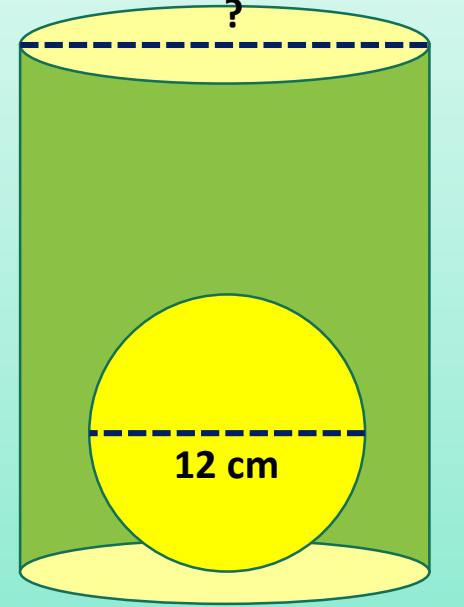
$$r_2^2 \times \frac{32}{9} = \frac{4}{3} \times 6^3$$

$$r_2^2 = \frac{4}{3} \times \frac{6 \times 6 \times 6 \times 9}{32}$$

$$r_2^2 = 81$$

$$r_2 = 9 \text{ cm}$$

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ವ್ಯಾಸ} = d_2 = 2 \times r_2 = 2 \times 9 = 18 \text{ cm}$$



S Harsha & H G Deepashree

21) 4m ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು 21m ಆಳವಿರುವಂತೆ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾವಿಯನ್ನು ತೋಡಲಾಗಿದೆ. ಹೊರತೆಗೆದ ಮಣ್ಣನ್ನು 3m ಅಗಲ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತಾಕಾರವಾಗಿ ಸುತ್ತಲೂ ಕಟ್ಟಿ ಕಟ್ಟಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಕಟ್ಟೆಯ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಿಲಿಂಡರ್ \rightarrow ವ್ಯಾಸ = $d_1 = 4m$, ತ್ರಿಜ್ಯ = $r = 2m$, ಎತ್ತರ = $h_1 = 21m$

ಬಾವಿಯ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಕಟ್ಟೆಯ ತುದಿಗಿರುವ ದೂರ = $R = 2 + 3 = 5m$

