

ಕನಾಡಿಕ ಸಾರ್ಥಕ
ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲಾ ಪಂಚಾಯತ್
ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ, ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ, ರಾಮನಗರ.



ಎನ್ ಎನ್ ಎಲ್ ನಿ ರಣಿತ ಪ್ರಶ್ನೋತ್ತರ ಮಾಲುಕೆ : 2020-2021
ಮಾರ್ಗದರ್ಶಕರು :

ಶ್ರೀ ನೊಂಮೆತೆಂಬರಯ್ಯರವರು	ಶ್ರೀ ವ್ರಂತಸ್ವಕುಮಾರ್ ರವರು,
ಮಾನ್ಯ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು (ಆಡಳಿತ)	ಮಾನ್ಯ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು (ಅಭಿವೃದ್ಧಿ)
ನಾ.ಶಿ.ಇಲಾಖೆ, ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ	ಡಯುಂಡ್ರು, ರಾಮನಗರ

ನಂಪನ್ನೂಲು ತಂಡ :

1. ಶ್ರೀ ಹಿ. ನೊಂಮೆಂಬರಯ್ಯ, ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು, ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ, ರಾಮನಗರ, ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ.
2. ಶ್ರೀಮತಿ ಇಶ್ವರ್ ಜಹಾನ್, ಶಿಕ್ಷಣ ಪಾಠ್ಯ ಪರಿಷತ್ತರ ನಿರ್ದೀಕರಣ ಕಛೇರಿ, ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ.
3. ಶ್ರೀ ರಾಮಚಂದ್ರ ಜ ಕೆ, ನಕ ಶಿಕ್ಷಕರು, ನಕಾರಾಲ ಪ್ರೌಢಿಕಾಲೆ, ಅರಸನೆಕುಂಟಿ, ಮಾಗಡಿ ತಾ. ಮತ್ತು ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ.
4. ಶ್ರೀ ಮಹದೇವಯ್ಯ ಎಲ್. ನಿ. ನಕ ಶಿಕ್ಷಕರು, ನಕಾರಾಲ ಪ್ರೌಢಿಕಾಲೆ, ಜಿರುಂಬ, ರಾಮನಗರ ತಾ. ಮತ್ತು ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ.
5. ಶ್ರೀ ಜರ್ಕಪಾಣಿ ಡಿ.ಎ, ನಕ ಶಿಕ್ಷಕರು, ನಕಾರಾಲ ಪ್ರೌಢಿಕಾಲೆ, ಹುಕುಂದ, ಕನಕಪುರ ತಾ. ಮತ್ತು ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ.
6. ಶ್ರೀ ಅನಿಲ್ ಕುಮಾರ್ ನಿ.ಎನ್. ನಕ ಶಿಕ್ಷಕರು, ನಕಾರಾಲ ಪ್ರೌಢಿಕಾಲೆ, ಅರಣಾಳುನಂತ್ರ, ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ.
7. ಶ್ರೀ ವಿನಯ ಕುಮಾರ್ ಎನ್, ನಕ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಕನಾಡಕ ಪೆಜ್ಜಿಕ್ ಸ್ಕೂಲ್, ಅರಣಾಳುನಂತ್ರ, ಜನ್ಮಪಟ್ಟಣ ತಾ. ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ.

2019-20ನೇ ಸಾಲಿಗೆ ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ನಿಗದಿಯಾಗಿರುವ ಅಂಕಗಳು

ತ್ರೈಮು ಸಂಖ್ಯೆ	ವಿಷಯಾಧಾರಿತ	ಫಳಕಗಳು	ನಿಗದಿಯಾಗಿರುವ ಅಂಕಗಳು
1	ಬೀಜಗಣಿತ	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	26
		ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಲಿಗಳು	
		ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು	
3	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	11
		ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	
4	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	7
5	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯತೆ	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	7
6	ರೇಖಾಗಣಿತ	ತ್ರಿಭುಜಗಳು	19
		ವೃತ್ತಗಳು	
		ರಚನೆಗಳು	
		ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	
		ಒಟ್ಟು	80
		* ಅಂತರಿಕ ಆಯ್ದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಫಳಕದ ಒಳಗೆ ಅಥವಾ ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ವಿಭಾಗದ ಒಳಗೆ ಕೇಳಲು ಅವಕಾಶವಿರುತ್ತದೆ.	

