

علم ریاضی

S.S.L.C Study Package  
2021-22

**Mathematics**

**Ali's Tutorial**

# 01 حسابی تصاعد Arithmetic Progression

باب مختصر میں ----

01. AP کی عمومی شکل  $a, a + d, a + 2d, \dots, a + (n-1)d$

02. AP کا  $n$  واں رکن

$$a_n = a + (n-1)d$$

03. ایک AP کے پہلے  $n$  ارکان کا حاصل جمع

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

04. اگر کسی AP کا آخری رکن '1' ہے تب AP کے 'n' ارکان کا حاصل جمع

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

❖ متبادل جوابی سوالات (MCQs)

01. ایک حسابی تصاد میں اگر  $a_n = 2n + 1$  ہو تو اس تصاعد کا مشترک فرق کیا ہوگا۔

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

02. ایک حسابی تصاعد کا  $n$  واں رکن  $a_n = 24 - 3n$  ہو تو دوسرا رکن ہوگا

(A) 18 (B) 15 (C) 0 (D) 2

03. ایک حسابی تصاعد کا  $n$  واں رکن  $5n + 3$  ہے تو تیسرا رکن ہوگا۔

(A) 11 (B) 18 (C) 12 (D) 13

04. AP  $\sqrt{7}, \sqrt{28}, \sqrt{63}, \dots$  کا اگلا رکن

(A)  $\sqrt{70}$  (B)  $\sqrt{84}$  (C)  $\sqrt{98}$  (D)  $\sqrt{112}$

05. ایک AP کے پہلے  $n$  ارکان کا حاصل جمع  $3n^2 + 6n$  ہو تو مشترک فرق ہوگا۔

(A) 6 (B) 9 (C) 15 (D) -3

06. AP  $\frac{1}{3}, \frac{1-3b}{3}, \frac{1-6b}{3}, \dots$  کا مشترک فرق

(A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $-\frac{1}{3}$  (C)  $b$  (D)  $-b$

07. ایک AP  $4, x_1, x_2, x_3, 28, \dots$  میں  $x_3$  ہوگا

(A) 19 (B) 23 (C) 22 (D) 25

08. اگر AP کے پہلے  $n$  ارکان کا حاصل جمع  $3n^2 + 6n$  ہو تو مشترک فرق ہوگا۔

(A) 6 (B) 9 (C) 15 (D) -3

09. ایک AP کا  $n$  واں رکن  $2n + 1$  ہو تو ابتدائی تین ارکان کا حاصل جمع

(A)  $6n + 3$  (B) 15 (C) 12 (D) 21

10. ذیل میں AP ہے

(A) 2, 4, 8, 16, .....

(B) 3, 9, 27, 81, .....

(C) 2, 4, 6, 8, .....

(D) 5, 10, 20, 40, .....

❖ 1 مارکس کے سوالات

01. حسابی تصاعد کے پہلے  $n$  ارکان کا حاصل جمع معلوم کرنے کا ضابطہ لکھیے جس کا پہلا رکن  $a$  اور آخری رکن  $a_n$  ہے۔

02. حسابی تصاعد کا  $n$  واں رکن معلوم کرنے کا ضابطہ لکھیے۔

03. ایک AP  $2, 4, 6, 8, \dots$  میں پہلا رکن اور مشترک فرق لکھیے۔

04. ایک AP میں اگر  $a = 2$  اور  $d = 4$  ہو تو  $a_5$  کی قیمت لکھیے۔

05. ایک AP میں اگر  $a_n = 3n - 3$  ہو تو  $S_2$  کی قیمت لکھیے۔

06. ایک AP میں اگر  $a = 2$  اور  $S_2 = 7$  ہو تو مشترک فرق لکھیے۔

❖ 2 مارکس کے سوالات

01. AP  $3, 5, 7, 9, \dots$  کا 16 واں رکن معلوم کیجئے۔

02. AP  $14, 9, 4, \dots$  کا 12 واں رکن معلوم کیجئے۔

03. AP  $5, 9, 13, 17, \dots$  کا کونسا رکن 81 ہوگا؟

04. AP  $-62, -58, -54, \dots$  کے ارکان کی تعداد معلوم کیجئے۔

05. کتنے دو ہندسی اعداد 6 سے تقسیم پذیر ہیں؟

06. کتنے دو ہندسی اعداد 3 سے تقسیم پذیر ہیں؟

07. کتنے تین ہندسی اعداد 9 سے تقسیم پذیر ہیں؟

08. 200 سے 500 کے درمیان کتنے اعداد 8 سے تقسیم پذیر ہیں۔

09. ذیل کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔

(i) 19 ارکان تک  $2, 7, 12, \dots$

(ii) 14 ارکان تک  $9, 7, 5, 3, \dots$

(iii) 12 ارکان تک  $-37, -33, -29, \dots$

(iv) 100 ارکان تک  $0.6, 1.7, 2.8, \dots$

(v) 15 ارکان تک  $3, 7, 12, \dots$

10. ذیل کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔

(i)  $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \dots + 84$

(ii)  $34 + 32 + 30 + \dots + 10$

(iii)  $(-5) + (-8) + (-11) + \dots + (-230)$

(iv)  $25 + 28 + 31 + \dots + 100$

### ❖ 3 مارکس کے سوالات

01. ایک حسابی تصاعد کا 7 واں رکن اس کے دوسرے رکن کا چار گنا ہے اور 12 واں رکن چوتھے رکن کے تین گنا سے دو زیادہ ہے۔ AP معلوم کیجئے۔
02. ایک خطی قطع (Line Segment) کو چار حصوں میں تقسیم کیا گیا جن کی لمبائیاں حسابی تصاعد میں ہیں۔ تیسرے اور چوتھے حصوں کی لمبائیوں کا حاصل جمع پہلے اور دوسرے حصوں کی لمبائیوں کے حاصل جمع کا تین گنا ہے۔ اگر چوتھے حصے کی لمبائی 14 سم ہو تو خطی قطع کی لمبائی معلوم کیجئے۔
03. ایک حسابی تصاعد میں پہلے، تیسرے اور پانچویں کا مجموعہ 39 ہے اور دوسرے، چوتھے اور چھٹے رکن کا مجموعہ 51 ہے۔ حسابی تصاعد کا 10 واں رکن معلوم کیجئے۔
04. ایک AP میں 7 ویں رکن کا سات گنا 11 واں رکن کے 11 گنا کے مساوی ہے۔ 18 واں رکن معلوم کیجئے۔
05. ایک AP کا 10 واں رکن 52 ہے اور 17 واں رکن 13 ویں رکن سے 20 زیادہ ہے۔ AP معلوم کیجئے۔

### ❖ 4 مارکس کے سوالات

01. ایک حسابی تصاعد کے چوتھے اور آٹھویں ارکان کا حاصل جمع 24 اور چھ ویں اور دسویں ارکان کا حاصل جمع 44 ہے۔ AP کے پہلے تین ارکان معلوم کیجئے۔
02. ایک حسابی تصاعد کا چھٹا رکن تیسرے رکن کے دو گنا سے ایک زیادہ ہے۔ چوتھے اور پانچویں رکن کا حاصل جمع دوسرے رکن کا پانچ گنا ہے۔ حسابی تصاعد کا 10 واں رکن معلوم کیجئے۔
03. ایک حسابی تصاعد کے تیسرے اور پانچویں ارکان کا حاصل جمع 30 ہے۔ جبکہ چوتھے رکن اور آٹھویں ارکان کا حاصل جمع 46 ہے۔ حسابی تصاعد معلوم کیجئے۔
04. ایک حسابی تصاعد کا چوتھا رکن 10 اور 11 واں رکن چوتھے رکن کے تین گنا سے ایک زیادہ ہے۔ حسابی تصاعد کے ابتدائی 20 ارکان کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔
05. ایک حسابی تصاعد کے ابتدائی 5 ارکان کا حاصل جمع 55 ہے۔ اس تصاعد کا چوتھا رکن ابتدائی دو ارکان کے حاصل جمع سے پانچ زیادہ ہے۔ حسابی تصاعد معلوم کیجئے۔

## مشلت 02 Triangles

باب مختصر میں۔۔۔۔

01. دو مثلثات مشابہ ہوتے ہیں اگر
  - (i) ان کے نظیری زاویے مساوی ہوں۔
  - (ii) ان کے نظیری اضلاع کی نسبتیں مساوی ہوں۔
02. بنیادی تناسب کا مسلہ (تھیلیس کا مسلہ): مثلث کے کسی ایک ضلع کے متوازی کھینچا گیا خط باقی دو ضلعوں کو دو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے اور وہ اضلاع ایک ہی نسبت میں منقسم ہوتے ہیں۔
03. تھیلیس کے مسلہ کا معکوس مسلہ: مثلث میں کوئی دو ضلعوں کو ایک ہی نسبت میں تقسیم کرنے والا خط مستقیم تیسرے ضلع کے متوازی ہوتا ہے۔
04. اگر دو مثلثوں میں نظیری زاویے برابر ہوں تب ان کے نظیری اضلاع کی نسبت برابر ہوتی ہے اور اس لئے دونوں مثلثات مشابہ ہوں گے۔
05. دو مشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری اضلاع کے مربعوں کی نسبت کے برابر ہوتی ہے۔
06. فیثا غورث کا مسلہ: ایک قائم مثلث میں وتر کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

### I۔ متبادل جوابی سوالات (MCQs)

01. مشابہ مثلثوں کے ضلعوں کی نسبت 4:9 ہو تو ان کے رقبہ جات کی نسبت
 

81:16(D) 16:81(C) 2:3(B) 1:2(A)
02. درج ذیل میں فیثا غورثی متلیث ہے۔
 

9،12،14(D) 17،21،24(C) 5،12،13(B) 3،6،5(A)
03. دو مشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت 9:16 ہے تو نظیری اضلاع کی نسبت ہوگی۔
 

2:3(D) 4:3(C) 6:9(B) 3:4(A)

04. دو انتصابی پول جن کی لمبائی 13 میٹر اور 7 میٹر ہے سطح زمین پر عموداً گھڑے ہیں۔ ان کے قدموں کا فاصلہ 8 میٹر ہو تو ان کے سروں کا درمیانی فاصلہ ہوگا۔

(A) 9 میٹر (B) 10 میٹر (C) 11 میٹر (D) 12 میٹر

05. ایک سیڑھی جس کی لمبائی 25 میٹر ہے ایک 24 میٹر اونچی عمارت کے چھت کو چھوتی ہے۔ سیڑھی کے قدم اور عمارت کا درمیانی فاصلہ ہوگا۔

(A) 7 میٹر (B) 14 میٹر (C) 21 میٹر (D) 24.5 میٹر

06. مثلث ABC ایک مساوی الساقین مثلث ہے جس میں  $AB=AC=13$  cm اور A سے BC پر ارتفاع کی لمبائی 5 cm ہے تو BC کی لمبائی ہوگی۔

(A) 12 cm (B) 16 cm (C) 18 cm (D) 24 cm

07. ایک قائم مثلث کا وتر 25 cm ہے۔ اس کے باقی دو اضلاع میں سے ایک ضلع دوسرے ضلع ہے 5 cm بڑا ہے تو ان اضلاع کی لمبائیاں ہوں گی

(A) 10 cm, 15 cm (B) 15 cm, 20 cm

(C) 12 cm, 17 cm (D) 13 cm, 18 cm

08. ایک مساوی الاضلاع مثلث کے ارتفاع کی لمبائی جس کا ہر ضلع 12 cm

(A)  $6\sqrt{2}$  cm (B)  $6\sqrt{3}$  cm

(C)  $3\sqrt{6}$  cm (D)  $6\sqrt{6}$  cm

09. مساوی الساقین مثلث ABC میں اگر  $AC=BC$  اور  $AB^2 = 2AC^2$  ہو تو  $\angle C$  کی قدر

(A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $90^\circ$

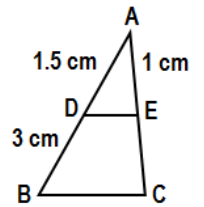
10.  $\Delta ABC$  اور  $\Delta DEF$  میں اگر  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FD}$  ہو تو

(A)  $\angle B = \angle E$  (B)  $\angle A = \angle D$

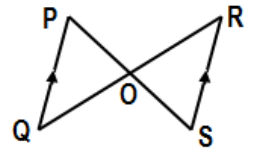
(C)  $\angle B = \angle D$  (D)  $\angle A = \angle F$

❖ 2 مارکس کے سوالات

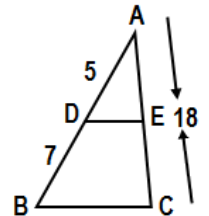
01. دی گئی شکل میں  $DE \parallel BC$  ہے تو EC معلوم کیجئے۔



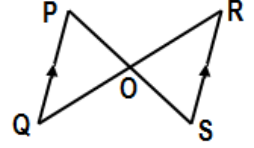
02. دی گئی شکل میں اگر  $\Delta POQ \square \Delta SOR$  اور  $PQ:SR=1:2$  ہو تو  $OP:OS$  معلوم کیجئے۔



03.  $\Delta ABC$  میں  $DE \parallel BC$  ہے۔ اگر  $AD=5$  cm،  $BD=7$  cm اور  $AC=18$  cm ہو تو AE کی لمبائی معلوم کیجئے۔



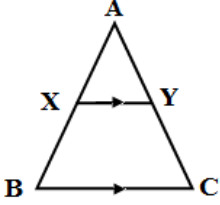
04. دی گئی شکل میں اگر  $PQ \parallel RS$  ہے۔ ثابت کیجئے کہ  $\Delta POQ \square \Delta SOR$



05.  $\Delta ABC$  میں  $AD \perp BC$  اور  $AD^2 = BD \times CD$  ہے ثابت کیجئے کہ  $AB^2 + AC^2 = (BD + CD)^2$

06.  $\Delta ABC \square \Delta DEF$  ہے۔  $\Delta ABC$  کا رقبہ  $64cm^2$  اور  $\Delta DEF$  کا رقبہ  $100cm^2$  ہے اگر  $FE = 12cm$  ہو تو  $BC$  معلوم کیجئے۔

❖ 3 مسائل کے سوالات



01. مساوی الاضلاع مثلث ABC میں اگر  $AN \perp BC$  ہو تو ثابت کیجئے کہ  $4AN^2 = 3AB^2$  ہوتا ہے۔

02.  $\Delta ABC$  میں  $XY \parallel BC$  اور  $XY = \frac{1}{2}BC$  ہے۔ اگر  $\Delta AXY$  کا رقبہ  $100cm^2$  ہو تو منحرف XYBC کا رقبہ معلوم کیجئے۔

03. دو مشابہ مثلثات کے نظیری اضلاع کی نسبت 2:3 ہے۔ چھوٹے مثلث کا رقبہ اگر  $48cm^2$  ہو تو بڑے مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے۔

04. ایک مساوی الاضلاع مثلث جس کے ضلع کی لمبائی 'a' ہے ثابت کیجئے کہ اس کا رقبہ  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$  ہوتا ہے۔

05. معین کے اضلاع کی لمبائی معلوم کیجئے جس کے وتروں کی لمبائیاں 24cm اور 10cm ہوں۔

❖ 4 مسائل کے سوالات

01. ثابت کیجئے کہ کسی مثلث کے کسی ایک ضلع کے متوازی کھینچا گیا خط باقی دو ضلعوں کو دو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے اور وہ اضلاع ایک ہی نسبت میں منقسم ہوتے ہیں۔

02. اگر دو مثلثوں میں نظیری زاویے برابر ہوں تب ان کے نظیری اضلاع کی نسبت برابر ہوتی ہے اور اس لئے دونوں مثلث مشابہ ہوں گے۔ ثابت کیجئے۔

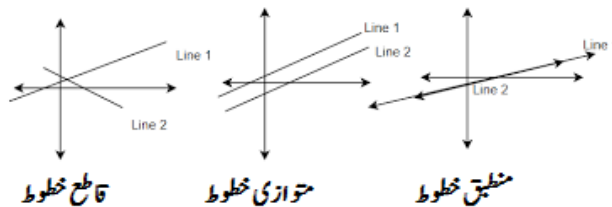
03. دو مشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری اضلاع کے مربعوں کی نسبت کے برابر ہوتی ہے۔ ثابت کیجئے۔

04. فیثاغورث کا مسلہ: ایک قائم مثلث میں وتر کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔ ثابت کیجئے۔

## 03 دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے Pair Of Linear Equations In Two Variables

باب مختصر میں

نمبر شمار	خطوط کا جوڑا	نسبتوں کا موازنہ	گرانی حل	الجبرائی ترجمانی
1	اگر خطوط کو $a_1x + b_1y + c_1 = 0$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	قاطع خطوط	سکتا حل (واحد حل)
2	$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ سے ظاہر کیا جائے تو۔	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	منطبق خطوط	لا محدود حل
3		$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	متوازی خطوط	کوئی حل نہیں



❖ معروضی سوالات (MCQs)

01. اگر  $2x + 3y = 12$  اور  $3x - 2y = 5$  ہو تو

(A)  $x = 2, y = 3$  (B)  $x = 2, y = -3$  (C)  $x = 3, y = 2$  (D)  $x = 3, y = -2$

02. اگر  $x - y = 2$  اور  $\frac{2}{x+y} = \frac{1}{5}$  ہو تو

(A)  $x = 4, y = 2$  (B)  $x = 5, y = 3$  (C)  $x = 6, y = 4$  (D)  $x = 7, y = 5$

03. اگر  $2^{x+y} = 2^{x-y} = \sqrt{8}$  کی قیمت

(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C) 0 (D) ان میں سے کوئی نہیں۔

04. اگر دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے  $kx - y = 2$  اور  $6x - 2y = 3$  واحد حل رکھتے ہوں تو 'k' کی قیمت