ಬಾವಿ ಕಟ್ಟೆಯ ಎತ್ತರ = $H = ?$

ಕಟ್ಟೆಯ ಘನಫಲ = ಬಾವಿಯ ಘನಫಲ

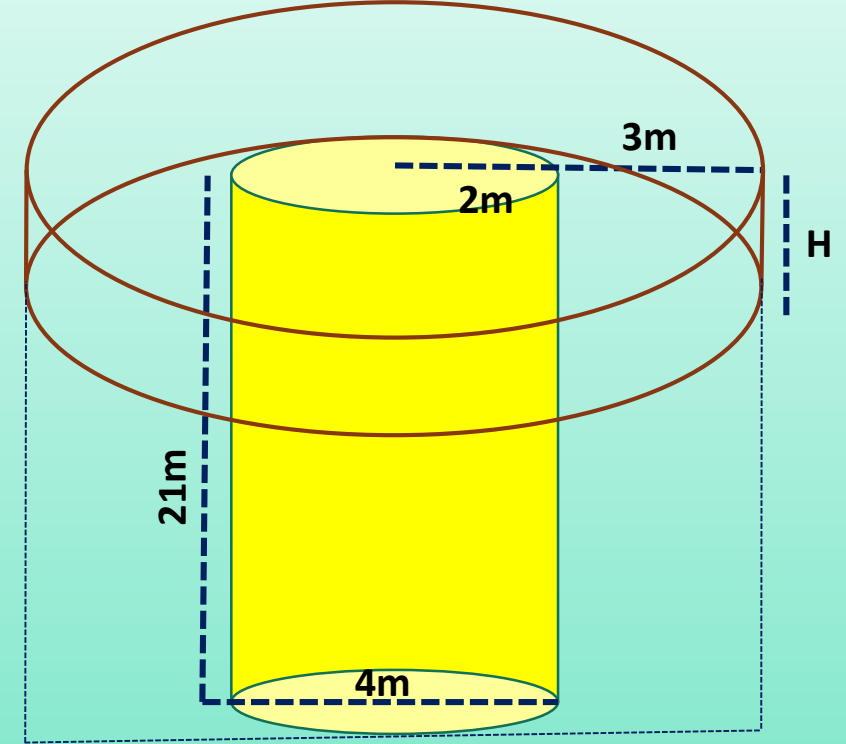
$$\pi (R^2 - r^2) H = \pi r^2 h$$

$$(5^2 - 2^2) H = 2^2 \times 21$$

$$H = \frac{4 \times 21}{21}$$

$$H = 4m$$

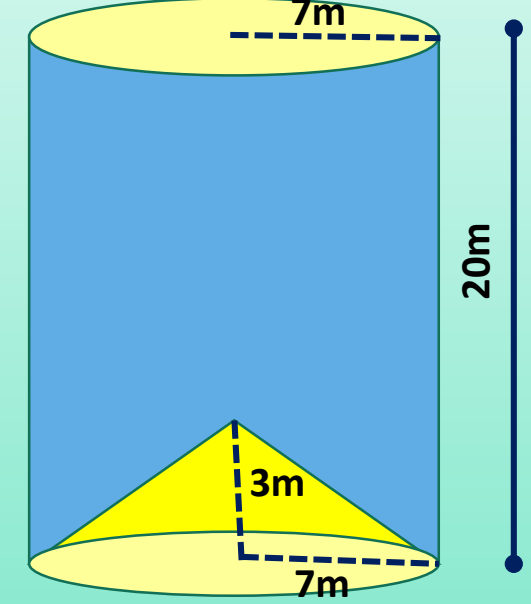
ಬಾವಿ ಕಟ್ಟೆಯ ಎತ್ತರ = 4m



S Harsha & H G Deepashree

22) ಲೋಹದ ಹಾಳೆಯಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ಒಂದು ನೇರ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕೃತಿಯ ಪಾತ್ರೆಯ ತಳಭಾಗವನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಆಕೃತಿಯ ಲೋಹದ ಪಾತ್ರೆಯಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಮುಚ್ಚಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 7cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 20cm ಹಾಗೂ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 3cm ಆಗಿದೆ. ಈ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಹಾಲನ್ನು ತುಂಬಲು ಒಂದು ಲೀಟರ್ ಹಾಲಿಗೆ ರೂ 40 ನಂತೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned}
 \text{ಪಾತ್ರೆಯೊಳಗಿರುವ ಹಾಲಿನ ಪ್ರಮಾಣ} &= \text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} - \text{ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ} \\
 &= \pi r_1^2 h_1 - \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 \\
 &= \frac{22}{7} \times 7^2 \left[20 - \frac{1}{3} \times 3 \right] \\
 &= 22 \times 7 [19] \\
 &= 2926 \text{ cm}^3 \\
 &= 2.926 \text{ ಲೀಟರ್ ಗಳು}
 \end{aligned}$$



$$\text{ಒಟ್ಟು ಹಾಲಿನ ಬೆಲೆ} = 2.926 \times 40 = \text{ರೂ. 117.04}$$

S Harsha & H G Deepashree

23) ಒಂದು ವಸತಿ ಸಂಕೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಮಳೆಯಿಂದ ಬಿದ್ದ ನೀರನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಲಾಗಿದೆ. ಛಾವಣಿಯು 20m x 20m ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಈ ನೀರನ್ನು 2m ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು 3.5m ಎತ್ತರವಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕೃತಿಯ ಡ್ರಮ್ ನಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಛಾವಣಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹವಾಗಿದ್ದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

ಸಿಲಿಂಡರ್ \rightarrow ವ್ಯಾಸ = $d = 2\text{m}$, ತ್ರಿಜ್ಯ = $r = 1\text{m}$, ಎತ್ತರ = $h_2 = 3.5\text{m} = \frac{7}{2}\text{m}$

ಛಾವಣಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹವಾಗಿದ್ದ ನೀರಿನ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಆಕೃತಿಯ ಡ್ರಮ್ ನ ಘನಫಲ

$$L \times b \times h_1 = \pi r^2 h_2$$

$$20 \times 20 \times h_1 = \frac{22}{7} \times 1^2 \times \frac{7}{2}$$

$$h_1 = \frac{11}{400}$$

$$h_1 = 0.0275\text{m}$$

ಛಾವಣಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹವಾಗಿದ್ದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣದ ಎತ್ತರ = $h_1 = 2.75\text{cm}$

24) 3m ವ್ಯಾಸ ಹೊಂದಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯ ಪೂರ್ತಿ ನೀರು ತುಂಬಿದೆ. ಒಂದು ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ $3\frac{4}{7}$ ಲೀಟರ್ ನಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಕೊಳವೆಯ ಮೂಲಕ ಹರಿಸಿ ನೀರನ್ನು ಖಾಲಿ ಮಾಡಿದರೆ, ಅರ್ಧ ತೊಟ್ಟಿಯ ನೀರು ಖಾಲಿಯಾಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ ಎಷ್ಟು ?

ಒಂದು ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ = $3\frac{4}{7}$ ಲೀಟರ್ = $\frac{25}{7}$ ಲೀಟರ್

ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹವಾಗಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ = $\frac{2}{3} \pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{99}{14} \text{ m}^3$$

$$= \frac{99000}{14} \text{ ಲೀಟರ್}$$

ಅರ್ಧ ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹವಾಗಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ = $\frac{1}{2} \times \frac{99000}{14} = \frac{24750}{7}$ ಲೀಟರ್

$$\text{ಅರ್ಧ ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ನೀರನ್ನು ಖಾಲಿ ಮಾಡಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ} = \frac{1}{\frac{25}{7}} \times \frac{24750}{7}$$

ಅರ್ಧ ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ನೀರನ್ನು ಖಾಲಿ ಮಾಡಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = 990 ಸೆಕೆಂಡ್ ಗಳು

25) 7cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಮಂಜುಗಡ್ಡೆ ಹಾಗೂ 14cm ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು 7cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಯನ್ನು 7cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು 10cm ಎತ್ತರವುಳ್ಳ ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕೃತಿಯ ಬೀಕರಿನೊಳಕ್ಕೆ ಹಾಕಿ ಕರಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕರಗಿದ ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಯ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಬೀಕರ್ ಪ್ರೂರ್ತಿಯಾಗಿ ತುಂಬಲು 11cm ಉದ್ದ, 7cm ಅಗಲ ಮತ್ತು 2cm ದಪ್ಪವಿರುವ ಎಷ್ಟು ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು ಆ ನೀರಿಗೆ ಸೇರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ? (ಸೂಚನೆ: ನೀರಿನ ಅಪಸಾಮನ್ಯ ವರ್ತನೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಡಿ)

$$\text{ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಯ ಘನಫಲ} = \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi 7^3 = \frac{686}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಯ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 7^2 \times 7 = \frac{343}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಅರ್ಧಗೋಳ & ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯ ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲ} = \frac{686}{3} \pi + \frac{343}{3} \pi = \frac{1029}{3} \pi = 343 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರಾಕೃತಿಯ ಬೀಕರ್ ನ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = \pi \times 7^2 \times 10 = 490 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಬೀಕರ್ ನಲ್ಲಿ ಖಾಲಿಜಾಗದ ಘನಫಲ} = 490 \pi - 343 \pi = 147 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಆಯತಘನಾಕೃತಿಯ ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಯ ಘನಫಲ} = l \times b \times h = 11 \times 7 \times 2 = 154 \text{ cm}^3$$

$$\text{ಬೀಕರ್ ನಲ್ಲಿ ಖಾಲಿಜಾಗವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಗಳು} = \frac{147 \pi}{154}$$