ಪ್ರಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಗಣಿತದ ಸೂತ್ರಗಳು ಹಾಗೂ ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಗಣಿತವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಲಿತು – 2021ರ ವಾರ್ಷಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಪೊರ್ವಣಿಸಿದ್ದತ್ತ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶಣಗಳು, ಪ್ರಮೇಯ, ಗ್ರಾಫ್, ಓಟೀವ್, ಸರಾಸರಿ/ಬಹುಲಕ್/ಮುಧ್ಯಾಂಕದ ಟೇಬಲ್ ಲೆಕ್ಕ, ಹಾಗೂ ಕೆಲವು ಆಯ್ದು ಮುಖ್ಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅಭ್ಯಾಸದ ಹಿತ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ, ಮನರಾವರ್ತನೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಮಾದರಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ 2, 3, 4 ಮತ್ತು 5 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ. ಇದರಿಂದ ಅಂಕ ಗಳಿಕೆಗೆ ಸಹಕಾರಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಜೊತೆಗೆ ಪರ್ಯಾಪ್ತ ಮುಸ್ತಕದ ಉದಾಹರಣೆ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಚನ್ನಾಗಿ ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದು. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಪಂಯಾಯ ವಿಧಾನದ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಮೂರ್ಣ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಬಗ್ಗೆ ಗೊಂದಲ ಬೇಡ. ಬರೆದು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ರೂಢಿಯಿಂದಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕೆ ಉತ್ತಮ ಪ್ರತಿಫಲ ಸಿಗಲಿ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಧನ್ಯವಾದಗಳೊಂದಿಗೆ,

ಸಂಪನ್ಮೂಲ ತಂಡ

ಹರೀಕ್ಷಾ ಮಂಡಳಿ ಬಿಡುಗಡೆಗೋಳಿಸಿರುವ 10 ನೇ ತರಗತಿ ಗಣಿತ ವಿಷಯದ ಮಾದರಿ ನೀಲಿನಕಾಶೆ

ಘಟಕಗಳು	ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆ-1	ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆ-2
ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ	$1+2+2*+4*=9$	$1+1+2+2+4*$
ತ್ರಿಭುಜಗಳು	$1+5=6$	$1+5=6$
2 ಜ.ರೇ.ನ.ಚೋಡಿಗಳು	$1+1+2+4=8$	$1+1+2+4=8$
ವೃತ್ತಗಳು	$1+3=4$	$1+3=4$
ರಚನೆಗಳು	$2+3+4=9$	$2+3+4=9$
ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	$1+1+2+3=7$	$1+1+2*+3=7$
ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ	$1+1+2+2*+3*=9$	$1+2+2*+3*=8$
ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ	$1+1+1+2+3*=8$	$1+1+1+2+3*=8$
ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನ್ವಯ	$3=3$	$3=3$
ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	$1+3*+3=7$	$1+3*+3=7$
ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	$1+1+1+3*+4=10$	$1+1+1+3*+4=10$
ಮತ್ತು ಘನಫಲ		