(A)  $k = -6$  (B)  $k \neq -6$

(C)  $k = -\frac{7}{3}$  (D)  $k \neq 0$

05. اگر دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے  $x + 2y = 3$  اور  $5x + ky + 7 = 0$  کوئی حل نہیں رکھتے ہوں تو 'k' کی قیمت

(A)  $k = 10$  (B)  $k \neq 10$

(C)  $k = -\frac{7}{3}$  (D)  $k = -21$

06. اگر دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے  $3x + ky = 2$  اور  $2x + 5y + 1 = 0$  متوازی ہوں تو 'k' کی قیمت

(A)  $k = -\frac{5}{4}$  (B)  $k = \frac{2}{5}$

(C)  $k = \frac{3}{2}$  (D)  $k = \frac{15}{4}$

07. اگر خطوط  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  اور  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  میں  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  ہو تو

(A) خطوط متوازی ہوں گے (B) خطوط منطبق ہوں گے

(C) قاطع خطوط ہوں گے (D) ان میں سے کوئی نہیں۔

08. اگر دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے ہم آہنگ ہوں تو ان کا گراف ہوتا ہے۔

(A) متوازی خطوط (B) ہمیشہ قاطع خطوط

(C) ہمیشہ منطبق خطوط (D) قاطع یا منطبق خطوط

09. مساوات  $6x - 2y + 9 = 0$  اور  $3x - y + 12 = 0$  کا گراف دو خطوط کو ظاہر کرتا ہے جو

(A) قاطع خطوط ہوتے ہیں (B) متوازی خطوط ہوتے ہیں

(C) منطبق خطوط ہوتے ہیں (D) اک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔

10. مثلث ABC میں اگر  $\angle C = 3\angle B = 2(\angle A + \angle B)$  ہو تو  $\angle B$  کی قیمت

(A)  $20^\circ$  (B)  $40^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $80^\circ$

❖ 2 مارکس کے سوالات

01. درج ذیل خطی مساواتوں کے جوڑوں کو حل کیجئے۔

(i)  $2x + y = 11; 2x - 4y = -24$

(ii)  $x + y = 7; 3x - y = 1$

(iii)  $2x + y = 8; x + y = 5$

(iv)  $x - \frac{y}{3} = 3; \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$

(v)  $2x - 2y = 2; 3x + 4y = 10$

❖ 4 مارکس کے سوالات

01. درج ذیل دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑوں کو گراف کے طریقے سے حل کیجئے۔

(i)  $2x + 3y = 11; x + y = 5$

(ii)  $x + 2y = 3; 4x + 3y = 2$

(iii)  $4x - 5y + 16 = 0; 2x + y - 6 = 0$

(iv)  $4x - 5y - 20 = 0; 3x + 5y - 15 = 0$

(v)  $5x - 4y + 8 = 0; 7x + 6y - 9 = 0$

(vi)  $9x + 3y + 12 = 0; 18x + 6y + 24 = 0$

(vii)  $6x - 3y + 10 = 0; 2x - y + 9 = 0$

02. 10 ویں کے 10 طلباء نے ریاضی کے ایک کونز میں حصہ لیا۔ اگر لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد سے چار زیادہ ہے تو اس کونز میں حصہ لینے والے لڑکے اور

لڑکیوں کی تعداد گراف کے طریقے سے معلوم کیجئے۔

03. 5 پینسل اور 7 پیپوں کی قیمت 50 روپیے ہے۔ جبکہ 7 پینسل اور 5 پیپوں کی قیمت 46 روپیے ہے۔ ایک پینسل اور ایک پیپ کی قیمت گراف کے طریقے سے

معلوم کیجئے۔

04. مساواتوں  $x - y + 1 = 0$  اور  $3x + 2y - 12 = 0$  کا گراف بنائیے ان دونوں خطوط اور X-محور سے بنے دو راستوں کے مختصات بھی معلوم

کیجئے۔ اور مثلثی خطہ کو شہد کیجئے۔



# 04 دائرے Circles

باب مختصر میں۔۔۔

01. دائرہ کو صرف اور صرف ایک نقطہ پر مس کرنے والا خط دائرے کا خط مماس کہلاتا ہے۔
02. دائرہ کو دو مختلف نقاط پر قطع کرنے والا خط، خطِ قاطع کہلاتا ہے۔
03. ایک دائرے میں زیادہ سے زیادہ دو متوازی مماس کھینچے جاسکتے ہیں۔
04. دائرے کے اندرون میں سے دائرے کو کوئی مماس کھینچا نہیں جاسکتا۔
05. دائرے پر موجود نقطہ سے دائرے کو صرف اور صرف ایک خط مماس کھینچا جاسکتا ہے۔
06. بیرونی نقطہ سے دائرے کو 2 مماس کھینچے جاسکتے ہیں۔
07. دائرہ کا نصف قطر اس کے مماس کے نقطہ مماس پر عمود ہوتا ہے۔
08. دائرے کے کسی باہری نقطہ سے کھینچے جانے والے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔

❖ معروضی سوالات (MCQs)

01. دائرے کو چھو کر گزرنے والا خط

(A) مماس (B) تماس (C) عمود (D) قاطع خط

02. شکل میں TP اور TQ دائرے کو مماس ہیں جس کا مرکز 'O' ہے۔  $\angle TPQ$  کی قیمت

(A)  $90^\circ$  (B)  $110^\circ$  (C)  $70^\circ$  (D)  $40^\circ$

03. ایک نقطہ Q سے دائرے کے مماس کی لمبائی 24 سم اور مرکز سے Q کا فاصلہ 25 سم ہے دائرے کا نصف قطر ہوگا

(A) 7 سم (B) 12 سم (C) 15 سم (D) 24.5 سم

04. بیرونی نقطہ سے دائرے کو کھینچے جانے والے مماس کی تعداد

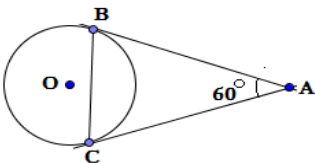
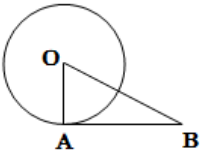
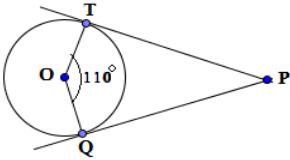
(A) 1 (B) 2 (C) لامحدود (D) 0

05. شکل میں AB خط مماس ہے اور  $OA = AB$  ہے۔  $\angle AOB$  ہوتا ہے۔

(A)  $90^\circ$  (B)  $30^\circ$  (C)  $45^\circ$  (D)  $60^\circ$

06. شکل میں AB اور AC بیرونی نقطہ A سے دائرے کو دو خطوط مماس ہیں۔ اگر  $AB = 6\text{cm}$  اور  $\angle BAC = 60^\circ$  ہو تو مثلث ABC کا احاطہ

(A) 6 سم (B) 12 سم (C) 18 سم (D) 24 سم



### ❖ 3 مارکس کے سوالات

01. ثابت کیجئے کہ دائرے کا نصف قطر اس کے مماس کے نقطہء مماس پر عمود ہوتا ہے۔  
02. ثابت کیجئے کہ دائرے کے کسی باہری نقطہ سے کھینچے جانے والے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں

## عملی بناوٹ (تہکیلات) 05 Constructions

01. 4 سم نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے اس کے مرکز سے 7 سم فاصلہ پر موجود ایک نقطہ سے دائرے کو خطوط مماس ساخت کیجئے۔  
02. 2.5 سم نصف قطر کا دائرہ کھینچ کر دائرہ کے محیط پر ایک نقطہ P لیتے ہوئے خط مماس ساخت کیجئے۔  
03. 3.5 سم نصف قطر کے دائرہ کو دو مماس ساخت کیجئے جن کا درمیانی زاویہ  $60^\circ$  ہو۔  
04. 3 سم نصف قطر کے دائرہ کو دو مماس ساخت کیجئے جن کا درمیانی زاویہ  $80^\circ$  ہو۔  
05. 3 سم نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے اس کے مرکز سے 8 سم فاصلہ پر موجود ایک نقطہ سے دائرے کو خطوط مماس ساخت کیجئے۔ ان کی لمبائیوں کو ناپیئے۔  
06. 3.5 سم نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ دائرے کو دو خطوط مماس اس طرح ساخت کیجئے کہ وہ ایک دوسرے پر عمود ہوں۔  
07. 4 سم نصف قطر والے ایک دائرہ پر اس کے ہم مرکز دائرہ جس کا نصف قطر 6 سم ہے کے محیط پر موجود کسی نقطہ سے خطوط مماس ساخت کیجئے۔  
08. 6 سم لمبائی کا ایک خطی قطع کھینچ کر اسے 2:3 کی نسبت میں تقسیم کیجئے۔  
09. 8 سم لمبائی کا ایک خطی قطع کھینچ کر اسے 3:2 کی نسبت میں تقسیم کیجئے۔

### ❖ 3 مارکس کے سوالات

01. ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع کی لمبائیاں 5 سم، 6 سم اور 7 سم ہوں۔ اس کے مشابہ ایک دوسرا مثلث بنائیے جس کے اضلاع پہلے مثلث کے نظیری اضلاع کا  $\frac{3}{5}$  ہوں۔  
02. ایک مثلث ABC بنائیے جس کے اضلاع  $BC=3$  cm،  $AB=6$  cm اور  $AC=4.5$  cm ہوں۔ اس کے مشابہ ایک دوسرا مثلث بنائیے جس کے اضلاع مثلث ABC کے نظیری اضلاع کا  $\frac{4}{3}$  ہوں۔  
03. ایک مثلث بنائیے جس کے اضلاع کی لمبائیاں 4 سم، 5 سم اور 6 سم ہوں۔ اس کے مشابہ ایک دوسرا مثلث بنائیے جس کے اضلاع پہلے مثلث کے نظیری اضلاع کا  $\frac{2}{3}$  ہوں۔  
04. ایک مساوی الساقین مثلث بنائیے جس کا قاعدہ 6 سم اور ارتفاع 4 سم ہو اور پھر اس کے مشابہ ایک دوسرا مثلث بنائیے جس کے اضلاع پہلے مثلث کے نظیری اضلاع کا  $1\frac{1}{2}$  ہوں۔

$$01. \text{ فاصلہ فارمولہ } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$02. \text{ نقطہ } (x, y) \text{ اور مبدأ کا درمیانی فاصلہ } d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$03. \text{ سیکشن فارمولہ } P(x, y) = \left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$04. \text{ وسطی نقطہ کا فارمولہ } P(x, y) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$05. \text{ مثلث کا رقبہ } \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

❖ معروضی سوالات (MCQs)

01. مبدأ سے کسی نقطہ  $(p, q)$  کا درمیانی فاصلہ ہوگا

$$(A) \sqrt{p^2 + q^2} \quad (B) \sqrt{p^2 - q^2} \quad (C) \sqrt{p - q} \quad (D) \sqrt{p + q}$$

02. نقاط  $(x_1, y_1)$  اور  $(x_2, y_2)$  کو ملانے والے خط کے وسطی نقطہ کے مختصات ہیں

$$(A) \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$(B) \left( \frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2} \right)$$

$$(C) \left( \frac{-x_1 + x_2}{2}, \frac{-y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$(D) \left( \frac{-x_1 - x_2}{2}, \frac{-y_1 - y_2}{2} \right)$$

03.  $P(x_1, y_1)$  اور  $Q(x_2, y_2)$  کے درمیان فاصلہ ہوگا۔

$$(A) PQ = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$$

$$(B) PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$(C) PQ = \sqrt{(x_2 + x_1)^3 + (y_2 + y_1)^3}$$

$$(D) PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^3 + (y_2 - y_1)^3}$$

04. مبدأ اور نقطہ (4,3) کا درمیانی فاصلہ ہے۔

0(D) 4(C)3(B)5(A)

05. نقاط (2,3) اور (6,6) کا درمیانی فاصلہ

2(D)3(C)5(B)6(A)

06. نقاط (2,3) اور (4,1) کا درمیانی فاصلہ

$\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{2}$  (C)  $5\sqrt{2}$  (B)  $5\sqrt{2}$  (A)

07. مثلث کا رقبہ جس کے راسوں مختصات (-3,-5)، (-4,6) اور (1,-1) ہیں۔

20cm<sup>2</sup> (D) 26cm<sup>2</sup> (C) 48cm<sup>2</sup> (B) 24cm<sup>2</sup> (A)

❖ 3 مارکس کے سوالات

01. وہ نسبت معلوم کیجئے جس میں نقطہ P(2,x) نقاط A(-2,2) اور B(3,7) کو داخلی طور پر قطع کرتا ہے۔ اور نقطہ تقسیم کے مختصات بھی معلوم کیجئے۔

02. مثلث جس کے راس A(2,2)، B(4,4) اور C(2,6) کے وسطی نقاط کو جوڑنے پر بنے مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے۔

03. اگر A(-5,7)، B(-4,-5)، C(-1,-6) اور D(4,5) ایک چار ضلعی کے راس ہیں تو چار ضلعی ABCD کا رقبہ معلوم کیجئے۔

04. جانچ کیجئے کہ نقاط (5,-2)، (6,4) اور (7,-2) ایک مساوی الساقین مثلث کے راس ہیں۔

05. اس نقطہ کے مختصات معلوم کیجئے جو نقاط (4,-3) اور (8,5) کو ملانے والے قطع خط کو 1:3 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔

06. مثلث ABC کے راسوں کے مختصات A(-3,2)، B(-1,4) اور C(5,2) ہیں۔ M اور N بالترتیب AB اور AC کے وسطی نقاط ہوں تو ثابت کیجئے

کہ  $2MN=BC$  ہوتا ہے۔

## 07

دو درجی مساواتیں  
Quadratic  
Equations

باب مختصر میں۔۔۔

01. دو درجی مساوات کی معیاری شکل  $ax^2 + bx + c = 0$  :  
 02. دو درجی فارمولہ  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  :  
 03. میسر (Discriminant):  $D = b^2 - 4ac$  :  
 04. دو درجی مساوات کے جذروں کی نوعیت  
 $b^2 - 4ac > 0$ : جذر حقیقی اور مختلف ہوں گے۔  
 $b^2 - 4ac = 0$ : جذر حقیقی اور مساوی ہوں گے۔  
 $b^2 - 4ac < 0$ : جذر حقیقی نہیں ہوں گے۔ (یعنی مجازی ہوں گے)

I۔ معروضی سوالات (MCQs)

01.  $x^2 - 5x + k = 0$  کا ایک جذر 2 ہو تو  $k$  کی قیمت  
 5(D) -5(C) 6(B) -6(A)  
 02. اگر دو درجی مساوات میں میسر  $(b^2 - 4ac)$  کی قیمت صفر ہو تو جذروں کی نوعیت ہوگی۔  
 (A) حقیقی اور مختلف (B) حقیقی اور مساوی (C) حقیقی نہیں (D) غیر مساوی اور غیر ناطق  
 03. دو درجی مساوات  $x^2 - 5x - 6 = 0$  کے جذر ہیں  
 -6، -1(D) 6، -1(C) 3، 2(B) -3، -2(A)  
 04. دو درجی مساوات  $ax^2 + bx + c = 0$  کے جذر  
 -b/a، -b/a(D) +b/a، -b/a(C) 0، +b/a (B) 0، -b/a (A)  
 05. اگر  $4x = \frac{81}{x}$  ہو تو  $x$  کی قیمت  
 ±0.45(D) 4.5(C) ±4.5 (B) -4.5 (A)  
 06. دو درجی مساوات  $ax^2 + bx + c = 0$  کا ایک جذر دوسرے کا منفی ہو تو  
 $a = c$  (D)  $c = 0$  (C)  $b = 0$  (B)  $a = 0$  (A)

07. دو درجی مساوات  $x^2 - 5x = 0$  کا ایک جذر صفر ہو تو دوسرا جذر ہوگا۔

$$\pm 5 \text{ (D)} + 5 \text{ (C)} - 5 \text{ (B)} 0 \text{ (A)}$$

08. اگر  $4a = \frac{36}{a}$  ہو تو  $a$  کی قیمت

$$-3 \text{ (D)} + 3 \text{ (C)} \pm 3 \text{ (B)} \pm 9 \text{ (A)}$$

09. دو درجی مساوات  $2k^2 - 2k - 5 = 0$  کے جذر جبکہ  $a, b, c$  اور  $c$  کی قیمت ضابطہ میں درج کرنے پر۔

$$k = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(2)(5)}}{2} \text{ (A)}$$

$$k = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(2)(-5)}}{2 \times 2} \text{ (B)}$$

$$k = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(2)(-5)}}{2 \times 2} \text{ (C)}$$

$$k = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(2)(5)}}{2 \times 2} \text{ (D)}$$

10. اگر  $a^2 = b^2 + c^2$  ہو تو  $c$  کی قیمت

$$\pm \sqrt{b^2 + a^2} \text{ (A)}$$

$$\pm \sqrt{a^2 + b^2} \text{ (B)}$$

$$\pm \sqrt{a - b} \text{ (C)}$$

$$\pm \sqrt{a^2 - b^2} \text{ (D)}$$

11. دو درجی مساوات  $(2x - 7)(3x + 5) = 0$  کا مثبت جذر ہے۔

$$\frac{5}{3} \text{ (D)} \frac{3}{5} \text{ (C)} \frac{2}{7} \text{ (B)} \frac{7}{2} \text{ (A)}$$