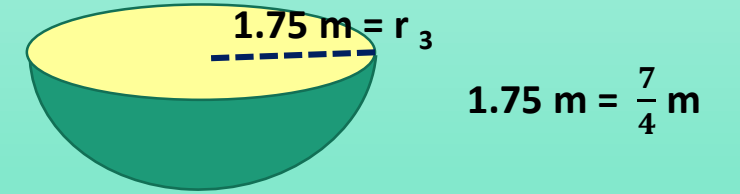
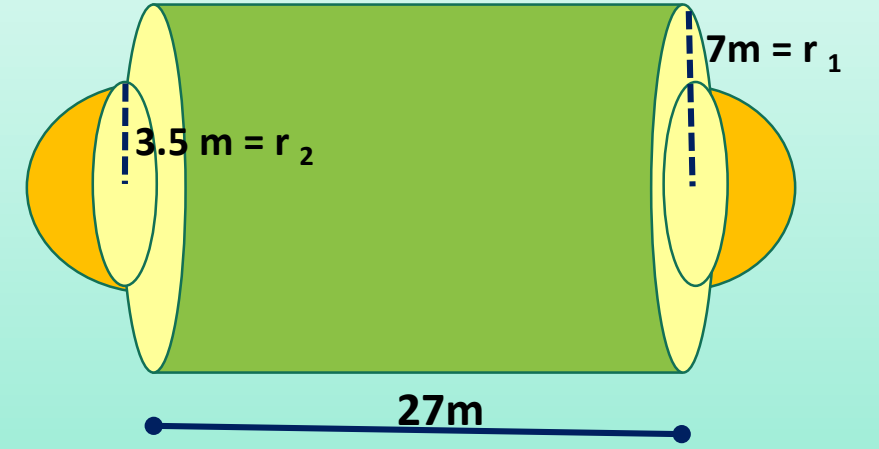
$$\text{ಬೀಕರ್ ನಲ್ಲಿ ಖಾಲಿಜಾಗವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಗಳು} = 3$$

26) 27m ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 7m ತ್ರಿಜ್ಯದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ 3.5m ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡು ಸಮವಾದ ಅರ್ಧ ಗೋಳಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಒಳಗೆ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ತುಂಬಿದ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ನ್ನು 1.75m ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯ ಪಾತ್ರೆಗಳಿಗೆ ವರ್ಗಾಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯ ಪಾತ್ರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned}
 \text{ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲ} &= \text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} + 2 \times \text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ} \\
 &= \pi r_1^2 h_1 + 2 \times \frac{2}{3} \pi r_2^3 \\
 &= \pi \left[r_1^2 h_1 + \frac{4}{3} r_2^3 \right] \\
 &= \pi \left[7^2 \times 27 + \frac{4}{3} \left(\frac{7}{2} \right)^3 \right] \\
 &= \frac{22}{7} \left[1323 + \frac{343}{6} \right] \\
 &= \frac{13013}{3} \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

$$\text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ} = \frac{2}{3} \pi r_3^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4} \right)^3 = \frac{539}{48} \text{ m}^3$$

$$\text{ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯ ಪಾತ್ರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = \frac{13013}{\frac{539}{48}} = 386.28 \approx 386$$



S Harsha & H G Deepashree

27) ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 18cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 32cm ಇರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದ ಬಕೆಟ್ ನಲ್ಲಿರುವ ಮರಳನ್ನು ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಸುರಿದಾಗ ಅದು ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಹರಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಈ ಮರಳಿನ ರಾಶಿಯ ಎತ್ತರ 24cm ಆದರೆ ಅದರ ಓರೆ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಿಲಿಂಡರ್ → ತ್ರಿಜ್ಯ = $r_1 = 18 \text{ cm}$, ಎತ್ತರ = $h_1 = 32 \text{ cm}$