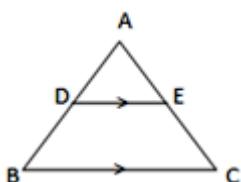
ಅತೀ ಮುಖ್ಯ ಸೂತ್ರಗಳು / ಹೇಳಿಕೆಗಳು

ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಗಳು

- 1) ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $a, (a + d), (a + 2d), \dots \dots \dots a + (n - 1)d$.
- 2) ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯ n ನೇ ಪದ $a_n = a + (n - 1)d$
- 3) ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ n ನೇ ಪದ $= l - (n - 1)d$
- 4) ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ $a_p = a_q + (p - q)d$.
- 5) ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = \frac{a_p - a_q}{p - q}$ (ಯಾವುದೇ 2 ಪದ ಕೊಟ್ಟಾಗ)
- 6) ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = a_2 - a_1$ ಅಥವಾ $d = \frac{a_n - a}{n - 1}$
- 7) ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$
- 8) ಮೊದಲ n ಬೆಸ್ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = n^2$
- 9) ಮೊದಲ n ಸಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = n(n + 1)$
- 10) ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$
- 11) ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$ ಅಥವಾ $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$
- 12) ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೈಫಿಯಲ್ಲಿ $S_n - S_{n-1} = a_n$
- 13) a, b, c ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, a ಮತ್ತು c ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ $b = \frac{a+c}{2}$

ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು

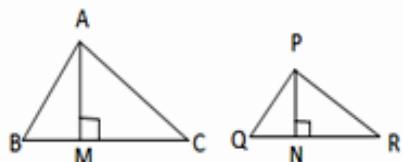
- 14) ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದರೆ



ಧೇಲ್ನ ಪ್ರಮೇಯ	ಧೇಲ್ನ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ	ಧೇಲ್ನ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ
$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$	$\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$

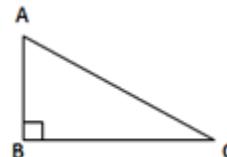
- 15) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಆದರೆ

$$\frac{\text{ಏ}(\Delta ABC)}{\text{ए}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2 = \left(\frac{AM}{PN}\right)^2$$



16) ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^\circ$ ಆದರೆ,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad (\text{ಪ್ರಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ})$$



17)

ತ್ರಿಖಳಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ವಿವರಣೆ	ತ್ರಿಖಳಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ವಿವರಣೆ
3, 4, 5	$3^2 + 4^2 = 5^2$	8, 15, 17	$8^2 + 15^2 = 17^2$
6, 8, 10	$6^2 + 8^2 = 10^2$	12, 16, 20	$12^2 + 16^2 = 20^2$
5, 12, 13	$5^2 + 12^2 = 13^2$	10, 24, 26	$10^2 + 24^2 = 26^2$

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

18) ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಅದರೆ ರೂಪ $ax + b = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)

19) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಅದರೆ ರೂಪ $ax + by + c = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a^2 + b^2 \neq 0$)

20) x ಮತ್ತು y ಎಂಬ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವು

$$\left. \begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ಇಲ್ಲಿ } a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \text{ ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು} \\ a_1^2 + b_1^2 \neq 0, \quad a_2^2 + b_2^2 \neq 0 \end{array}$$

21) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು

❖ ಪರಸ್ಪರ ಭೇದಿಸಿದರೆ, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ಅಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿರುತ್ತದೆ.

❖ ಒಕ್ಕಗೊಂಡರೆ, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ಅಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ.

❖ ಸಮಾಂತರವಾದರೆ, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ಅಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ.

ವೃತ್ತಗಳು

22) ವೃತ್ತದ ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವನ್ನು ಭೇದಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತ ಭೇದಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

23) ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತ ಸ್ವರ್ವಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

24) ವೃತ್ತ ಭೇದಕದ ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದ ಎರಡೂ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಒಕ್ಕಾದಾಗ ದೊರೆಯುವ ರೇಖೆಯೇ ವೃತ್ತ ಸ್ವರ್ವಕ.

25) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸ್ವರ್ವಕವು ಸ್ವರ್ವ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

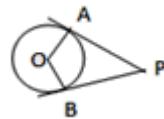
26) ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ವರ್ವಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

27) ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವಿಂದ d ಮಾನಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ವರ್ವಕದ

$$\text{ಉದ್ದ } t = \sqrt{d^2 - r^2}$$

ರಚನೆಗಳು

- 28) ಪಕ್ಷದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ವರ್ವಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $\angle APB = 180^\circ - \angle AOB$



- 29) ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಜ್ಯಾಗಳ ಲಂಬಾಧರಕಗಳು ಭೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

- 30) $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವ $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- 31) $P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೂಲಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವ $\sqrt{x^2 + y^2}$

- 32) $A(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಅಂತರಿಕ್ಷಾಗಿ $m_1 : m_2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ $P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right)$

- 33) $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ

$$\text{ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)}$$

- 34) $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಶೈಂಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು

$$\frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \text{ ಚದರ ಮಾನಗಳು.}$$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

- 35) x ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax^2 + bx + c = 0$ (ಇಲ್ಲಿ a, b, c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$)

- 36) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- 37) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ $= b^2 - 4ac$

- 38) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು

- ❖ $b^2 - 4ac > 0$ ಆದರೆ, ಎರಡು ಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- ❖ $b^2 - 4ac = 0$ ಆದರೆ, ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- ❖ $b^2 - 4ac < 0$ ಆದರೆ, ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

- 39) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $b^2 - 4ac = 0$ ಆದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

$$x = \frac{-b}{2a} \text{ ಅಥವಾ } x = \frac{-b}{2a} \text{ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.}$$

- 40) $ax^2 + bx + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $b = 0$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

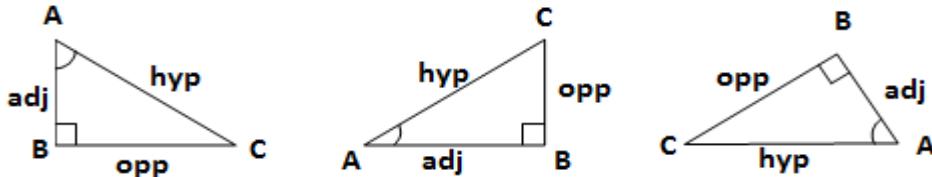
- 41) $ax^2 + bx + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a = c$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ವೃತ್ತಮಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

- 42) $ax^2 + bx + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $c = 0$ ಆದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಒಂದು ಮೂಲ ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

- 43) $ax^2 + bx + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}b = \sqrt{ac}$ ಆದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

44) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಲಘುಕೋನ $\angle A$ ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು



ಲಘುಕೋನ $\angle A$ ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು		
$\sin A = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$	$\cos A = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$	$\tan A = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$
$\operatorname{cosec} A = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}}$	$\sec A = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}}$	$\cot A = \frac{\text{adj}}{\text{opp}}$
ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ವಿಲೋಮಗಳು		
$\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}$	$\cos A = \frac{1}{\sec A}$	$\tan A = \frac{1}{\cot A}$
$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$	$\sec A = \frac{1}{\cos A}$	$\cot A = \frac{1}{\tan A}$

45) $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ ಮತ್ತು $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

46) ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	N. D
$\operatorname{cosec} A$	N. D	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	N. D
$\cot A$	N. D	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

47) 0° ಮತ್ತು 90° ನಡುವಿನ ಕೋನ A ದಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಸಂಬಂಧಗಳು

$$\sin(90^\circ - A) = \cos A \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \cos(90^\circ - A) = \sin A$$

$$\tan(90^\circ - A) = \cot A \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \cot(90^\circ - A) = \tan A$$

$$\cosec(90^\circ - A) = \sec A \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \sec(90^\circ - A) = \cosec A$$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು :-

48) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

49) $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ ಅಥವಾ $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

50) $1 + \cot^2 A = \cosec^2 A$ ಅಥವಾ $\cosec^2 A - \cot^2 A = 1$

51) $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = (1 + \cos A)(1 - \cos A)$

52) $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = (1 + \sin A)(1 - \sin A)$

53) $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$

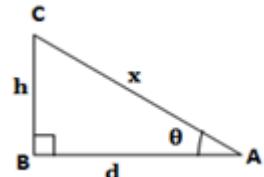
54) $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು

55) ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A = \theta$ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಆದರೆ,