12. دو درجی مساوات  $px^2 + qx + r = 0$  میں  $x$  کی قیمت

$$\frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4pq}}{2p} \text{ (A)}$$

$$\frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \text{ (B)}$$

$$\frac{-q \pm \sqrt{r^2 - 4pq}}{2r} \quad (C)$$

$$\frac{-q \pm \sqrt{p^2 - 4pq}}{2q} \quad (D)$$

13. ذیل میں دو درجی مساوات ہے۔

$$x^2 - 3\sqrt{x} + 2 = 0 \quad (A)$$

$$x + \frac{1}{x} = x^2 \quad (B)$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 5 \quad (C)$$

$$2x^2 - 5x = 2(x-1)^2 \quad (D)$$

14. ذیل میں کونسی دو درجی مساوات نہیں ہے۔

$$3x - x^2 = x^2 + 5 \quad (A)$$

$$(x+2)^2 = 2(x^2 - 5) \quad (B)$$

$$(\sqrt{2}x+3)^2 = 2x^2 + 6 \quad (C)$$

$$(x-1)^2 = 3x^2 + x - 2 \quad (D)$$

15. مساوات  $x + \frac{1}{2} = \frac{1}{x}$  کو دو درجی مساوات کی معیاری شکل میں لکھنے پر

$$2x^2 + x - 2 = 0 \quad (A)$$

$$-x^2 + x + 2 = 0 \quad (B)$$

$$x^2 - 2 = x \quad (C)$$

$$x^2 - 2x + 2 = 0 \quad (D)$$

II- ایک مارکس کے سوالات

01. مساوات  $143 = x^2 - 1$  ہو تو x کی قیمت معلوم کیجئے۔

02. اگر  $r^2 = l^2 + d^2$  ہو تو d کے لئے حل کیجئے۔

03. اگر  $7y = \frac{35}{y}$  ہو تو y کی قیمت معلوم کیجئے۔

04. جانچ کیجئے کہ آیا  $x = 3$  مساوات  $x^2 - 6x + 9 = 0$  کا جزر ہے۔

05. اگر  $x = -2$  مساوات  $3x^2 + 2kx - 3 = 0$  کا جذر ہو تو  $k$  کی قیمت معلوم کیجئے۔
06. اگر دو درجی مساوات  $2x^2 + 8x + k = 0$  کے مساوی جذر ہوں تو  $k$  کی قیمت معلوم کیجئے۔
07. اگر مساوات  $px(x-2) + 6 = 0$  کے مساوی جذر ہوں تو  $p$  کی قیمت معلوم کیجئے۔
08. مساوات  $4x^2 - 2x + 6 = 0$  میں میز کی قیمت معلوم کیجئے۔

III۔ دو مارکس کے سوالات۔

01. ضابطہ کی مدد سے درج ذیل دو درجی مساواتوں کو حل کیجئے۔

(i)  $6x^2 + 11x + 3 = 0$

(ii)  $3x^2 - 2x - 1 = 0$

(iii)  $15x^2 - 28 = x$

(iv)  $6x^2 + x - 12 = 0$

(v)  $4x^2 - 9x = 100$

02. درج ذیل دو درجی مساواتوں کو اجزائے ضربی کے طریقے سے حل کیجئے۔

(i)  $x^2 + 15x + 50 = 0$

(ii)  $(x-4)(x+4) = 6x$

(iii)  $2x^2 - 3x - 20 = 0$

(iv)  $x^2 - x + 3 = 0$

03. مستطیل نما میدان کی لمبائی اس کی چوڑائی سے 2 میٹر زیادہ ہے اگر میدان کا رقبہ 195 مربع میٹر ہو تو میدان کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجئے۔

04. 5 سال پہلے سلمان کی عمر علی کی عمر کا 3 گنا تھی۔ 10 سال بعد سلمان کی عمر علی کی عمر کا دو گنا ہوگی۔ دونوں کی موجودہ عمریں معلوم کیجئے۔

05. مستطیل نما میدان کی لمبائی اس کی چوڑائی کا 3 گنا ہے۔ اگر میدان کا رقبہ 147 مربع میٹر ہو تو اس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجئے۔

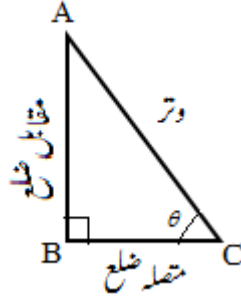
06. مثلث کا ارتفاع اس کے قاعدہ سے 5 سم کم ہے۔ اگر مثلث کا رقبہ 150 مربع سم ہو تو مثلث کا قاعدہ معلوم کیجئے۔



## Introduction to Trigonometry

باب مختصر میں۔۔۔۔

01. ٹرگنومیٹری نسبتیں



$$\sin\theta = \frac{AB}{AC} \quad \text{Cosec}\theta = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos\theta = \frac{BC}{AC} \quad \text{Sec}\theta = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan\theta = \frac{AB}{BC} \quad \text{Cot}\theta = \frac{BC}{AB}$$

02. ٹرگنومیٹری متماثلات

(i)  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(ii)  $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

(iii)  $1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$

$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
$\text{cosec}\theta$	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
$\cot\theta$	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

01.  $\sin 45^\circ$  کی قیمت ہوتی ہے۔

$$\frac{\sqrt{3}}{1} \text{ (D)} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (C)} \quad \frac{1}{2} \text{ (B)} \quad 0 \text{ (A)}$$

02. اگر  $\cot^2 A + 1 = \operatorname{cosec}^2 A$  میں  $A$  زاویہ حادہ ہو تو

$0^\circ < A \leq 90^\circ$  (A)

$0^\circ < A \geq 90^\circ$  (B)

$0^\circ \geq A > 90^\circ$  (C)

$0^\circ > A \leq 90^\circ$  (D)

03. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  ہو تو  $\operatorname{cosec} \theta$  کی قیمت ہوتی ہے۔

$\frac{5}{3}$  (A)  $\frac{3}{5}$  (B)  $\frac{4}{5}$  (C)  $\frac{5}{4}$  (D)

04.  $\frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ}$  کی قیمت

0 (D)  $\sin 45^\circ$  (C) 1 (B)  $\tan 90^\circ$  (A)

05.  $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$  کی قیمت

$\cos 60^\circ$  (B)  $\sin 60^\circ$  (A)

$\sin 30^\circ$  (D)  $\tan 60^\circ$  (C)

06.  $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$  کی قیمت ہے

$\frac{5}{4}$  (D)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (A)

07.  $\frac{\tan 18^\circ}{\cos 72^\circ}$  کی قیمت ہے۔

2 (D) 5 (C) 1 (B) 0 (A)

08. اگر  $\sin \theta = \frac{1}{4}$  اور  $\cos \theta = \frac{1}{4}$  ہو تو  $\cot \theta$  کی قیمت ہوگی۔

0 (D)  $\frac{3}{4}$  (C) 1 (B)  $\frac{1}{3}$  (A)

09.  $9 \sec^2 A - 9 \tan^2 A$  کی قیمت ہوگی

0 (D) 8 (C) 9 (B) 1 (A)

10.  $(\sec A + \tan A)(1 - \sin A)$  مساوی ہوگا۔

$\cos A$  (D)  $\operatorname{cosec} A$  (C)  $\sin A$  (B)  $\sec A$  (A)

II-1 مارکس کے سوالات

01. اگر  $\tan 2A = \cot(A-18)$  ہو تو A کی قیمت دریافت کیجئے۔
02. زمین پر ایک نقطہ ٹاور کے پایہ سے 30 میٹر کے فاصلہ پر ہے۔ زمین سے ٹاور کی اونچائی کا زاویہ ارتفاع  $30^\circ$  ہو تو ٹاور کی اونچائی معلوم کیجئے۔
03.  $\sin A = \frac{3}{4}$  ہو تو  $\tan A$  کی قدر معلوم کیجئے۔
04.  $\sec \theta = \frac{13}{12}$  ہو تو  $\tan \theta$  کی قیمت لکھیے۔
05.  $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$  کی قدر معلوم کیجئے۔

III-2 مارکس کے سوالات

01. اگر  $3 \cot A = 4$  ہو تو ثابت کیجئے کہ  $\cos^2 A - \sin^2 A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$  ہوتا ہے۔
02. اگر A، B اور C مثلث ABC کے داخلہ زاویے ہیں تو ثابت کیجئے کہ  $\cos \frac{A}{2} = \sin \left( \frac{B+C}{2} \right)$  ہوتا ہے۔
03. ثابت کیجئے کہ  $\sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A) = 1$  ہوتا ہے۔
04. ثابت کیجئے کہ  $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A + 1}$  ہوتا ہے۔
05. ثابت کیجئے کہ  $\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} = \tan^2 A$  ہوتا ہے۔

IV-3 مارکس کے سوالات

01. ثابت کیجئے کہ  $\frac{\cos \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cot \theta} = \sin \theta + \cos \theta$  ہوتا ہے۔
02. ثابت کیجئے کہ  $\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$  ہوتا ہے۔
03. ثابت کیجئے کہ  $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$  ہوتا ہے۔
04. ثابت کیجئے کہ  $\frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1} = \frac{1}{\sec \theta - \tan \theta}$  ہوتا ہے۔
05. ثابت کیجئے کہ  $\left( \frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \right) = \left( \frac{1 - \tan A}{1 - \cot A} \right)^2 = \tan^2 A$  ہوتا ہے۔

## 09

ٹرگنومیٹری کے کچھ استعمالات

Some Applications  
Of Trigonometry

01. ایک عمارت کی چھت کا ایک ٹاور کے پایہ سے زاویہ ارتفاع  $30^\circ$  اور عمارت کے پایہ سے ٹاور کی چوٹی کا زاویہ ارتفاع  $60^\circ$  ہے۔ اگر ٹاور کی اونچائی 50 میٹر ہو تو عمارت کی اونچائی معلوم کیجئے۔
02. 8 میٹر اونچی ایک عمارت کی چھت اور پایہ کا ایک کثیر منزلہ عمارت سے زاویہ جھکاؤ بالترتیب  $30^\circ$  اور  $45^\circ$  ہے۔ کثیر منزلہ عمارت کی اونچائی اور دونوں عمارتوں کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجئے۔
03. دریا کے اوپر سے پل پر ایک نقطہ سے دریا کے دونوں کناروں کا زاویہ جھکاؤ بالترتیب  $30^\circ$  اور  $45^\circ$  ہے۔ اگر پل کے کناروں سے اونچائی 3 میٹر ہے تو دریا کی چوڑائی معلوم کیجئے۔
04. T.V کا ایک ٹاور ایک نہر کے کنارے پر کھڑا ہے۔ دوسرے کنارے پر ایک نقطہ جو ٹاور کے بالکل مخالف سمت میں ہے ٹاور کی چوٹی کا زاویہ ارتفاع  $60^\circ$  ہے۔ اس نقطہ اور ٹاور کے پایہ کو ملانے والے خط پر ایک اور نقطہ جو پہلے نقطہ سے 20 میٹر کے فاصلہ پر ہے ٹاور کی چوٹی کا زاویہ ارتفاع  $30^\circ$  ہے۔ ٹاور کی اونچائی اور نہر کی چوڑائی معلوم کیجئے۔

## 10

شماریات

## Statistics

باب مختصر میں۔۔۔۔

01. مرتب اعداد و شمار کا درمیانیہ (Mean) معلوم کرنا

$$\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f} \quad \text{(i) راست طریقہ}$$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fd}{\sum f} \quad \text{(ii) مفروضاتی میانہ}$$

$$\bar{X} = A + \left( \frac{\sum fu}{\sum f} \right) \times h \quad \text{(iii) مرحلاتی طریقہ}$$

$$02. \text{وسطانیہ (Median)} = 1 + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

$$03. \text{موڈ (Mode)} = 1 + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

01. مندرج ذیل اعداد و شمار کا درمیانہ، وسطیہ اور موڈ معلوم کیجئے۔

C-I	4-1	7-4	10-7	13-10	16-13	19-16
f	6	30	40	16	4	4

02. مندرج ذیل اعداد و شمار کا درمیانہ، وسطیہ اور موڈ معلوم کیجئے۔

C-I	25-10	40-25	55-40	70-55	85-70	100-85
f	2	3	7	6	6	6

03. مندرج ذیل اعداد و شمار کا درمیانہ، وسطیہ اور موڈ معلوم کیجئے۔

C-I	3-1	5-3	7-5	9-7	11-9
f	7	8	2	2	1

04. درج ذیل تعدد بناؤ کا موڈ معلوم کیجئے۔

C-I	3-1	5-3	7-5	9-7	11-9
f	6	9	15	9	1

05. درج ذیل جدول میں فیٹری میں کام کرنے والے 50 افراد کی روزانہ اجرت سے متعلق معلومات دئے گئے ہیں۔ معلوم کا سے کم قسم کا اوچھو بنائیے۔

روزانہ اجرت	100 سے کم	120 سے کم	140 سے کم	160 سے کم	180 سے کم	200 سے کم
افراد کی تعداد	0	8	20	34	44	50

06. ایک علاقہ کے شاپنگ کانپلیکس کی 30 دکانوں کا سالانہ منافع مندرج ذیل بناؤ میں دکھایا گیا ہے۔ سے زیادہ قسم کا اوچھو بنائیے۔

منافع (لاکھوں میں)	5 سے زیادہ	10 سے زیادہ	15 سے زیادہ	20 سے زیادہ	25 سے زیادہ	30 سے زیادہ	35 سے زیادہ
دکانوں کی تعداد	30	28	16	14	10	7	3

07. ایک کلاس کے 35 طلبہ کے میڈیکل جانچ کے دوران ریکارڈ کئے گئے ان کے وزن درج ذیل ہیں ان کا سے کم قسم کا اوچھو بنائیے۔

وزن کلو گرام میں	38 سے کم	40 سے کم	42 سے کم	44 سے کم	46 سے کم	48 سے کم	50 سے کم	52 سے کم
طلبہ کی تعداد	0	3	5	9	14	28	32	35

# 11 سطحی رقبہ اور حجم

## Surface Areas And Volumes

ضابطے	ٹھوس جسم	نمبر شمار
<p>مکعب اکائیاں <math>= (l \times b \times h) = \text{حجم}</math>                      مربع اکائیاں <math>= 2(lb + bh + lh) = \text{کل سطحی رقبہ}</math>                      مربع اکائیاں <math>= [2(l + b) \times h] = \text{مائل سطحی رقبہ}</math></p>	مکعب نما	.01
<p>مکعب اکائیاں <math>= a^3 = \text{حجم}</math>                      مربع اکائیاں <math>= 6a^2 = \text{کل سطحی رقبہ}</math>                      مربع اکائیاں <math>= 4a^2 = \text{مائل سطحی رقبہ}</math></p>	مکعب	.02
<p>مکعب اکائیاں <math>= \pi r^2 h = \text{حجم}</math>                      مربع اکائیاں <math>= 2\pi r h = \text{کل سطحی رقبہ}</math>                      مربع اکائیاں <math>= 2\pi r(r + h) = \text{مائل سطحی رقبہ}</math></p>	استوانہ	.03
<p>مکعب اکائیاں <math>= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \text{حجم}</math>                      مربع اکائیاں <math>= \pi r(r + l) = \text{کل سطحی رقبہ}</math>                      مربع اکائیاں <math>= \pi r l = \text{مائل سطحی رقبہ}</math></p>	مخروط	.04
<p>مکعب اکائیاں <math>= \frac{4}{3} \pi r^3 = \text{حجم}</math>                      مربع اکائیاں <math>= 4\pi r^2 = \text{مائل سطحی رقبہ}</math></p>	کرہ	.05
<p>مکعب اکائیاں <math>= \frac{2}{3} \pi r^3 = \text{حجم}</math>                      مربع اکائیاں <math>= 3\pi r^2 = \text{کل سطحی رقبہ}</math>                      مربع اکائیاں <math>= 2\pi r^2 = \text{مائل سطحی رقبہ}</math></p>	نصف کرہ	.06
<p>مکعب اکائیاں <math>= \frac{1}{3} \pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = \text{حجم}</math>                      مربع اکائیاں <math>= \pi l(r_1 + r_2) + \pi(r_1^2 + r_2^2) = \text{کل سطحی رقبہ}</math>                      مربع اکائیاں <math>= \pi l(r_1 + r_2) = \text{مائل سطحی رقبہ}</math></p>	مخروط کافر سٹم	.07

01. ایک کھلونہ مخروط کی شکل کا ہے۔ جس کا اوپری حصہ نصف کروہی ہے جس کا نصف قطر وہی ہے جو مخروط کا ہے۔ اگر مخروط کا نصف قطر 5.3 سینٹی میٹر ہے اور کھلونہ کی کل اونچائی 15.5 سینٹی میٹر ہے۔ کھلونہ کی کل سطح کارقبہ معلوم کیجئے۔

02. ایک ٹینک استوانہ کی شکل کا ہے جس کا اوپری حصہ مخروطی ہے۔ اگر استوانہ والے حصہ کی اونچائی اور قطر بالترتیب 2.1 میٹر اور 4 میٹر ہے اور مخروطی حصہ کی ترچھی اونچائی 2.8 میٹر ہو تو ٹینک کو بنانے میں استعمال ہونے والا کینوس کارقبہ معلوم کیجئے اور 500 روپیے جی مربع میٹر کی شرح سے کینوس کا خرچ بھی معلوم کیجئے۔

03. ایک تھوس استوانہ کی اونچائی 2.4 سینٹی میٹر اور قطر 1.4 سینٹی میٹر ہے۔ اس میں سے اس اونچائی اور قطر کا مخروطی خلا نکالا گیا ہے باقی بچے ٹھوس کا کل سطحی رقبہ نزدیک مربع سینٹی میٹر میں معلوم کیجئے۔

04. ایک کروہی شیشے کے برتن کی گردن استوانہ کی شکل کی ہے۔ جس کی لمبائی 8 سینٹی میٹر اور قطر 2 سینٹی میٹر ہے۔ کروہی حصہ کا قطر 5.8 سینٹی میٹر ہے۔ اس میں جتنا پانی آسکتا ہے اس کی پیمائش کر کے ایک بچہ اس کا حجم 345 مکعب سینٹی میٹر بتاتا ہے۔ جانچ کیجئے کہ آیا وہ بچہ سچ بول رہا ہے۔ اوپر کی پیمائش برتن کے اندر کی لے جائے۔ ( $\pi = 3.14$ )