ಶಂಕು → ಎತ್ತರ = $h_2 = 24 \text{ cm}$, ತ್ರಿಜ್ಯ = $r_2 = ?$, ಓರೆ ಎತ್ತರ = $l = ?$

ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ

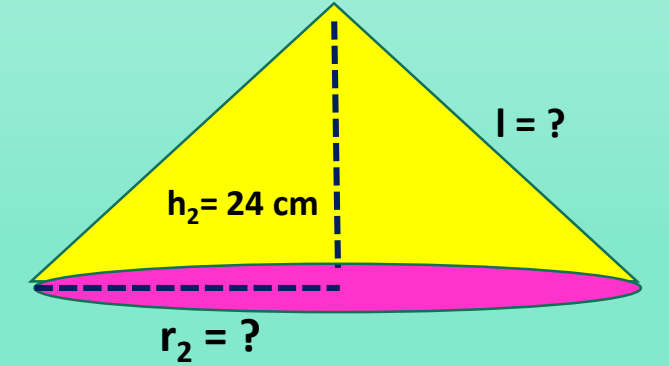
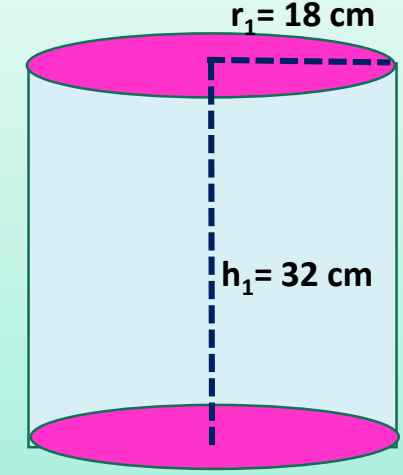
$$\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 = \pi r_1^2 h_1$$

$$\frac{1}{3} r_2^2 (24) = 18^2 \times 32$$

$$r_2^2 = 1296$$

$$r_2 = 36 \text{ cm}$$

S Harsha & H G Deepashree



$$\text{ಓರೆ ಎತ್ತರ} = l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{24^2 + 36^2} = \sqrt{1872} = 43.27 \text{ cm}$$

28) 1.4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ 150 ಗೋಳಿಗಳನ್ನು ಭಾಗಶಃ ನೀರು ತುಂಬಿರುವ 7cm ತ್ರಿಜ್ಯ ಹೊಂದಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನೊಳಗೆ ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಗೋಳಿಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಮುಳುಗಿದರೆ, ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಏರಿಕೆಯಾದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗೋಳಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ = $r_1 = 1.4$ cm

150 ಗೋಳಿಗಳ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಏರಿಕೆಯಾದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ

$$150 \times \frac{4}{3} \pi r_1^3 = \pi r_2^2 h$$

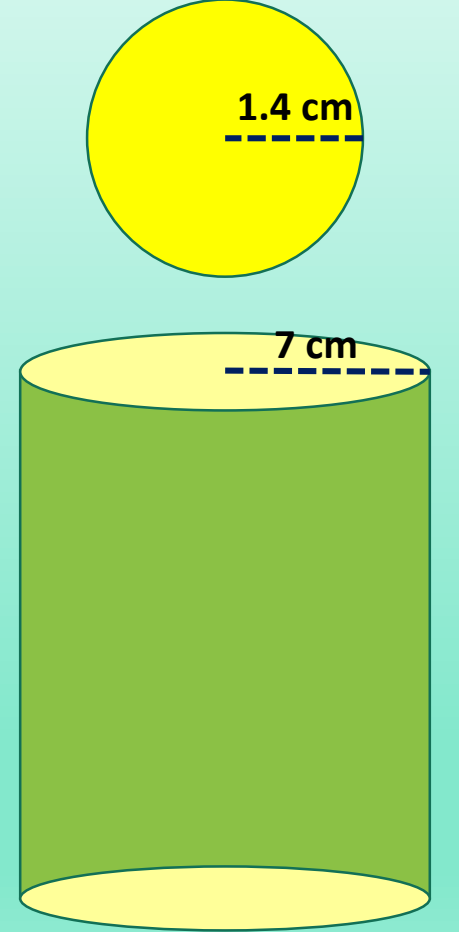
$$200 (1.4)^3 = 7^2 h$$

$$h = \frac{200 \times (1.4)^3}{49}$$

$$h = 11.2 \text{ cm}$$

ಏರಿಕೆಯಾದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ = 11.2 cm

S Harsha & H G Deepashree



29) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಕುಡಿಯುವ ನೀರಿನ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಾಗಿ A ಮತ್ತು B ಗಳೆಂಬ ನೀರಿನ ಕ್ಯಾನ್ ಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದು, ಅವುಗಳ ಮುಚ್ಚಿದ ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 14cm ಮತ್ತು 10.5cm ಆಗಿವೆ. ಎರಡೂ ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ತೆರೆದ ಬಾಯಿಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸಮನಾಗಿದ್ದು, 7cm ಅಳತೆಯದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಬಾಯಿಗಳನ್ನು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಎರಡು ಕ್ಯಾನ್ ಗಳು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ಇವುಗಳ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 84cm ಆಗಿದ್ದು, A ಮತ್ತು B ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು 7:5 ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತೀ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಜೋಡಣೆಯ ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು 6:1 ಆದರೆ ಎರಡೂ ಕ್ಯಾನ್ ಗಳಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

A & B ಕ್ಯಾನ್ ಗಳು → ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ = 84 cm , ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತ = 7:5

ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ಉದ್ದ → A ಕ್ಯಾನ್ = $\frac{7}{12} \times 84 \text{ cm} = 49 \text{ cm}$, B ಕ್ಯಾನ್ = $\frac{5}{12} \times 84 \text{ cm} = 35 \text{ cm}$

ಪ್ರತೀ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕಗಳ ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತ = 6:1

A ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ = $\frac{6}{7} \times 49 \text{ cm} = H_1 = 42 \text{ cm}$

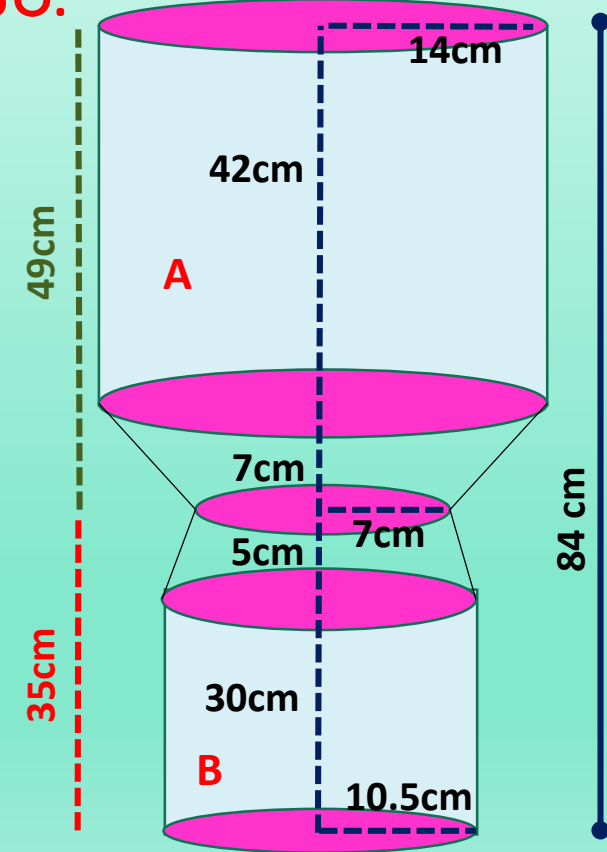
B ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ = $\frac{6}{7} \times 35 \text{ cm} = H_2 = 30 \text{ cm}$

A ಕ್ಯಾನ್ ನ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ = $\frac{1}{7} \times 49 \text{ cm} = h_1 = 7 \text{ cm}$

B ಕ್ಯಾನ್ ನ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ = $\frac{1}{7} \times 35 \text{ cm} = h_2 = 5 \text{ cm}$