❖ ಎತ್ತರ $h = \tan \theta \times d$

❖ ದೂರ $d = \cot \theta \times h$



❖ ಇಳಿಜಾರಿನ ಉದ್ದ $x = \frac{h}{\sin \theta}$ ಅಥವಾ ಇಳಿಜಾರಿನ ಉದ್ದ $x = \frac{d}{\cos \theta}$

ಸಂಪೂರ್ಣಶ್ಲಷ್ಟ

56) ಒಂದು ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು = $\frac{\text{ಮೇಲ್ಕೆ} + \text{ಕೆಳ್ಳಿತ}}{2}$

57) ವರ್ಗಾಂತರದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

❖ ನೇರ ವಿಧಾನ : ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ ವರ್ಗಾಂತರದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

❖ ಬಹುಲಕ = $l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$

58) ವರ್ಗಾಂತರದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

❖ ಮಧ್ಯಾಂಕ = $l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$

59) ಕೇಂದ್ರಿಯ ಪ್ರಪೃಥಿಗಳ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಬಂಧ

- ❖ 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ.
- ❖ ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ - 2 ಸರಾಸರಿ.
- ❖ 2 ಸರಾಸರಿ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ - ಬಹುಲಕ.

ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಫಾನಫಲಗಳು

60) ಫಾನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಫಾನಫಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸೂತ್ರಗಳ ಕೋಷ್ಟಕ

ಫಾನದ ಹೆಸರು	ವರ್ಕ್ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಮೊರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಫಾನಫಲ
ಫಾನ	$4a^2$	$6a^2$	a^3
ಅಯತ ಫಾನ	$2h(l+b)$	$2(lb + bh + hl)$	$l \times b \times h$
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r(h+r)$	$\pi r^2 h$
ಶಂಕು	πrl	$\pi r(l+r)$	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$
ಗೋಳ	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3} \pi r^3$
ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$\pi l(r_1 + r_2)$	$\pi l(r_1 + r_2) + \pi(r_1^2 + r_2^2)$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

61) ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ / ಶಂಕುವಿನ / ಅರ್ಧ ಫಾನಗೋಳದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ = $2\pi r$

62) ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

63) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

ಪ್ರಾಟಕ - 1 : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಧಿಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

- 1) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಧಿ ಆಗಿದೆ ?
 A) 2, 4, 8, 16 B) 2, $\frac{5}{2}$, 3, $\frac{7}{2}$,
 C) 1, 3, 9, 27 D) 1, 3, 4, 6
- 2) a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಧಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, $\frac{b-a}{c-b}$ ಯು
 A) $\frac{b}{a}$ B) 0 C) 1 D) 2a

- 3) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \dots \dots \dots \dots \dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು
 A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$
- 4) 10, 7, 4, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 30 ನೇ ಪದ
 A) 97 B) 77 C) -77 D) -87
- 5) $-3, -\frac{1}{2}, 2, \dots \dots \dots \dots \dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 11 ನೇ ಪದ
 A) 28 B) 22 C) -38 D) $-48\frac{1}{2}$
- 6) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $a_n = 3 + 4n$ ಆದರೆ a_3 ಯ ಬೆಲೆಯು
 A) 15 B) 9 C) 12 D) 13
- 7) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $S_n = 4n - n^2$ ಆದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಯು
 A) 2 B) 1 C) -2 D) -1
- 8) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $S_5 = 30$ ಮತ್ತು $S_4 = 20$ ಆದರೆ a_5 ರ ಬೆಲೆಯು
 A) 10 B) 50 C) 20 D) 9
- 9) 13 ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $a_7 = 6$ ಆದರೆ, S_{13} ರ ಬೆಲೆಯು
 A) 42 B) 24 C) 87 D) 78
- 10) ಹೊದಲ 50 ಬೆಸ್ ಸ್ನಾಫಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೊತ್ತವು
 A) 250 B) 500 C) 2500 D) 5000