05. ایک ترکی ٹوپی مخروط کے فرسٹم کی شکل کی ہے۔ اگر اس کے کھلے ہوئے حصہ کا نصف قطر 10 سینٹی میٹر اور اوپری قاعدہ کا نصف قطر 4 سینٹی میٹر اور ترچھی اونچائی 14 سینٹی میٹر ہے۔ اس ٹوپی کو بنانے میں استعمال ہونے والے میٹرل کارقبہ معلوم کیجئے۔

# جوابات

## 01 حسابی تصاعد Arithmetic Progression

I۔ معروضی سوالات کے جوابات

10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
C	B	A	C	D	A	D	B	A	C

II۔ 1 مارکس کے سوالات کے جوابات

$$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n) \quad .01$$

$$a_n = a + (n-1)d \quad .02$$

$$a = 2, d = 2 \quad .03$$

$$a_5 = a + 4d = 2 + 4 \times 4 = 18 \quad .04$$

.05

$$a_1 = 3 \times 1 - 3 = 0$$

$$a_2 = 3 \times 2 - 3 = 3$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 0 + 3 = 3$$

.06

$$S^2 = a_1 + a_2$$

$$7 = 2 + a_2 \Rightarrow a_2 = 7 - 2 = 5$$

$$d = a_2 - a_1 = 5 - 2 = 3$$

III۔ 2 مارکس کے سوالات کے جوابات

.01



3,5,7,9.....

$$a = 3, d = 5 - 3 = 2, n = 16, a_{16} = ?$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{16} = 3 + (16-1)2$$

$$a_{16} = 3 + 15 \times 2 = 3 + 30 = 33$$

.02

14,9,4.....

$$a = 14, d = 9 - 14 = -5, n = 12, a_{12} = ?$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{12} = 14 + (12-1)(-5)$$

$$a_{12} = 14 + 11(-5) = 14 - 55 = -41$$

.03

5,9,13,17.....

$$a = 5, d = 9 - 5 = 4, n = ?, a_n = 81$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$81 = 5 + (n-1) \times 4$$

$$81 = 5 + 4n - 4$$

$$81 = 1 + 4n$$

$$\therefore n = \frac{81-1}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

.04

10,7,4,.....,-62

$$a = 10, d = 7 - 10 = -3, n = ?, a_n = -62$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$-62 = 10 + (n-1)(-3)$$

$$-62 = 10 - 3n + 3$$

$$-62 = 13 - 3n$$

$$-62 - 13 = -3n$$

$$-75 = -3n \Rightarrow \therefore n = \frac{75}{3} = 25$$

12, 18, 24, ....., 96

$$a = 12, d = 18 - 12 = 6, n = ?, a_n = 96$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$96 = 12 + (n-1) \times 6$$

$$96 = 12 + 6n - 6$$

$$96 = 6 + 6n$$

$$\therefore n = \frac{96-6}{6} = \frac{90}{6} = 15$$

☆ سوال 06 اور 07 کی مشق کے لئے ہیں۔

208, 216, 224, ....., 496

$$a = 208, d = 216 - 208 = 8, n = ?, a_n = 496$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$.09 \quad 496 = 208 + (n-1) \times 8$$

$$496 = 208 + 8n - 8$$

$$496 = 200 + 8n$$

$$\therefore n = \frac{496-200}{8} = \frac{296}{8} = 37$$

(i) 2, 7, 12, .....

$$a = 2, d = 7 - 2 = 5, n = 19, S_{19} = ?$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{19} = \frac{19}{2} [2 \times 2 + (19-1)5]$$

$$S_{19} = \frac{19}{2} [4 + 18 \times 5]$$

$$S_{19} = \frac{19}{2} (4 + 90)$$

$$S_{19} = \frac{19}{2} (94) \Rightarrow S_{19} = 19 \times 47 = 893$$

☆(ii)(v) مشق کے لئے ہیں۔

.10

$$(i) 7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \dots + 84$$

$$a = 7, d = 10\frac{1}{2} - 7 = \frac{21}{2} - 7 = \frac{21 - 14}{2} = \frac{7}{2}$$

$$a_n = 84, n = ?, S_n = ?$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$84 = 7 + (n - 1)\frac{7}{2}$$

$$84 = 7 + \frac{7}{2}n - \frac{7}{2}$$

$$84 - 7 = \frac{7n - 7}{2}$$

$$77 \times 2 = 7n$$

$$\therefore n = \frac{154}{7} = 22$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$$

$$S_{22} = \frac{22}{2}[7 + 84]$$

$$S_{22} = 11 \times 91 = 1001$$

☆(ii)(iv) مشق کے لئے ہیں۔

IV-3 مارکس کے سوالات

.01

$$\begin{aligned}
 a_7 &= 4(a_2) \\
 a + 6d &= 4(a + d) \\
 a + 6d &= 4a + 4d \\
 a + 6d - 4a - 4d &= 0 \\
 -3a - 2d &= 0 \quad \dots(i)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{12} &= 3(a_4) + 2 \\
 a + 11d &= 3(a + 3d) + 2 \\
 a + 11d &= 3a + 9d + 2 \\
 a + 11d - 3a - 9d &= 2 \\
 -2a + 2d &= 2 \\
 -2(a - d) &= 2 \\
 a - d &= -1 \quad \dots(ii)
 \end{aligned}$$

مساوات (i) اور (ii) کو حل کرنے پر

$$\begin{aligned}
 -3a + 2d &= 0 \quad \dots(i) \\
 a - d &= -1 \quad \dots(ii) \times 2 \\
 -3a + 2d &= 0 \\
 2a - 2d &= -2 \\
 -a &= -2 \Rightarrow a = 2 \\
 a - d &= -1 \\
 2 - d &= -1 \\
 -d &= -1 - 2 \\
 d &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AP &\rightarrow a, a + d, a + 2d, \dots \\
 &2, 2 + 3, 2 + 2 \times 3, \dots \\
 &2, 5, 8, \dots
 \end{aligned}$$

02. فرض کیجئے کہ خطی قطع کے چار حصے  $a_1, a_2, a_3$  اور  $a_4$  ہیں۔

$$a_3 + a_4 = 3(a_1 + a_2)$$

$$a + 2d + 14 = 3(a + a + d)$$

$$a + 2d + 14 = 6a + 3d$$

$$14 = 6a + 3d - a - 2d$$

$$14 = 5a + d \quad \dots(i)$$

$$a_4 = 14$$

$$a + 3d = 14 \quad \dots(ii)$$

$$a + 3d = 5a + d$$

$$3d - d = 5a - a$$

$$2d = 4a$$

$$d = \frac{4a}{2} \Rightarrow d = 2a$$

$$a + 3d = 14$$

$$a + 3(2a) = 14$$

$$a + 6a = 14$$

$$7a = 14 \Rightarrow a = \frac{14}{7} = 2$$

$$\therefore d = 2a = 2 \times 2 = 4$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 + 4 = 6$$

$$a_3 = 2 + 2 \times 4 = 10$$

$$a_4 = 2 + 3 \times 4 = 14$$

$$a_1 + a_3 + a_5 = 39$$

$$a + a + 2d + a + 4d = 39$$

$$3a + 6d = 39 \quad \dots(i)$$

$$a_2 + a_4 + a_6 = 51$$

$$a + d + a + 3d + a + 5d = 51$$

$$3a + 9d = 51 \quad \dots(ii)$$

(ii) سے (i) کو تفریق کرنے پر

$$\begin{array}{r} 3a + 9d = 51 \\ - 3a + 6d = 39 \\ \hline \end{array}$$

$$3d = 12 \Rightarrow d = \frac{12}{3} = 4$$

$$3a + 6d = 39$$

$$3a + 6 \times 4 = 39$$

$$3a + 24 = 39$$

$$a = \frac{39 - 24}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$a_{10} = a + 9d = 5 + 9(4) = 5 + 36 = 41$$

.04

$$7(a_7) = 11(a_{11})$$

$$7(a + 6d) = 11(a + 10d)$$

$$7a + 42d = 11a + 110d$$

$$11a + 110d - 7a - 42d = 0$$

$$4a + 68d = 0$$

$$4(a + 17d) = 0$$

$$a + 7d = 0$$

$$a_{18} = 0$$

.05

$$a_{10} = 52$$

$$a + 9d = 52 \quad \dots(i)$$

$$a_{17} = a_{13} + 20$$

$$a + 16d = a + 12d + 20$$

$$16d - 12d = 20$$

$$4d = 20 \Rightarrow d = \frac{20}{4} = 5$$

$$a + 9d = 52$$

$$a + 9(5) = 52$$

$$a = 52 - 45$$

$$a = 7$$

$$AP \rightarrow a, a + d, a + 2d, \dots$$

$$7, 7 + 5, 7 + 2(5), \dots$$

$$7, 12, 17, \dots$$

III-4 مارکس کے سوالات کے جوابات

.01

$$a_4 + a_8 = 24$$

$$a + 3d + a + 7d = 24$$

$$2a + 10d = 24$$

$$a + 5d = 12 \quad \dots(i)$$

$$a_6 + a_{10} = 44$$

$$a + 5d + a + 9d = 44$$

$$2a + 14d = 44$$

$$a + 7d = 22 \quad \dots(ii)$$

مساوات (ii) سے (i) کو تفریق کرنے پر

$$\begin{array}{r} d+7d=22 \\ - \\ a+5d=12 \\ \hline 2d=10 \Rightarrow d=\frac{10}{2}=5 \end{array}$$

$$a+5(5)=12$$

$$a+25=12$$

$$a=12-25=-13$$

$$a_1=-13$$

$$a_2=a+d=-13+5=-8$$

$$a_3=a+2d=-13+2(5)=-13+10=-3$$

.02

$$a_6=2(a_3)+1$$

$$a+5d=2(a+2d)+1$$

$$a+5d=2a+4d+1$$

$$a+5d-2a-4d=1$$

$$-a+d=1 \quad \dots(i)$$

$$a_4+a_5=5(a_2)$$

$$a+3d+a+4d=5(a+2d)$$

$$2a+7d=5a+10d$$

$$2a+7d-5a-10d=0$$

$$-3a-3d=0$$

$$-3(a+d)=0$$

$$a+d=0$$

$$a=-d \quad \dots(ii)$$

مسوات (i) ع

$$-a+d=1$$

$$-(-d)+d=1$$

$$2d=1 \Rightarrow d=\frac{1}{2}$$

$$\therefore a=-d \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$$



$$a_{10} = a + 9d$$

$$a_{10} = -\frac{1}{2} + 9\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$a_{10} = \frac{-1+9}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

.03

$$\Rightarrow a_3 + a_5 = 30$$

$$a + 2d + a + 4d = 30$$

$$2a + 6d = 30$$

$$2(a + 3d) = 30$$

$$a + 3d = 15 \quad \dots(i)$$

$$\Rightarrow a_4 + a_8 = 46$$

$$a + 3d + a + 7d = 46$$

$$2a + 10d = 46$$

$$2(a + 5d) = 46$$

$$a + 5d = 23 \quad \dots(ii)$$

(ii) سے (i) کو تفریق کرنے پر

$$\begin{array}{r} a + 5d = 23 \\ - a + 3d = 15 \\ \hline 2d = 8 \end{array}$$

$$d = 4$$

$$a + 3d = 15$$

$$a + 3(4) = 15$$

$$a + 12 = 15$$

$$a = 15 - 12$$

$$a = 3$$

$$AP \rightarrow a, a + d, a + 2d, \dots$$

$$3, 3 + 4, 3 + 2(4), \dots$$

$$3, 7, 11, \dots$$

$$a_4 = 10$$

$$a + 3d = 10 \quad \dots(i)$$

$$a_{11} = 3(a_4) + 1$$

$$a + 10d = 3 \times 10 + 1$$

$$a + 10d = 31 \quad \dots(ii)$$

(ii) سے (i) کو تفریق کرنے پر

$$a + 10d = 31$$

$$a + 3d = 10$$

$$7d = 21$$

$$d = \frac{21}{7} = 3$$

$$a + 3d = 10$$

$$a + 3(3) = 10$$

$$a + 9 = 10$$

$$a = 10 - 9 = 1$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 1 + (20-1)3]$$

$$S_{20} = 10 [2 + 19 \times 3]$$

$$S_{20} = 10 \times 114$$

$$S_{20} = 1140$$

## مشات 02 Triangles

I۔ معروضی سوالات کے جوابات

10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
C	D	B	B	A	A	B	A	B	C

II۔ 2 مارکس کے سوالات کے جوابات

01.  $\Delta ABC$  میں  $DE \parallel BC$  ہے۔

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC} \quad (\text{تھیلے کا مسلہ})$$

$$EC = \frac{3}{1.5} = 2cm$$

.02

.03

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{AE}{18}$$

$$EC = \frac{5 \times 18}{12} = 7.5cm$$

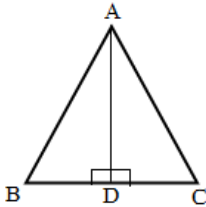
.04

$\Delta POQ$  اور  $\Delta SOR$  میں

$$\angle PQO = \angle SRO \quad (\text{نظیری زاویے})$$

$$\angle QPO = \angle RSO$$

$\Delta POQ \cong \Delta SOR$  (AA اصول مشابہت)



في  $\Delta ABC$  ميں  $AD \perp BC$  اور  $AD^2 = BD \times CD$  ہے۔

في  $\Delta ADB$  ميں۔۔۔

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \quad \dots(i)$$

في  $\Delta ADC$  ميں۔۔۔

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \quad \dots(ii)$$

(i) اور (ii) کو جمع کرنے پر

$$AB^2 + AC^2 = (AD^2 + BD^2) + (AD^2 + CD^2)$$

$$AB^2 + AC^2 = BD^2 + 2AD^2 + CD^2$$

$$AB^2 + AC^2 = BD^2 + 2(BD \times CD) + CD^2$$

$$AB^2 + AC^2 = (BD + CD)^2$$

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

$$\frac{[\Delta ABC]}{[\Delta DEF]} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\frac{64}{100} = \frac{BC^2}{12^2}$$

$$\frac{64}{100} = \frac{BC^2}{144}$$

$$BC^2 = \frac{64 \times 144}{100}$$

$$BC = \sqrt{\frac{2304}{100}} = \frac{48}{10} = 4.8 \text{ cm}$$

III-3 مارکس کے سوالات کے جوابات

في  $\Delta ABC$  ميں  $AB=BC=AC$  اور  $AN \perp BC$  ہے۔

في  $\Delta ANB$  اور  $\Delta ANC$  ميں

$$AB = AC$$

$$\angle B = \angle C \quad (\text{دیا ہوا})$$

$$\angle ANB = \angle ANC = 90^\circ$$

$$\triangle ANB \cong \triangle ANC$$

$$BN = CN = \frac{BC}{2}$$

..... میں  $\triangle ANB$

$$AB^2 = AN^2 + BN^2$$

$$AB^2 = AN^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$AB^2 = AN^2 + \frac{BC^2}{4}$$

$$AB^2 = \frac{4AN^2 + BC^2}{4}$$

$$4AB^2 = 4AN^2 + BC^2$$

$$4AB^2 = 4AN^2 + AB^2 \quad (\because AB = BC)$$

$$4AB^2 - AB^2 = 4AN^2$$

$$3AB^2 = 4AN^2$$

.02

$$XY = \frac{1}{2} BC \text{ اور } XY \perp BC \text{ میں } \triangle ABC$$

$$\triangle AXB \square \triangle ABC$$

$$\frac{[\triangle AXY]}{[\triangle ABC]} = \frac{XY^2}{BC^2}$$

$$\frac{100}{[\triangle ABC]} = \frac{(BC/2)^2}{BC^2}$$

$$\frac{100}{[\triangle ABC]} = \frac{BC^2/4}{BC^2}$$

$$\frac{100}{[\triangle ABC]} = \frac{1}{4}$$

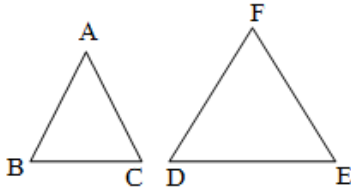
$$[\triangle ABC] = 4 \times 100 = 400 \text{ cm}^2$$

$$\text{منحرف } XYCB \text{ کا رقبہ} = [\Delta ABC] - [\Delta AXY]$$

$$\text{منحرف } XYCB \text{ کا رقبہ} = 400 - 100$$

$$\text{منحرف } XYCB \text{ کا رقبہ} = 300 \text{ cm}^2$$

.03



$\Delta ABC \sim \Delta DEF$  میں  $AB : DE = 2 : 3$  ہے۔

$$\text{رقبہ } \Delta ABC = 48 \text{ cm}^2$$

$$\frac{[\Delta ABC]}{[\Delta DEF]} = \frac{AB^2}{DE^2}$$

$$\frac{48}{[\Delta DEF]} = \frac{(2x)^2}{(3x)^2}$$

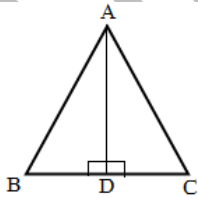
$$\frac{48}{[\Delta DEF]} = \frac{4x^2}{9x^2}$$

$$[\Delta DEF] = \frac{48 \times 9}{4} = 108 \text{ cm}^2$$

.04

$\Delta ABC$  میں  $AB = AC = BC$  ہے۔  $AD$  ارتفاع ہے۔

$\Delta ADC$  میں  $\angle ADC = 90^\circ$  ہے۔



$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$AD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$AD^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$AD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$AD^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4}$$

$$AD^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$AD = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\text{مساحت } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