ಮುಚ್ಚಿದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ → A ಕ್ಯಾನ್ → $R_1 = 14 \text{ cm}$ & B ಕ್ಯಾನ್ → $R_2 = 10.5 \text{ cm}$

A & B ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ತೆರೆದ ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ → $r = 7 \text{ cm}$



$$2 \text{ ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = A \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} + A \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} + B \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} + B \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ}$$

$$A \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} = \pi R_1^2 H_1 = \pi \times 14^2 \times 42 = 8232 \pi \text{ cm}^3$$

$$A \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} \pi h_1 (R_1^2 + r^2 + R_1 r) = \frac{1}{3} \pi \times 7 [14^2 + 7^2 + (14)(7)] = 800.33 \pi \text{ cm}^3$$

$$B \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} = \pi R_2^2 H_2 = \pi \times (10.5)^2 \times 30 = 3307.5 \pi \text{ cm}^3$$

$$B \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} \pi h_2 (R_2^2 + r^2 + R_2 r) = \frac{1}{3} \pi \times 5 [(10.5)^2 + 7^2 + (10.5)(7)] = 387.92 \pi \text{ cm}^3$$

$$2 \text{ ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = A \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} + A \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} + B \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ} + B \text{ ಕ್ಯಾನ್ ನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ}$$

$$2 \text{ ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = 8232 \pi + 800.33 \pi + 3307.5 \pi + 387.92 \pi = 12,727.75 \pi \text{ cm}^3$$

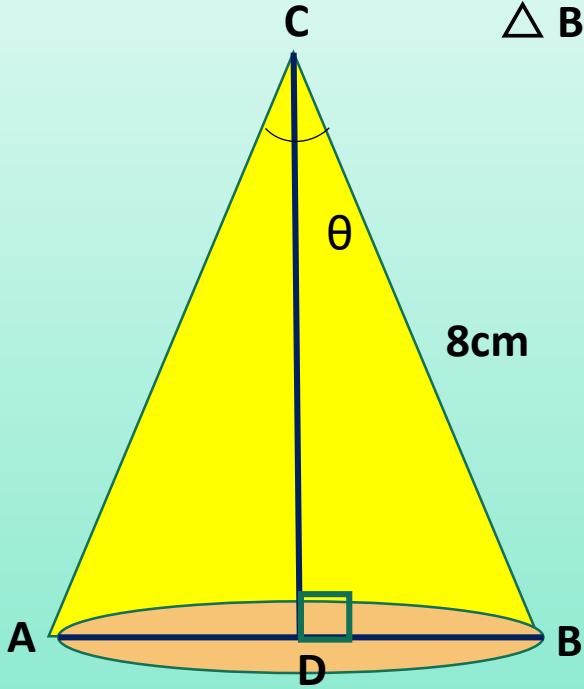
$$2 \text{ ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = 12,727.75 \times \frac{22}{7} \text{ cm}^3 = 40001.5 \text{ cm}^3$$

$$2 \text{ ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = \frac{40001.5}{1000} \text{ cm}^3$$

2 ಕ್ಯಾನ್ ಗಳ ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ = 40 ಲೀಟರ್ ಗಳು

S Harsha & H G Deepashree

30) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ 8cm ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಅರ್ಧ ಶೃಂಗಕೋನವು 60° ಆದಾಗ ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



$\triangle BOC$ ಯಲ್ಲಿ , $\angle BOC = 90^\circ$

$$\sin 60^\circ = \frac{DB}{BC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DB}{8}$$

$$DB = 4\sqrt{3} \text{ cm} = \text{ತ್ರಿಜ್ಯ}$$

$$BC^2 = DB^2 + DC^2$$

$$8^2 = (4\sqrt{3})^2 + DC^2$$

$$64 = 48 + DC^2$$

$$DC^2 = 16$$

$$DC = 4 \text{ cm} = \text{ಎತ್ತರ}$$

ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} (4\sqrt{3})^2 (4)$$

$$= 201.4 \text{ cm}^3$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ} = 201.4 \text{ cm}^3$$