05. ABCD ایک مربع ہے جس میں AC=10 cm اور BD=24 cm ہے۔

مربع کے دو سرے کی زاویہ قائمہ پر متصفی کرتے ہیں۔

$$AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5cm$$

$$BO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 24 = 12cm$$

--- میں  $\triangle AOB$

$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$AB^2 = 5^2 + 12^2$$

$$AB^2 = 25 + 144$$

$$AB^2 = 169$$

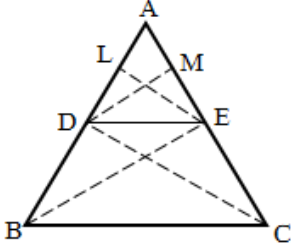
$$AB = \sqrt{169}$$

$$AB = 13cm$$

مربع کے اضلاع کی لمبائی 13 سم ہے۔

01: ثابت کیجئے کہ مثلث کے کسی ایک ضلع کے متوازی کھینچا گیا خط باقی دو ضلعوں کو دو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے اور وہ اضلاع ایک ہی نسبت میں منقسم ہوتے ہیں۔

ہے۔



مفروضہ:  $\Delta ABC$  میں  $DE \parallel BC$  ہے۔  $ABDE$  اور  $AC$  کو بالترتیب D اور E پر قطع کرتا

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ کہ مطلوب: ثابت کرنا ہے}$$

عمل:  $EL \perp AB$  اور  $DM \perp AC$  کھینچئے۔  $BE$  اور  $CD$  کو جوڑیئے۔

$$\frac{[\Delta ADE]}{[\Delta DBE]} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EL}{\frac{1}{2} \times DB \times EL} = \frac{AD}{DB} \quad \dots (i) \left[ \Delta = \frac{1}{2} bh \right]$$

ثبوت:

$$\frac{[\Delta ADE]}{[\Delta ECD]} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \quad \dots (ii)$$

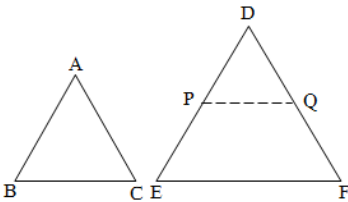
$\Delta DBE$  اور  $\Delta ECD$  ایک ہی قاعدہ اور دو متوازی خطوط DE اور BC کے درمیان واقع ہے۔

$$[\Delta DBE] = [\Delta ECD] \quad \dots (iii)$$

(i)، (ii) اور (iii) سے

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

02: اگر دو مثلثوں میں نظیری زاویے برابر ہوں تب ان کے نظیری اضلاع کی نسبت برابر ہوتی ہے اور اس لئے دونوں مثلث مشابہ ہوں گے۔ ثابت کیجئے۔



مفروضہ:  $\Delta ABC$  اور  $\Delta DEF$  میں

$$\angle A = \angle D$$

$$\angle B = \angle E$$

$$\angle C = \angle F$$

مطلوب: ثابت کرنا ہے کہ  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

عمل: DE: ایک نقطہ P اور DF: ایک نقطہ Q اس طرح لیں جیسے کہ  $DP = AB$  اور  $DQ = AC$  ہو۔ PQ کو جوڑیئے۔



ثبوت:  $\Delta ABC$  اور  $\Delta DPQ$  میں

$$AB=DP \quad (\text{عمل})$$

$$AC=DQ \quad (\text{عمل})$$

$$\angle A = \angle D \quad (\text{مفروضہ})$$

$$\Delta ABC \cong \Delta DPQ \quad (\text{SAS اصول مماثلت})$$

$$\angle B = \angle P$$

$$\angle E = \angle P \quad (\text{مفروضہ})$$

$PQ \parallel EF$  (نظیری زاویے برابر ہیں)

$$\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$$

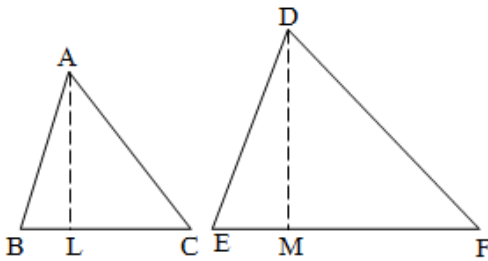
$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \quad (\text{DQ=AC اور DP=AB})$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \quad \text{اسی طرح}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

$$\Delta ABC \square \Delta DEF$$

03. دو مشابہ مثلثوں کے رقبوں کی نسبت ان کے نظیری اضلاع کے مربعوں کی نسبت کے برابر ہوتی ہے۔ ثابت کیجئے۔



$$\Delta ABC \square \Delta DEF \quad \text{مفروضہ:}$$

مطلوب: ثابت کرنا ہے کہ

$$\frac{[\Delta ABC]}{[\Delta DEF]} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

عمل:  $DM \perp EF$  اور  $AL \perp BC$  کھینچئے۔

ثبوت: چونکہ  $\Delta ABC \square \Delta DEF$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} \text{ اور } \angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F \quad \dots(i)$$

$$\frac{[\Delta ABC]}{[\Delta DEF]} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AL}{\frac{1}{2} \times EF \times DM} = \frac{BC}{EF} \times \frac{AL}{DM} \quad \dots(ii) \left[ \Delta = \frac{1}{2} bh \right]$$

$$\frac{AL}{DM} = \frac{BC}{EF} \quad \dots(iii)$$

(مشابہ مثلثات میں نظیری اضلاع کی نسبتیں)

نظیری ارتفاع کے نسبتوں کے برابر ہوتی ہیں۔)

(iii) کو (ii) میں درج کرنے پر

$$\frac{[\Delta ABC]}{[\Delta DEF]} = \left( \frac{BC}{EF} \times \frac{BC}{EF} \right) = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\frac{[\Delta ABC]}{[\Delta DEF]} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

04. 05. فیثاغورث کا مسلہ: ایک قائم مثلث میں دو تراکمرایق باقی دو اضلاع کے مربعوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔ ثابت کیجئے۔

مفروضہ:  $\Delta ABC$  میں  $\angle ABC = 90^\circ$

مطلوب: ثابت کرنا ہے کہ ---  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

عمل:  $BD \perp AC$  کھینچئے۔

ثبوت:  $\Delta ADB$  اور  $\Delta ABC$  میں

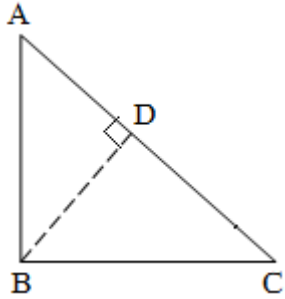
(مشترک زاویہ)  $\angle A = \angle A$

(مفروضہ اور عمل)  $\angle ADB = \angle ABC = 90^\circ$

(AA اصول مشابہت)  $\Delta ADB \sim \Delta ABC$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC} \quad \Leftarrow$$

$$AC \times AD = AB^2 \quad \Leftarrow \quad \dots(i)$$



میں  $\Delta ABC$  اور  $\Delta BDC$

$\angle C = \angle C$  (مشترک زاویہ)

$\angle BDC = \angle ABC = 90^\circ$

(مفروضہ اور عمل)

$\Delta BDC \sim \Delta ABC$

(AA اصول مشابہت)

$$\frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \quad \Leftarrow$$

$$AC \times DC = BC^2 \quad \Leftarrow \dots(ii)$$

(i) اور (ii) کو جمع کرنے پر

$$(AD \times AC) + (DC \times AC) = AB^2 + BC^2$$

$$(AD + DC) \times AC = AB^2 + BC^2$$

$$AC \times AC = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

دو متغیر والی خطی مساواتوں کے جوڑے  
**03** Pair Of Linear Equations  
 In Two Variables

I۔ معروضی سوالات کے جوابات

10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
B	B	D	C	D	A	A	C	C	C

II۔ مارکس کے سوالات کے جوابات

(i).01

$$2x + y = 11 \quad \dots(i)$$

$$- \quad 2x - 4y = -24 \quad \dots(ii)$$

$$5y = 35$$

$$y = \frac{35}{5} \Rightarrow y = 7$$

$$2x + y = 11$$

$$2x + 7 = 11$$

$$2x = 11 - 7$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2$$

(ii)

$$x + y = 7 \quad \dots(i)$$

$$3x - y = 1 \quad \dots(ii)$$

$$\underline{4x = 8}$$

$$x = \frac{8}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$x + y = 7$$

$$2 + y = 7$$

$$y = 7 - 2$$

$$y = 5$$

(iii)

$$2x + y = 8 \quad \dots(i)$$

$$x + y = 5 \quad \dots(ii)$$

$$x = 3$$

$$x + y = 5$$

$$3 + y = 5$$

$$y = 5 - 3$$

$$y = 2$$

(iv)

$$x - \frac{y}{3} = 3$$

$$\frac{3x - y}{3} = 3$$

$$3x - y = 9 \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$$

$$\frac{3x + 4y}{6} = -1$$

$$3x + 4y = -6 \quad \dots(ii)$$

(ii) سے (i) کو تفریق کرنے پر

$$\begin{array}{r} 3x + 4y = -36 \\ - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x - y = 9 \\ \hline \end{array}$$

$$5y = -45$$

$$y = \frac{-45}{5} \Rightarrow y = -9$$

$$3x - y = 9$$

$$3x - (-9) = 9$$

$$3x + 9 = 9$$

$$3x = 9 - 9$$

$$3x = 0 \Rightarrow x = 0$$

(v)

$$2x - 2y = 2 \quad \dots(i) \times 4$$

$$3x + 4y = 10 \quad \dots(ii) \times 2$$

$$8x - 8y = 8$$

$$6x + 8y = 20$$

$$14x = 28$$

$$x = \frac{28}{14} \Rightarrow x = 2$$

$$2x - 2y = 2$$

$$2(2) - 2y = 2$$

$$4 - 2y = 2$$

$$-2y = 2 - 4$$

$$-2y = -2 \Rightarrow y = 1$$

$$x + y = 5$$

$$y = 5 - x$$

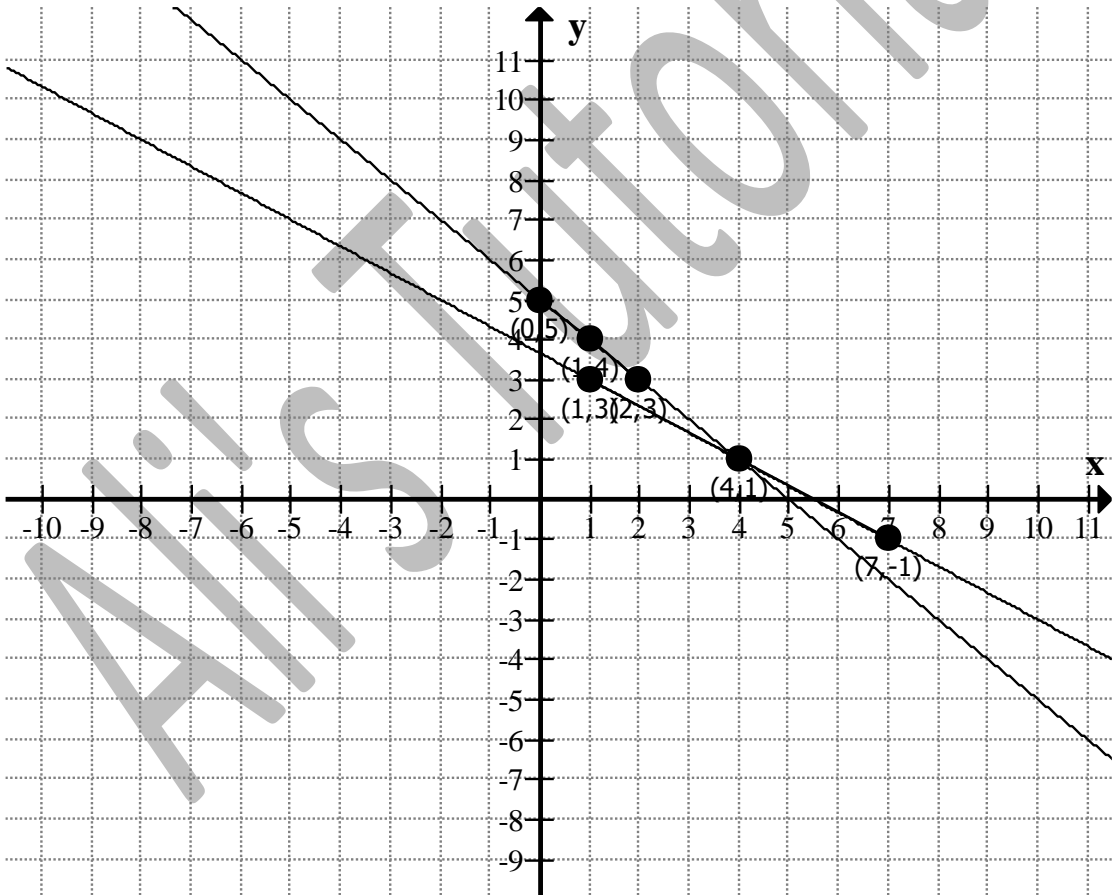
X	0	1	2
y	5	4	3

(i)

$$2x + 3y = 11$$

$$y = \frac{11 - 2x}{3}$$

X	1	4	7
y	3	1	-1



(i)

$$4x + 3y = 2$$

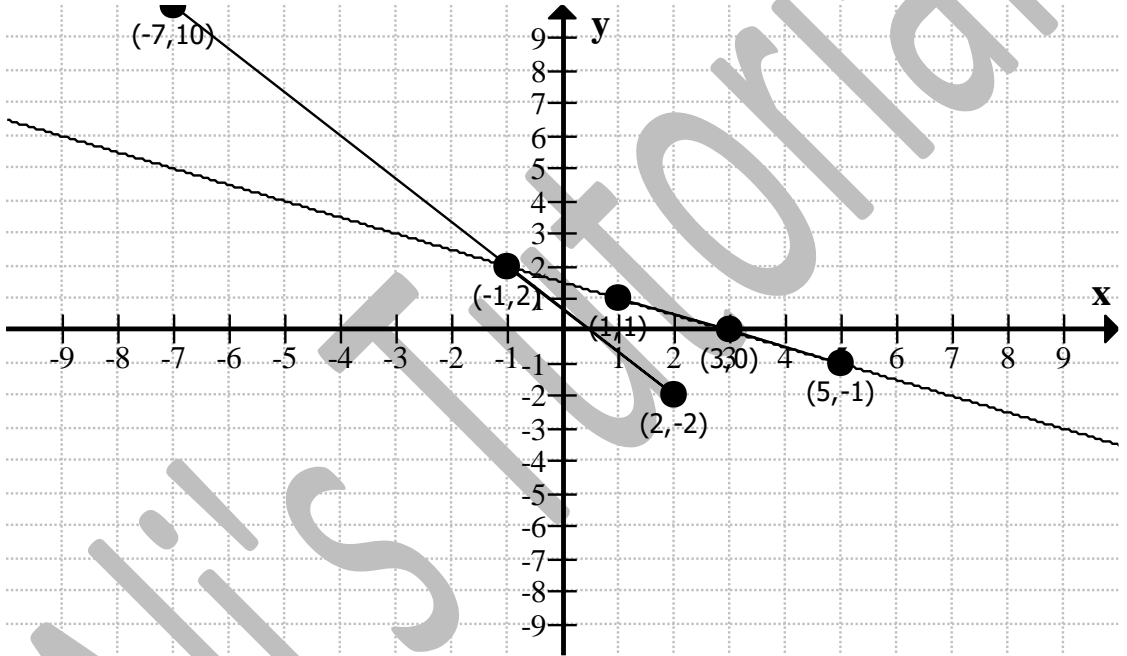
$$y = \frac{2 - 4x}{3}$$

$$x + 2y = 3$$

$$y = \frac{3 - x}{2}$$

X	-7	-1	2
y	10	2	-2

X	1	3	5
y	1	0	-1



☆ (iii) و (vii) سوالات مشق کے لئے ہیں

☆ لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد سے چار زیادہ ہے۔

$$y = x + 4 \quad \dots (ii)$$

X	1	3	5
y	5	7	9

02. فرض کیجئے کہ ریاضی کے کونز میں x لڑکوں اور y لڑکیوں نے حصہ لیا۔

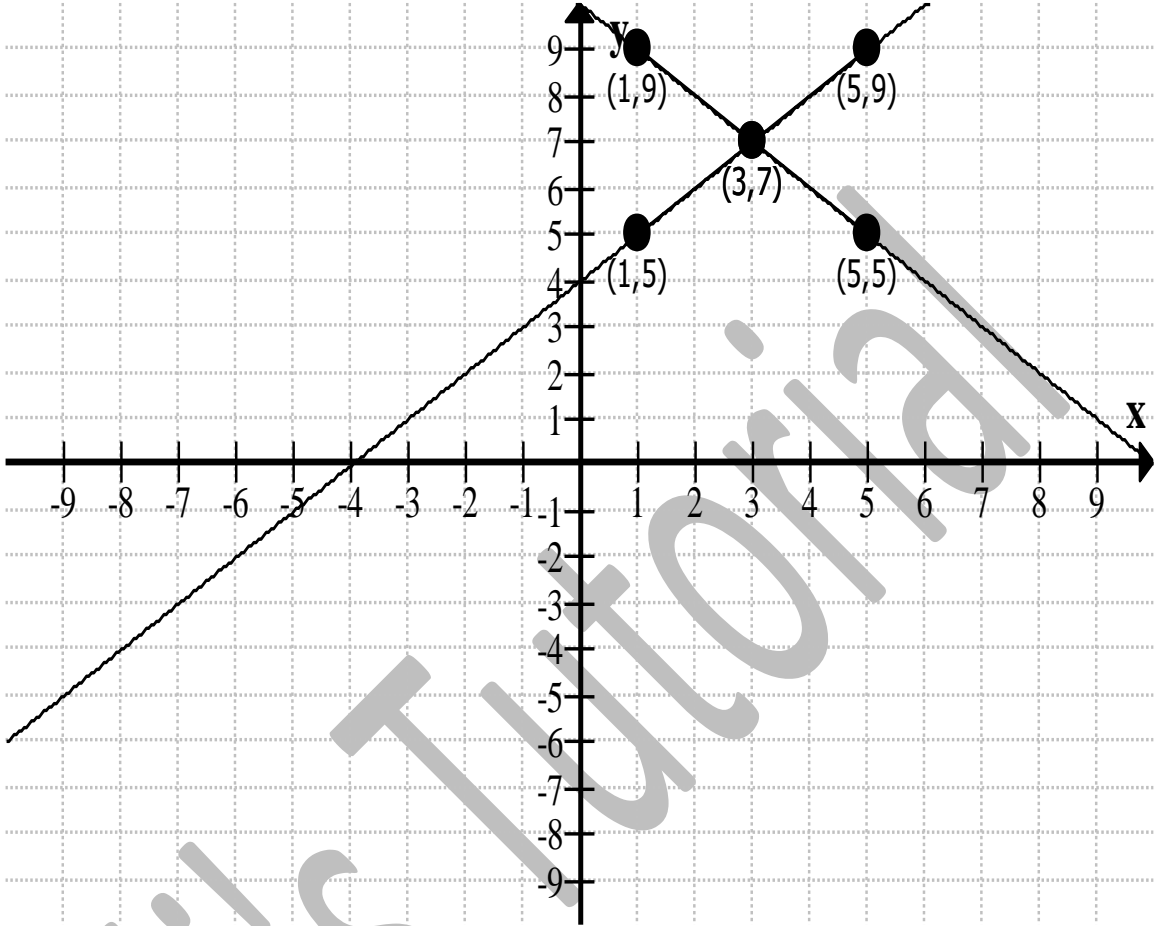
☆ 10 طلبانے کونز میں حصہ لیا۔

$$x + y = 10 \quad \dots (i)$$

$$y = 10 - x$$

X	1	3	5
y	9	7	5





☆ کوڑے میں 3 لڑکوں اور 7 لڑکیوں نے حصہ لیا۔

03. فرض کیجئے کہ ایک سینسل کی قیمت x ایک پن کی قیمت y روپیئے ہے۔

☆ 5 سینسل اور 7 پنوں کی قیمت 50 روپیئے ہے۔

$$5x + 7y = 50 \quad \dots(i)$$

$$y = \frac{50 - 5x}{7}$$

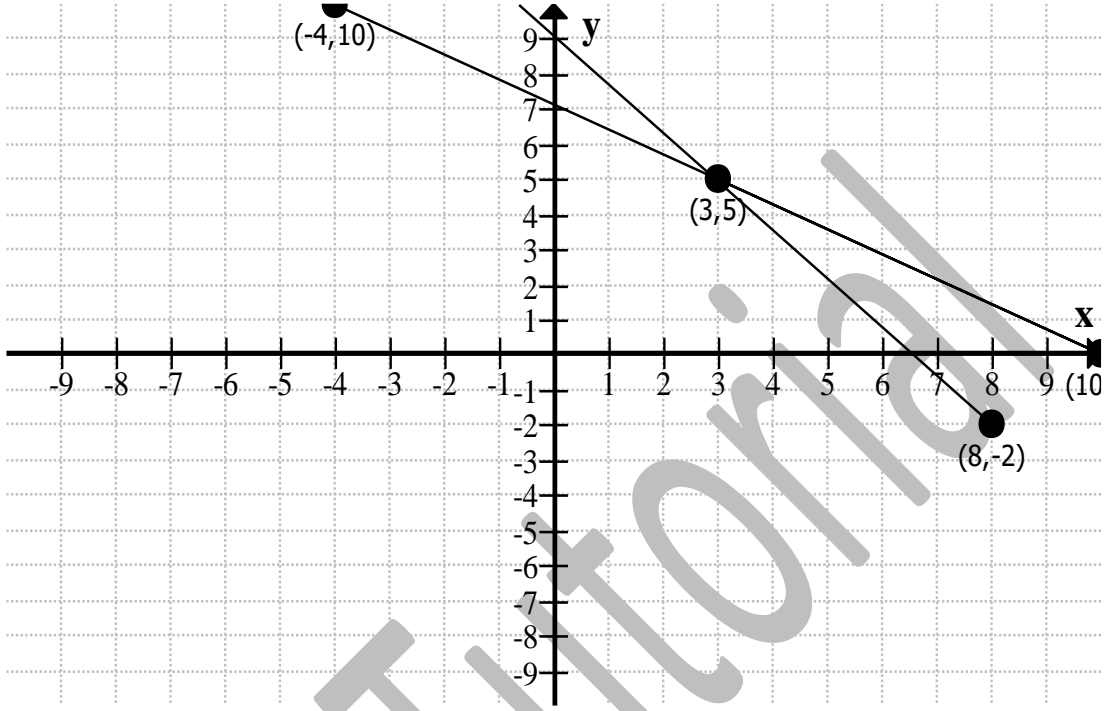
X	-4	3	10
y	5	0	10

☆ 7 سینسل اور 5 پنوں کی قیمت 46 روپیئے ہے۔

$$7x + 5y = 46 \quad \dots(ii)$$

$$y = \frac{46 - 7x}{5}$$

X	-4	3	10
y	5	0	10



☆ پینسلوں اور پینوں کی تعداد بالترتیب 3 اور 5 ہے۔

☆ سوال نمبر 4 مشق کے لئے ہے۔

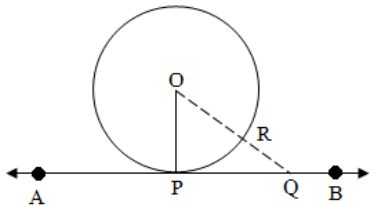
## 04 دوائر Circles

I۔ معروفی سوالات کے جوابات

01	02	03	04	05	06
A	C	A	B	C	C

II-3 مارکس کے سوالات کے جوابات

01. ثابت کیجئے کہ دائرے کا نصف قطر اس کے مماس کے نقطہ مماس پر عمود ہوتا ہے۔



مفروضہ: 'O' دائرہ کا مرکز ہے AB نقطہ 'P' پر دائرہ کو خط مماس ہے۔

مطلوب: ثابت کرنا ہے کہ  $OP \perp AB$

عمل: AB پر P کے علاوہ ایک نقطہ Q لیجئے اور OQ کو جوڑیے۔

ثبوت: Q خط مماس AB پر P کے علاوہ ایک نقطہ ہے۔

Q دائرہ کے باہر واقع ہے۔

مان لیجیے کہ OQ دائرہ کو نقطہ R پر قطع کرتا ہے۔

(جز سالم سے چھوٹا ہوتا ہے)  $OR < OQ$  ... (i)

لیکن

$OP = OR$  ... (ii) (ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)

$OP < OQ$  (اور ii سے)

O، OP سے AB پر کھینچے جانے والے تمام قطع میں سب سے چھوٹا ہے۔ اس لئے OP، AB پر عمود ہے۔

$OP \perp AB$

02. ثابت کیجئے کہ دائرے کے کسی باہری نقطہ سے کھینچے جانے والے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔

مفروضہ: 'O' دائرے کا مرکز ہے۔ TP اور TQ بیرونی نقطہ T سے دائرہ کو خطوط مماس ہیں۔

مطلوب: ثابت کرنا ہے کہ  $TP = TQ$

عمل: TP، OT، TQ کو جوڑیے۔

ثبوت: TP دائرہ کو P پر خط مماس ہے اور OP دائرہ کا نصف قطر ہے۔

$\therefore OP \perp TP$

اسی طرح  $OQ \perp TQ$

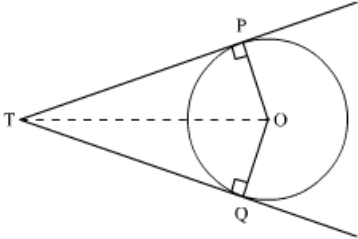
قائم مثلثات OTP اور OTQ میں

(ایک ہی دائرہ کا نصف قطر)  $OP = OQ$

(مشترک ضلع)  $OT = OT$

$\Delta OTP \cong \Delta OTQ$  (RHS اصول ماحصلت)

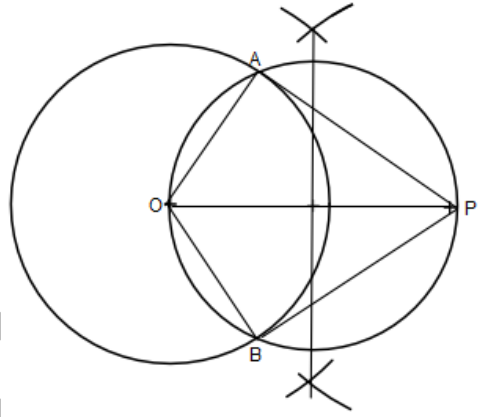
$TP = TQ$  (CPCT)



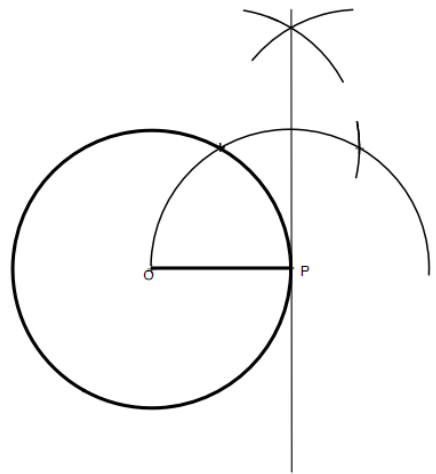
# 05 عمل بناوٹ (تعمیرات) Constructions

I-2 مارکس کے سوالات کے جوابات۔

01.

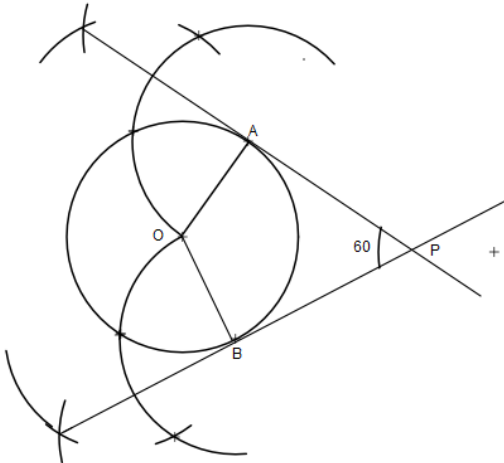


.02



.03

=====

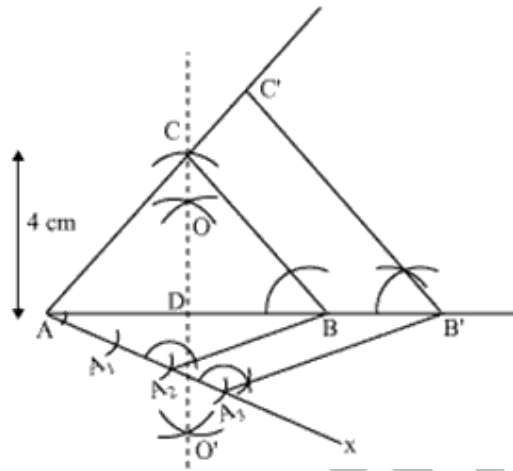


04. خود سے حل کیجئے۔ (سوال نمبر 3 کی طرح)

05. خود سے حل کیجئے۔ (سوال نمبر 01 کی طرح)

.06





## 06 مختص جیومیٹری Coordinate Geometry

I۔ معروضی سوالات کے جوابات۔

1	2	3	4	5	6	7
A	A	B	A	B	C	A

II۔ 3 مارکس کے سوالات کے جوابات

$$(x_1, y_1) = (-2, 2)$$

$$(x_2, y_2) = (3, 7)$$

$$P(x, y) = \left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$P(2, y) = \left( \frac{m(3) + n(-2)}{m+n}, \frac{m(7) + n(2)}{m+n} \right)$$

$$P(2, y) = \left( \frac{3m - 2n}{m+n}, \frac{7m + 2n}{m+n} \right)$$

01. فرہیجئے کہ P(2, y) نقاط (-2, 2) اور (3, 7) کو ملانے والے خط کو m:n میں تقسیم کرتا ہے۔

☆ AC، Y کا وسطی نقطہ ہے۔

$$Y(x, y) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$Y(x, y) = \left( \frac{2+2}{2}, \frac{2+6}{2} \right)$$

$$Y(x, y) = \left( \frac{4}{2}, \frac{8}{2} \right)$$

$$Y(x, y) = (2, 4)$$

☆ BC، Z کا وسطی نقطہ ہے۔

$$Z(x, y) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

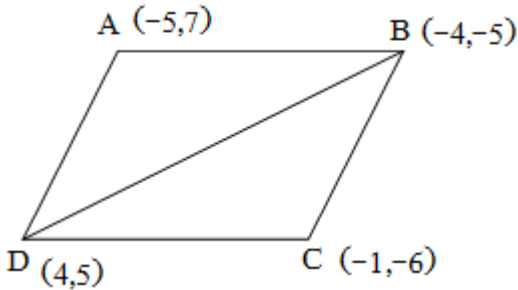
$$Z(x, y) = \left( \frac{4+2}{2}, \frac{4+6}{2} \right)$$

$$Z(x, y) = \left( \frac{6}{2}, \frac{10}{2} \right)$$

$$Z(x, y) = (3, 5)$$

مثلاث ABC کے وسطی نقاط کو جوڑنے پر بننے والے مثلاث کے مختصات  
X(3,3)، Y(2,4) اور Z(3,5) ہیں۔

.03



$$\therefore 2 = \frac{3m - 2n}{m + n}$$

$$2(m + n) = 3m - 2n$$

$$2m + 2n = 3m - 2n$$

$$2n + 2n = 3m - 2m$$

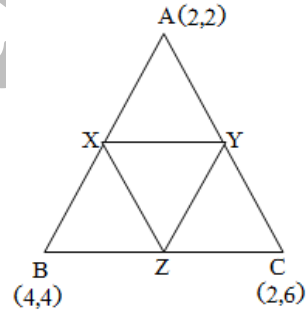
$$4n = m$$

$$\frac{4}{1} = \frac{m}{n} \Rightarrow m : n = 4 : 1$$

$$\therefore y = \frac{7m + 2n}{m + n} = \frac{7(4) + 2(1)}{4 + 1} = \frac{28 + 2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

∴ نقطہ تقسیم کے مختصات (2,6) ہیں

.02



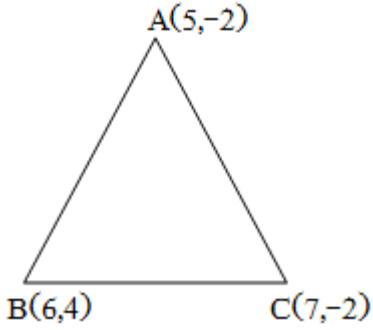
☆ AB، X کا وسطی نقطہ ہے۔

$$X(x, y) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$X(x, y) = \left( \frac{2+4}{2}, \frac{2+4}{2} \right)$$

$$X(x, y) = \left( \frac{6}{2}, \frac{6}{2} \right)$$

$$X(x, y) = (3, 3)$$



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(6 - 5)^2 + (4 + 2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(1)^2 + (6)^2}$$

$$AB = \sqrt{1 + 36}$$

$$AB = 37 \text{ units}$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$BC = \sqrt{(7 - 6)^2 + (-2 - 6)^2}$$

$$BC = \sqrt{(1)^2 + (-6)^2}$$

$$BC = \sqrt{1 + 36}$$

$$BC = 37 \text{ units}$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(7 - 5)^2 + (-2 + 2)^2}$$

$$AC = \sqrt{(2)^2 + (0)^2}$$

$$AC = \sqrt{4}$$

$$AC = 2 \text{ units}$$

$$AB = BC$$

ABC ایک مساوی الساقین مثلث ہے۔

☆ مثلث ABD کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے۔

$$A(x_1, y_1) = (-5, 7)$$

$$B(x_2, y_2) = (-4, -5)$$

$$C(x_3, y_3) = (4, 5)$$

$$[\Delta ABD] = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$[\Delta ABD] = \frac{1}{2} [-5(-5 - 5) + (-4)(5 - 7) + 4(7 + 5)]$$

$$[\Delta ABD] = \frac{1}{2} [-5(-10) - 4(-2) + 4(12)]$$

$$[\Delta ABD] = \frac{1}{2} [50 + 8 + 48]$$

$$[\Delta ABD] = \frac{1}{2} \times 106$$

$$[\Delta ABD] = 53 \text{ sq. units}$$

☆ مثلث BDC کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے۔

$$B(x_1, y_1) = (-5, 7)$$

$$D(x_2, y_2) = (4, 5)$$

$$C(x_3, y_3) = (-1, -6)$$

$$[\Delta BDC] = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$[\Delta BDC] = \frac{1}{2} [-4(5 + 6) + 4(-6 + 5) + (-1)(-5 - 5)]$$

$$[\Delta BDC] = \frac{1}{2} [-4(11) + 4(-1) + (-1)(-10)]$$

$$[\Delta BDC] = \frac{1}{2} [-44 - 4 + 10]$$

$$[\Delta BDC] = \frac{1}{2} \times (-39)$$

$$[\Delta BDC] = -19 \text{ sq. units}$$

$$[\Delta BDC] = 19 \text{ sq. units}$$

$$[\Delta BDC] + [\Delta ABD] = \text{چار ضلعی ABCD کا رقبہ}$$

$$19 + 53 = \text{چار ضلعی ABCD کا رقبہ}$$

$$72 = \text{چار ضلعی ABCD کا رقبہ} = 72 \text{ مربع اکائیاں}$$



$$(x_1, y_1) = A(4, -3)$$

$$(x_2, y_2) = B(8, 5)$$

$$m : n = 3 : 1$$

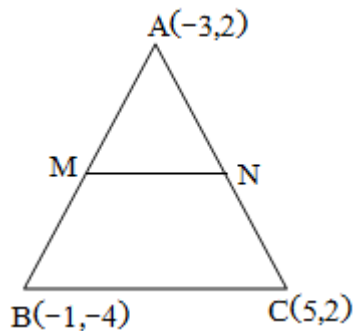
$$P(x, y) = \left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$P(x, y) = \left( \frac{3(8) + 1(4)}{3+1}, \frac{3(5) + 1(-3)}{3+1} \right)$$

$$P(x, y) = \left( \frac{24+4}{4}, \frac{15-3}{4} \right)$$

$$P(x, y) = \left( \frac{28}{4}, \frac{12}{4} \right)$$

$$P(x, y) = (7, 3)$$



☆M·AB کا وسطی نقطہ ہے۔

$$M(x, y) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$M(x, y) = \left( \frac{-3-1}{2}, \frac{2-4}{2} \right)$$

$$M(x, y) = \left( \frac{-4}{2}, \frac{-2}{2} \right)$$

$$M(x, y) = (-2, -1)$$

☆N کا وسطی نقطہ ہے۔

$$MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$MN = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (-1 - 2)^2}$$

$$MN = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$$

$$MN = \sqrt{9 + 9}$$

$$MN = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ units} \quad \dots(i)$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$BC = \sqrt{(5 + 1)^2 + (2 + 4)^2}$$

$$BC = \sqrt{(6)^2 + (6)^2}$$

$$BC = \sqrt{36 + 36}$$

$$BC = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ units} = 2(3\sqrt{2}) \quad \dots(ii)$$