S Harsha & H G Deepashree

31) ಒಂದು ಸಮಾಜ ಕಲ್ಯಾಣ ಸಂಸ್ಥೆಯು ನೆರೆ ಪ್ರವಾಹ ಪೀಡಿತ ಜನರಿಗೆ ಕುಡಿಯುವ ನೀರನ್ನು ವಿತರಣ ಮಾಡಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಟ್ಟು 4.2 m ಉದ್ದವುಳ್ಳ ಸಿಲಿಂಡರಾಕೃತಿಯ ಎರಡು ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ವೃತ್ತ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೋಳಗಳ ವ್ಯಾಸ 1.2 m ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವ ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನಲ್ಲಿ ಕುಡಿಯುವ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿ 60ಜನ ನೆರೆಪೀಡಿತ ಜನರಿಗೆ ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕೃತಿಯ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿ ಹಂಚಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪ್ರತಿ ಪಾತ್ರೆಯ ವೃತ್ತ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 21 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 50cm ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಕುಡಿಯುವ ನೀರನ್ನು ಹಂಚಿದ ನಂತರ ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಲೀಟರ್ ಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನ ಉದ್ದ = 4.2cm

2 ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ + ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ = 4.2cm

$$2 \left(\frac{1.2}{2} \right) + h = 4.2 \text{ m}$$

$$1.2 + h = 4.2 \text{ m}$$

$$h = 3 \text{ m} = 3 \times 100 = 300 \text{ cm}$$

ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ = ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನ ಘ.ಘ. - ಹಂಚಿದ ನೀರಿನ ಘ.ಘ.

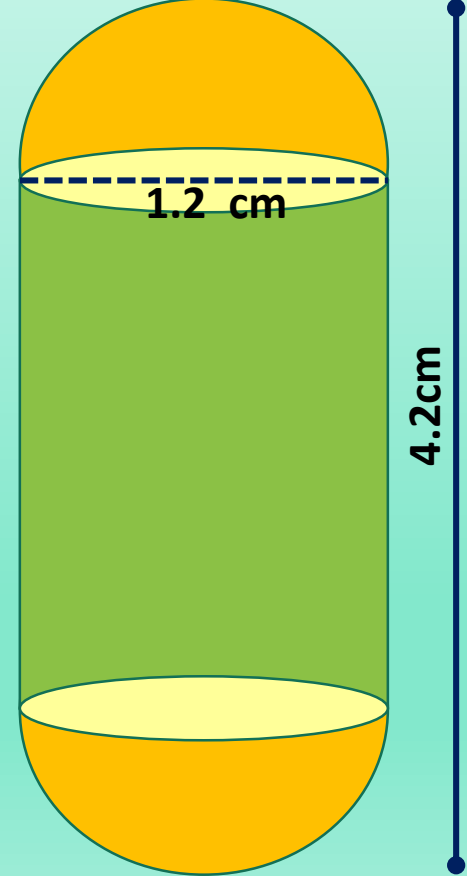
$$\text{ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = \left(\pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3 \right) - 60 \times \pi r^2 h$$

$$= \pi r^2 \left[h + \frac{4}{3} r \right] - [60 \times \pi (21)^2 (50)]$$

$$= [\pi (60)^2 \left[300 + \frac{4}{3} \times 60 \right] - 60 \times \pi (21)^2 (50)]$$

$$= 13,68,000 \pi - 13,23,000 \pi = 45000 \pi = 1,41,428 \text{ cm}^3$$

S Harsha & H G Deepashree



$$\text{ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ} = \frac{1,41,428}{1000} = 141.428 \text{ ಲೀಟರ್ ಗಳು}$$

ಎಸ್ ಹರ್ಷ & ಹೆಚ್.ಜಿ. ದೀಪಶ್ರೀ

ಧನ್ಯವಾದಗಳು

ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಹೆಡತಲೆ, ನಂಜನಗೂಡು, ಮೈಸೂರು