مساوات (i) اور (ii) سے

$$2MN = BC$$

$$N(x, y) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$N(x, y) = \left( \frac{-3 + 5}{2}, \frac{2 + 2}{2} \right)$$

$$N(x, y) = \left( \frac{2}{2}, \frac{4}{2} \right)$$

$$N(x, y) = (1, 2)$$

07

## دو درجی مساواتیں Quadratic Equations

I۔ معروضی سوالات کے جوابات۔

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
A	C	A	B	A	D	C	B	C	B	B	C	B	B	B

II۔ 1۔ مارکس کے سوالات کے جوابات

.02

$$r^2 = l^2 + d^2$$

$$d^2 = r^2 - l^2$$

$$d = \pm\sqrt{r^2 - l^2}$$

.01

$$143 = x^2 - 1$$

$$x^2 = 143 + 1$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \pm\sqrt{144}$$

$$x = \pm 12$$

$$2x^2 + 8x + k = 0$$

$$a = 2, b = 8, c = k$$

چونکہ جذر مساوی ہیں۔

$$\therefore b^2 - 4ac = 0$$

$$8^2 - 4(2)(k) = 0$$

$$64 - 8k = 0$$

$$8k = 64$$

$$k = \frac{64}{8} \Rightarrow k = 8$$

.07

$$px(x-2) + 6 = 0$$

$$px^2 - 2px + 6 = 0$$

چونکہ جذر مساوی ہیں۔

$$\therefore b^2 - 4ac = 0$$

$$(-2p)^2 - 4(p)(6) = 0$$

$$4p^2 - 24p = 0$$

$$4p(p-6) = 0$$

$$4p = 0 \Rightarrow p = 0$$

$$p - 6 = 0 \Rightarrow p = 6$$

.08

$$4x^2 - 2x + 6 = 0$$

$$a = 4, b = -2, c = 6$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(4)(6) = 4 - 64 = -60$$

.03

$$7y = \frac{35}{y}$$

$$y^2 = \frac{35}{7}$$

$$y^2 = 5$$

$$y = \pm\sqrt{5}$$

.04

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 3x - 3x + 9 = 0$$

$$x(x-3) - 3(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x-3) = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3$$

$x = 3$  مساوات  $x^2 - 6x + 9 = 0$  کا جذر ہے۔

$x = -2$  مساوات  $3x^2 + 2kx - 3 = 0$  کا جذر ہے۔

$$\therefore 3(-2)^2 + 2k(-2) - 3 = 0$$

$$3 \times 4 - 4k - 3 = 0$$

$$12 - 4k - 3 = 0$$

$$9 - 4k = 0$$

$$4k = 9$$

$$k = \frac{9}{4}$$

.06

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{6}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6}$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{6}$$

$$x = \frac{2+4}{6} \Rightarrow x = \frac{6}{6} = 1$$

$$x = \frac{2-4}{6} \Rightarrow x = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

☆ سوالات (iii)، (iv) اور (v) خود سے حل کیجئے۔

.02

$$(i) x^2 + 15x + 50 = 0$$

$$x^2 + 10x + 5x + 50 = 0$$

$$x(x+10) + 5(x+10) = 0$$

$$(x+10)(x+5) = 0$$

$$x+10 = 0 \Rightarrow x = -10$$

$$x+5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

$$(ii) (x-4)(x+4) = 6x$$

$$x^2 - 4^2 = 6x$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$x^2 - 8x + 2x - 16 = 0$$

$$x(x-8) + 2(x-8) = 0$$

$$(x-8)(x+2) = 0$$

$$x-8 = 0 \Rightarrow x = 8$$

$$x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

☆ سوالات (iii)، (iv) اور (v) خود سے حل کیجئے۔

$$(i) 6x^2 + 11x + 3 = 0$$

$$a = 6, b = 11, c = 3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4(6)(3)}}{2 \times 6}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 72}}{12}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{49}}{12}$$

$$x = \frac{-11 \pm 7}{12}$$

$$x = \frac{-11+7}{12} \Rightarrow x = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$x = \frac{-11-7}{12} \Rightarrow x = \frac{-18}{12} = -\frac{3}{2}$$

$$(ii) 3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$a = 3, b = -2, c = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(-1)}}{2 \times 3}$$

.03

مستطیل کی چوڑائی = x میٹر

مستطیل کی لمبائی = x+2 میٹر

مستطیل کا رقبہ = لمبائی x چوڑائی

$$x(x+2) = 195$$

$$x^2 + 2x - 195 = 0$$

$$x^2 + 15x - 13x - 195 = 0$$

$$x(x+15) - 13(x+15) = 0$$

$$(x+15)(x-13) = 0$$

$$x+15 = 0 \Rightarrow x = -15$$

$$x-13 = 0 \Rightarrow x = 13$$

لمبائی ہمیشہ ایک مثبت صحیح عدد ہوتی ہے

چوڑائی = 13 میٹر

لمبائی = 15 میٹر

.04

مستطیل کی چوڑائی = x میٹر

مستطیل کی لمبائی = 3x میٹر

مستطیل کا رقبہ = لمبائی x چوڑائی

$$x(3x) = 147$$

$$3x^2 = 147$$

$$x^2 = \frac{147}{3}$$

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm\sqrt{49}$$

$$x = \pm 7$$

لمبائی ہمیشہ ایک مثبت صحیح عدد ہوتی ہے۔

چوڑائی = 7 میٹر

لمبائی = 21 میٹر

.05

مثلث کا قاعدہ = x سینٹی میٹر

مثلث کا ارتفاع = (x-5) سینٹی میٹر

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$150 = \frac{1}{2} \times x \times (x-5)$$

$$300 = x^2 - 5x$$

$$x^2 - 5x - 300 = 0$$

$$x^2 - 20x + 15x - 300 = 0$$

$$x(x-20) + 15(x-20) = 0$$

$$(x-20)(x+15) = 0$$

$$x-20 = 0 \Rightarrow x = 20$$

$$x+15 = 0 \Rightarrow x = -15$$

لمبائی ہمیشہ ایک مثبت صحیح عدد ہوتی ہے۔

مثلث کا قاعدہ = 20 سینٹی میٹر

مثلث کا ارتفاع = 15 = 5 - 20 سینٹی میٹر

08

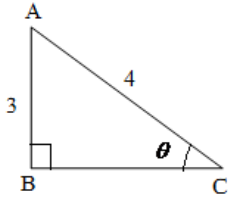
ٹرگنومیٹری کا تعارف

## Introduction to Trigonometry

I- معروضی سوالات کے جوابات

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	A	A	D	A	C	B	B	B	D

II- 1 مارکس کے سوالات کے جوابات



.01

$$\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$$

$$\cot(90 - 2A) = \cot(A - 18^\circ)$$

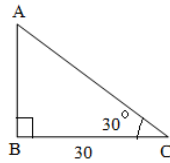
$$90^\circ - 2A = A - 18$$

$$A + 2A = 90^\circ + 18^\circ$$

$$3A = 108^\circ$$

$$A = \frac{108^\circ}{3} = 36^\circ$$

.02



$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{AB}{30} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$AB = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

$$AB = \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}m$$

.03

$$\sin \theta = \frac{3}{4}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

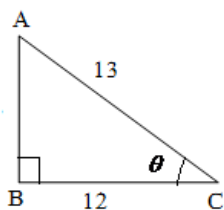
$$BC^2 = 4^2 - 3^2$$

$$BC^2 = 16 - 9 = 7$$

$$BC = \sqrt{7}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

.04



$$\sec \theta = \frac{13}{12}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$AB^2 = 13^2 - 12^2$$

$$AB^2 = 169 - 144 = 25$$

$$AB^2 = \sqrt{25}$$

$$AB = 5$$

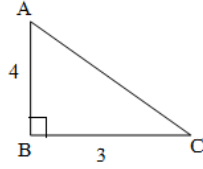
$$\therefore \tan \theta = \frac{5}{12}$$

.05

$$\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$



$$3 \cot A = 4$$

$$\cot A = \frac{4}{3}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$AC = \sqrt{25}$$

$$AC = 5$$

$$\therefore \sin A = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{4}{5}, \tan A = \frac{3}{4}$$

$$\cos^2 A - \sin^2 A$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$= \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25} \quad \dots(i)$$

$$\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{16-9}{16}}{\frac{16+9}{16}} = \frac{7}{25} \quad \dots(ii)$$

سے (ii) اور (i)

$$\cos^2 A - \sin^2 A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$



.02

$$A + B + C = 180$$

$$B + C = 180 - A$$

$$\frac{B + C}{2} = \frac{180 - A}{2}$$

$$\frac{B + C}{2} = \frac{180}{2} - \frac{A}{2}$$

$$\frac{B + C}{2} = 90 - \frac{A}{2}$$

$$\sin\left(\frac{B + C}{2}\right) = \sin\left(90 - \frac{A}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{B + C}{2}\right) = \cos \frac{A}{2}$$

.03

$$LHS = \sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A)$$

$$= \frac{1}{\cos A}(1 - \sin A)\left(\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}\right)$$

$$= \frac{1}{\cos A}(1 - \sin A)\left(\frac{1 + \sin A}{\cos A}\right)$$

$$= \frac{(1 - \sin A)(1 + \sin A)}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 A}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A} = 1 = RHS$$

.04

$$LHS = \frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A}$$

$$= \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \cos A}{\frac{\cos A}{\sin A} + \cos A}$$

$$= \frac{\cos A\left(\frac{1}{\sin A} - 1\right)}{\cos A\left(\frac{1}{\sin A} + 1\right)} = \frac{\cos ecA - 1}{\cos ecA + 1} = RHS$$

$$\begin{aligned}
 LHS &= \frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \\
 &= \frac{\sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A} \\
 &= \frac{1}{\cos^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A = RHS
 \end{aligned}$$

3-IV مارکس کے سوالات کے جوابات

$$\begin{aligned}
 LHS &= \frac{\cos \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cot \theta} \\
 &= \frac{\cos \theta}{1 - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} + \frac{\sin \theta}{1 - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} \\
 &= \frac{\cos \theta}{\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta}} + \frac{\sin \theta}{\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta}} \\
 &= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta - \cos \theta} \\
 &= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} \\
 &= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} \\
 &= \frac{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos \theta + \sin \theta)}{\cos \theta - \sin \theta} \\
 &= \sin \theta + \cos \theta \\
 &= RHS
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 LHS &= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \\
 &= \frac{(1 + \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta}{\sin \theta(1 + \cos \theta)} \\
 &= \frac{1 + 2 \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta(1 + \cos \theta)}
 \end{aligned}$$

.03

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 + 2 \cos \theta + 1}{\sin \theta(1 + \cos \theta)} \\
 &= \frac{2 + 2 \cos \theta}{\sin \theta(1 + \cos \theta)} \\
 &= \frac{2(1 + \cos \theta)}{\sin \theta(1 + \cos \theta)} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta = RHS
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 LHS &= \frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} \\
 &= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{1 - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} + \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{1 - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} \\
 &= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta}} + \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta}} \\
 &= \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta(\sin \theta - \cos \theta)} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta(\sin \theta - \cos \theta)} \\
 &= \frac{1}{(\sin \theta - \cos \theta)} \left( \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \right) \\
 &= \frac{1}{(\sin \theta - \cos \theta)} \left( \frac{\sin^3 \theta - \cos^3 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \right) \\
 &= \frac{1}{(\sin \theta - \cos \theta)} \left( \frac{(\sin \theta - \cos \theta)(\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)}{\sin \theta \cos \theta} \right) \\
 &= \frac{1 + \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} \\
 &= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} \\
 &= 1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta \\
 &= RHS
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
LHS &= \frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1} \\
&= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\cos \theta} - \frac{1}{\cos \theta}} \\
&= \frac{\tan \theta - 1 + \sec \theta}{\tan \theta + 1 - \sec \theta} \\
&= \frac{(\tan \theta + \sec \theta) - 1}{(\tan \theta - \sec \theta) + 1} \\
&= \frac{\{(\tan \theta + \sec \theta) - 1\}(\tan \theta - \sec \theta)}{\{(\tan \theta - \sec \theta) + 1\}(\tan \theta - \sec \theta)} \\
&= \frac{(\tan^2 \theta - \sec^2 \theta) - (\tan \theta - \sec \theta)}{\{(\tan \theta - \sec \theta) + 1\}(\tan \theta - \sec \theta)} \\
&= \frac{-1 - (\tan \theta - \sec \theta)}{\{(\tan \theta - \sec \theta) + 1\}(\tan \theta - \sec \theta)} \\
&= \frac{-(\tan \theta - \sec \theta + 1)}{\{(\tan \theta - \sec \theta) + 1\}(\tan \theta - \sec \theta)} \\
&= \frac{-1}{(\tan \theta - \sec \theta)} \\
&= \frac{1}{(\sec \theta - \tan \theta)} = RHS
\end{aligned}$$

.05

$$\begin{aligned}
&\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \\
&= \frac{1 + \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}}{1 + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}} \\
&= \frac{\frac{\cos^2 A + \sin^2 A}{\cos^2 A}}{\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin^2 A}} = \frac{\frac{1}{\cos^2 A}}{\frac{1}{\sin^2 A}} = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A \quad \dots(i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{1 - \tan A}{1 - \cot A} \right)^2 \\
&= \left( \frac{1 - \frac{\sin A}{\cos A}}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}} \right)^2 \\
&= \left( \frac{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}}{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}} \right)^2 \\
&= \left( \frac{-(\sin A - \cos A)}{\cos A} \cdot \frac{\sin A}{\sin A - \cos A} \right)^2 \\
&= \left( \frac{-1}{\frac{\cos A}{1}} \cdot \frac{\sin A}{\sin A} \right)^2 = \left( -\frac{\sin A}{\cos A} \right)^2 = \tan^2 A \quad \dots \text{(ii)}
\end{aligned}$$

∴ (ii) ∴ (i)

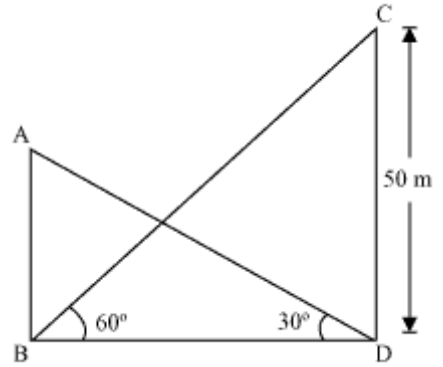
$$\left( \frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \right) = \left( \frac{1 - \tan A}{1 - \cot A} \right)^2 = \tan^2 A$$

09

ٹرگنومیٹری کے کچھ استعمالات

## Some Applications Of Trigonometry

01



مان لیجئے کہ  $AB$  عمارت کی اونچائی اور  $CD$  ناور کی اونچائی ہے۔

..... میں  $\triangle BDC$

$$\tan 60^\circ = \frac{CD}{BD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{50}{BD}$$

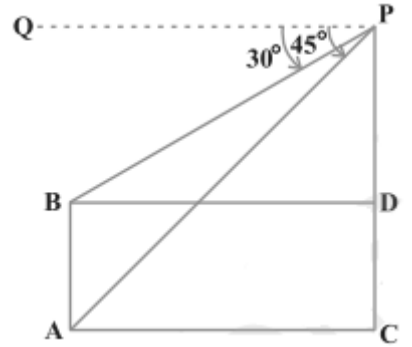
$$BD = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

..... میں  $\triangle ABD$

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{\frac{50}{\sqrt{3}}}$$

$$AB = \frac{50}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\text{ m}$$



مان لیجئے کہ PC ایک کشیدہ منزلہ عمارت اور AB 8 میٹر اونچی عمارت ہے۔ اور AC دونوں عمارتوں کا درمیانی فاصلہ ہے۔ شکل میں PB ایک قطع خط ہے جو متوازی خطوط PQ اور BD کو قطع کرتا ہے۔

$$\begin{aligned} \angle QPB &= \angle PBD = 30^\circ \\ \angle QPA &= \angle PAC = 45^\circ \end{aligned} \quad (\text{متبادلہ زاویے})$$

..... میں  $\Delta PBD$

$$\tan 30^\circ = \frac{PD}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{PD}{BD}$$

$$BD = \sqrt{3}PD$$

..... میں  $\Delta PAC$

$$\tan 45^\circ = \frac{PC}{AC}$$

$$1 = \frac{PC}{AC}$$

$$PC = AC$$

$$PD + DC = AC$$

$$\text{میٹر } \{4(\sqrt{3} + 1) + 8\} = \text{دونوں عمارتوں کا درمیانی فاصلہ} = PD + 8 = PD\sqrt{3} \quad (\because AC=BD, AB=DC=8\text{m})$$

$$PD\sqrt{3} - PD = 8$$

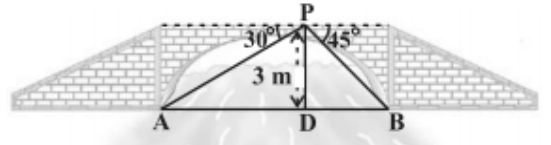
$$PD(\sqrt{3} - 1) = 8$$

$$PD = \frac{8}{\sqrt{3} - 1} = \frac{8}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{8(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2}$$

$$PD = \frac{8(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = \frac{8(\sqrt{3} + 1)}{2} = 4(\sqrt{3} + 1)$$

کثیر منزلہ عمارت کی اونچائی =  $4(\sqrt{3} + 1)$  میٹر۔

.03



مان لیجیے کہ AB دریا کی چوڑائی ہے۔ P پل کے اوپر 3 میٹر کی اونچائی پر ایک نقطہ ہے۔

..... میں  $\Delta APD$

$$\tan 30^\circ = \frac{PD}{AD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{AD}$$

$$AD = 3\sqrt{3}$$

..... میں  $\Delta PBD$



$$\tan 45^\circ = \frac{PD}{BD}$$

$$1 = \frac{3}{BD}$$

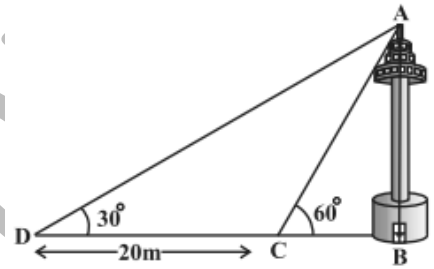
$$BD = 3$$

$$AB = AD + BD$$

$$AB = 3\sqrt{3} + 3 = 3(\sqrt{3} + 1)m$$

دریائی چوڑائی  $3(\sqrt{3} + 1)$  میٹر ہے۔

.04



..... میں  $\triangle ABC$

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{BC}$$

$$BC = \frac{AB}{\sqrt{3}} \quad \dots(i)$$

..... میں  $\triangle ABD$

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BC + CD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{\frac{AB}{\sqrt{3}} + 20}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB\sqrt{3}}{AB + 20\sqrt{3}}$$

$$3AB = AB + 20\sqrt{3}$$

$$3AB - AB = 20\sqrt{3}$$

$$2AB = 20\sqrt{3}$$

$$AB = \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}m$$

$$BC = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10m$$

C-I	F	X	Fx
1-4	6	2.5	15
4-7	30	5.5	165
7-10	40	8.5	340
10-13	16	11.5	184
13-16	4	14.5	58
16-19	4	17.5	70
	$\Sigma f = 100$		$\Sigma fx = 832$

(i)  $(\bar{X}) = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{832}{100} = 8.32$  در میانہ

C-I	F	cf
1-4	6	6
4-7	30	36
7-10	40	76
10-13	16	92
13-16	4	96
16-19	4	100

$$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

$$l = 7, cf = 36, f = 40, h = 3$$

$$(ii) \quad \text{وسطانيه} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

$$= 7 + \left( \frac{50 - 36}{40} \right) \times 3$$

$$= 7 + \left( \frac{14}{40} \right) \times 3$$

$$= 7 + \left( \frac{42}{40} \right)$$

$$= 7 + 1.05 = 8.05$$

(iii)

$$\text{مؤد} = l + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$l = 7, f_1 = 40, f_0 = 30, f_2 = 16, h = 3$$

$$= 7 + \left( \frac{40 - 30}{2 \times 40 - 30 - 16} \right) \times 3$$

$$= 7 + \left( \frac{10}{80 - 46} \right) \times 3$$

$$= 7 + \left( \frac{30}{34} \right)$$

$$= 7 + 0.88$$

$$= 7.88$$

C-I	F	X	Fx
10-25	2	17.5	35.0
25-40	3	32.5	97.5
40-55	7	47.5	332.5
55-70	6	62.5	375.5
70-85	6	77.5	465.0
85-100	6	92.5	555.0
	$\Sigma f = 30$		$\Sigma fx = 1860$

(i)  $\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1860}{30} = 62$  در میانہ

C-I	F	cf
10-25	2	2
25-40	3	5
40-55	7	12
55-70	6	18
70-85	6	24
85-100	6	30

$$\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$l = 55, cf = 12, f = 6, h = 15$$

(ii)  $\text{وسطانیہ} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$

$$= 55 + \left( \frac{15-12}{6} \right) \times 15$$

$$= 55 + \left( \frac{3}{6} \right) \times 15$$

$$= 55 + \left( \frac{45}{6} \right)$$

$$= 55 + 7.5 = 62.5$$

(iii)

$$\bar{x} = l + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$l = 40, f_1 = 7, f_0 = 3, f_2 = 6, h = 15$$

$$= 40 + \left( \frac{7-3}{2 \times 7 - 3 - 6} \right) \times 15$$

$$= 40 + \left( \frac{4}{14-9} \right) \times 15$$

$$= 40 + \left( \frac{60}{5} \right)$$

$$= 40 + 12$$

$$= 52$$

.03

C-I	F	X	Fx
1-3	7	2	14
3-5	8	4	32
5-7	2	6	12
7-9	2	8	16
9-11	1	10	10
	$\Sigma f = 20$		$\Sigma fx = 84$

(i)  $\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{84}{20} = 4.2$

C-I	F	cf
1-3	7	7
3-5	8	15
5-7	2	17
7-9	2	19
9-11	1	20

$$\frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$l = 3, cf = 7, f = 8, h = 2$$

$$(ii) \quad \text{وسطیہ} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

$$= 3 + \left( \frac{10 - 7}{8} \right) \times 2$$

$$= 3 + \left( \frac{3}{8} \right) \times 2$$

$$= 3 + \left( \frac{6}{8} \right)$$

$$= 3 + 0.75 = 3.75$$

(iii)

$$\text{وسطیہ} = l + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$l = 3, f_1 = 8, f_0 = 7, f_2 = 2, h = 2$$

$$= 3 + \left( \frac{8 - 7}{2 \times 8 - 7 - 2} \right) \times 2$$

$$= 3 + \left( \frac{1}{16 - 9} \right) \times 2$$

$$= 3 + \left( \frac{2}{7} \right)$$

$$= 3 + 0.28$$

$$= 3.28$$

$$j = 1 + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$l = 5, f_1 = 15, f_0 = 9, f_2 = 9, h = 2$$

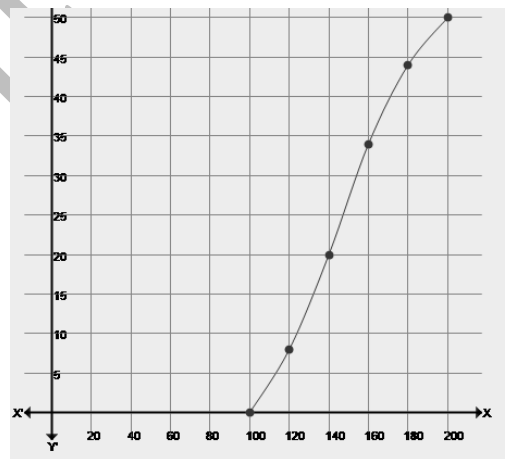
$$= 5 + \left( \frac{15 - 9}{2 \times 15 - 9 - 9} \right) \times 2$$

$$= 5 + \left( \frac{6}{30 - 18} \right) \times 2$$

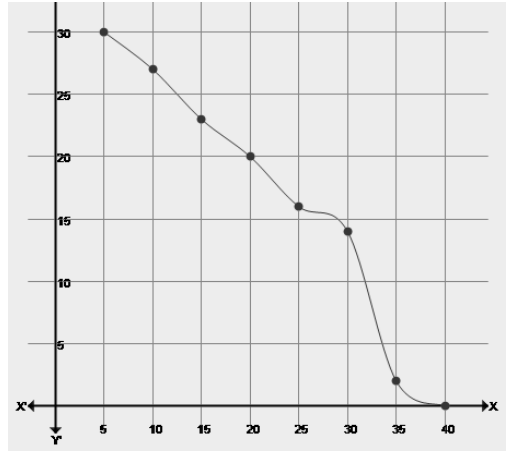
$$= 5 + \left( \frac{12}{12} \right)$$

$$= 5 + 1$$

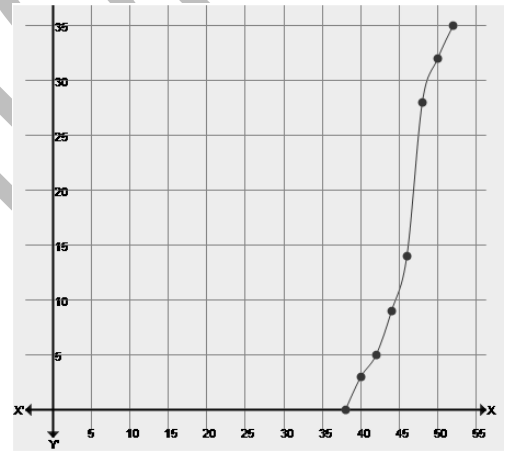
$$= 6$$



.06



.07

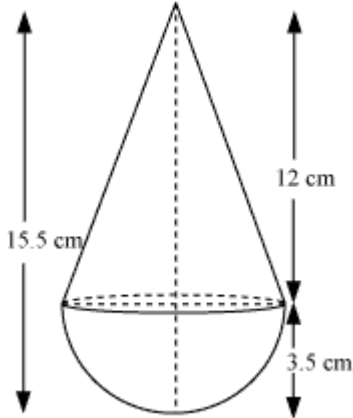




# 11 سطحی رقبہ اور حجم

## Surface Areas And Volumes

.01



مخروطی حصہ اور نصف کرہی حصہ کا نصف قطر = 3.5 سم

نصف کرہی حصہ کی بلندی = 3.5 سم =  $\frac{7}{2}$  سم

مخروطی حصہ کی بلندی = 12 سم = 15.5 - 3.5

مخروط کی مائل بلندی  $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$$= \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{\frac{49}{4} + 144} = \sqrt{\frac{49 + 576}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{625}{4}} = \frac{25}{2}$$

نصف کرہ کا CSA + مخروطی حصہ کا CSA = کھلونہ کا رقبہ

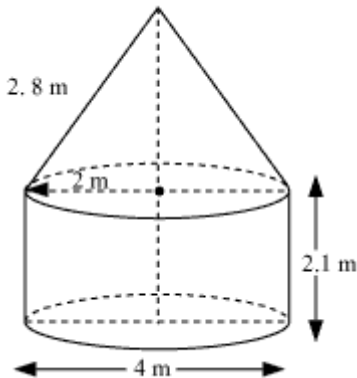
$$A = \pi r l + 2\pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{25}{2} + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= 137.5 + 77$$

$$= 214.5 \text{ cm}^2$$

.02



مخروطی حصہ کی بلندی = 2.1 میٹر

استوائی حصہ کا قطر = 4 میٹر

استوائی حصہ کا نصف قطر = 2 میٹر

مخروطی حصہ کی مائل بلندی = 2.8 میٹر

استوانی حصہ کا CSA + مخروطی حصہ کا CSA = کیونس کا رقبہ

$$= \pi rl + 2\pi rh$$

$$= \pi \times 2 \times 2.8 + 2\pi \times 2 \times 2.1$$

$$= 2\pi(2.8 + 4.2)$$

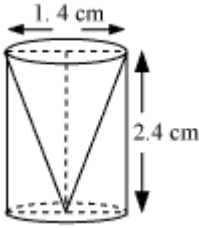
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 44 \text{ m}^2$$

1 مربع میٹر کیونس کا خرچ = 500 روپے۔

44 مربع میٹر کیونس کا خرچ = 44 × 500 = 22000 روپے۔

.03



مخروطی حصہ کی بلندی = استوانی حصہ کی بلندی = 2.4 سم

استوانی حصہ کا قطر = 1.4 سم

استوانی حصہ کا نصف قطر = 0.7 سم

$$(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{(0.7)^2 + 2.4^2}$$

$$= \sqrt{0.49 + 5.76}$$

$$= \sqrt{6.25} = 2.5 \text{ cm}$$

استوانہ کے قاعدہ کا رقبہ + استوانی حصہ کا CSA + مخروطی حصہ کا CSA = TSA

$$A = \pi rl + 2\pi rh + \pi r^2$$

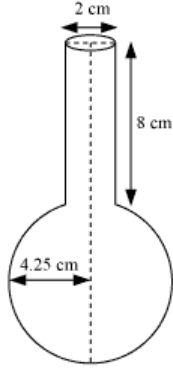
$$= \frac{22}{7} \times 0.7 \times 2.5 + 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 2.4 + \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7$$

$$= 4.4 \times 2.4 + 2.2 \times 2.5 + 2.2 \times 0.7$$

$$= 10.56 + 5.50 + 1.54$$

$$= 17.60 \text{ cm}^2$$

.04



استوائی حصّہ کی بلندی = 8 سم

استوائی حصّہ کا نصف قطر  $(r_2) = 1$  سم

نصف کروی حصّہ کا نصف قطر  $(r_1) = \frac{8.5}{2}$  سم

استوائی حصّہ کا حجم + کرہ کا حجم = برتن کا حجم

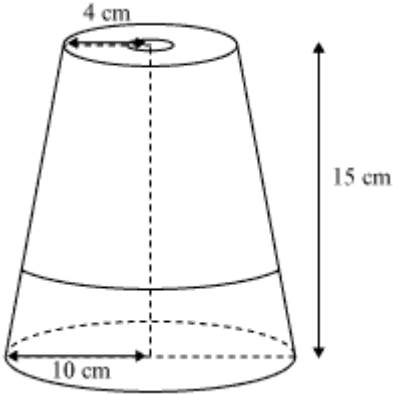
$$= \frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h$$

$$= \frac{4}{3} \pi \left( \frac{8.5}{2} \right)^3 + \pi (1)^2 (8)$$

$$= 346.82 \text{ cm}^3$$

وہ بچّہ غلط تھا۔

.05



اوپری حصّہ کا نصف قطر  $(r_2) = 4$  سم

نیچلے حصّہ کا نصف قطر  $(r_1) = 10$  سم

تخروط کے فرسٹم کی مائل بلندی = 15 سم

اوپری حصّہ کا رقبہ + فرسٹم CSA = ٹوٹی بنانے کے لئے درکار میٹیریل

$$= \pi (r_1 + r_2) l + \pi r_2^2$$

$$= \pi (10 + 4) 15 + \pi (4)^2$$

$$= 210\pi + 16\pi$$

$$= 226 \times \frac{22}{7} = 710 \frac{2}{7} \text{ cm}^2$$

# اسکورنگ پیکیج (Scoring Package)

مارکس	اہم نقاط	شمار نمبر
4	مثلت پر مسائل	01
3	وائرے پر مسائل	02
3	مثلت کی بناوٹ	03
2	مماس کی ساخت	04
2	دو درجی مساوات کا حل بذریعہ ضابطہ	05
3	اوچیو (Ogive)	06
2	دو درجی مساوات میں جذروں کی نوعیت پر مسائل	07
4	دو متغیر والی خطی مساواتوں کا گراف	08
2	AP کے $n$ ویں رکن پر منحصر مثالیں	09
4	AP کے $n$ رکان کا مجموعہ معلوم کرنا	10
4(2+2)	مسئلہ نمبر 1 اور 2 پر منحصر مثالیں	11
2	وائرے پر مثالیں	12
4	درمیانہ اور وسطانیہ دریافت کرنا	13
2	فاصلہ فارمولہ، سیکشن فارمولہ اور وسطی نقطہ کا فارمولہ پر منحصر مثالیں۔	14
3	مثلت کا رقبہ معلوم کرنا (مختص چیومیٹری)	15
2	دو متغیر والی خطی مساواتوں کا حل	16

8	MCQs	17
8	مختصر سوالات کے جوابات	18
2	ٹرگنومیٹری کی نسبتوں پر مختصر مثالیں	19
3	ٹرگنومیٹری مطابقت پر مختصر مثالیں	20
3	ٹرگنومیٹری کے کچھ استعمالات	21
3	دو درجی مساواتوں پر مبنی عبارتی مسائل	22
2	سطحی رقبہ اور حجم پر مختصر مثالیں	23
4	مخروط کے فرسٹم کا حجم دریافت کرنا	24

# پاسنگ پیکج (Passing Package)

شمار نمبر	اہم نقاط	مارکس
01	مثالث پر مسائل	4
02	دائرے پر مسائل	3
03	دئے گئے مثالث کے مشابہ مثالث کی ساخت	3
04	مماس کی ساخت	2
05	دو درجی مساوات کا حل بذریعہ ضابطہ	2
06	اوچیو (Ogive)	3
07	دو درجی مساوات میں جذروں کی نوعیت پر مسائل	2
08	دو متغیر والی خطی مساواتوں کا گراف	4
09	AP کے $n$ ویں رکن پر منحصر مثالیں	2
10	AP کے $n$ رکان کا مجموعہ معلوم کرنا	4
11	مسئلہ نمبر 1 اور 2 پر منحصر مثالیں	4(2+2)
12	دائرے پر مثالیں	2
13	گروہی وقفہ کا میانہ اور درمیانہ دریافت کرنا	3
14	فاصلہ فارمولہ، سیکشن فارمولہ اور وسطی نقطہ کا فارمولہ پر منحصر مثالیں۔	2
15	مثالث کا رقبہ معلوم کرنا (مختص چیومیٹری)	3
16	دو متغیر والی خطی مساواتوں کا حل (اخراج کے طریقے سے)	2

Ai's Tutorial