1 Mark Questions (VSA)

- 11) ಹೊದಲ ಪದ a ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ನೇ ಪದ ಬರೆಯಿರಿ.
- 12) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $a_n = 3 + 2n$ ಆದರೆ a_4 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 13) $-3, a, 2$ ಇವು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಪದಗಳಾದರೆ a ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 14) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \dots \dots \dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮುಂದಿನ ಪದ ಬರೆಯಿರಿ.
- 15) ಹೊದಲ 100 ಸ್ನಾಫಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೊತ್ತವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಯಾರು?
- 16) a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳಾದರೆ $(c - b) - (b - a)$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) B	2) C	3) A	4) C	5) B	6) A	7) C	8) A	9) D	10) C
11) $a_n = a + (n - 1)d$	12) $a_4 = 11$	13) $-\frac{1}{2}$	14) $\sqrt{32}$	15) ಗಾಸ್	16) 0					

2 Marks Questions (SA)

- 17) 2, 7, 12, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 10ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
 ಪರಿಹಾರ : AP ಯಲ್ಲಿ $a = 2$ ಮತ್ತು $d = a_2 - a_1 = 7 - 2 = 5$, $a_{10} = ?$
 $a_n = a + (n - 1)d$

$$a_{10} = 2 + (10 - 1)5$$

$$a_{10} = 2 + 9 \times 5$$

$$a_{10} = 2 + 45 \quad \therefore a_{10} = 47$$

- 18) 21, 18, 15, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 35 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 19) 3, 8, 13, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 10 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 20) 10, 7, 4, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 30 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 21) $-3, -\frac{1}{2}, 2, \dots$ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 11 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 22) **10, 7, 4, -62** ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 11ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : AP ಯಲ್ಲಿ $d = a_2 - a_1 = 7 - 10 = -3$ ಮತ್ತು $l = -62$
ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 11ನೇ ಪದ = ?

$$\begin{aligned} \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ } n \text{ ನೇ ಪದ} &= l - (n - 1)d \\ \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ } 11 \text{ ನೇ ಪದ} &= -62 - (11 - 1)(-3) \\ \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ } 11 \text{ ನೇ ಪದ} &= -62 - (10)(-3) \\ \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ } 11 \text{ ನೇ ಪದ} &= -62 + 30 \\ \therefore \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ } 11 \text{ ನೇ ಪದ} &= -32 \end{aligned}$$

- 23) 3, 8, 13, 253 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 20ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 24) 21, 18, 15, -81 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 28ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 25) **21, 18, 15,** ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು **-81** ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : AP ಯಲ್ಲಿ $a = 21$ ಮತ್ತು $d = a_2 - a_1 = 18 - 21 = -3$, $a_n = -81$, $n = ?$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$-81 = 21 + (n - 1)(-3)$$

$$-81 = 21 - 3n + 3$$

$$3n = 24 + 81$$

$$3n = 105$$

$$n = \frac{105}{3} \quad \therefore n = 35$$

\therefore AP ಯ 35ನೇ ಪದವು **-81** ಆಗಿದೆ.

- 26) 3, 8, 13, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 78 ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 27) 7, 13, 19, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 205 ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 28) 8, 3, -2, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 22 ಪದಗಳವರೆಗೆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 8$, $S_{22} = ?$

$$d = a_2 - a_1 = 3 - 8 = -5$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{20} = \frac{22}{2} [2(8) + (22 - 1)(-5)]$$

$$S_{20} = 11[16 + 21(-5)]$$

$$S_{20} = 11[16 - 105]$$

$$S_{20} = 11 \times -89$$

$$S_{20} = -979$$

29) $2 + 7 + 12 + \dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

30) $-37, -33, -29, \dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 12 ಪದಗಳ ವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3 Marks Questions (LA-1)

31) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 1ನೇ ಪದ 38 ಮತ್ತು 16ನೇ ಪದ 73 ಆದರೆ, ಶ್ರೇಣಿಯ 31ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : AP ಯಲ್ಲಿ $a_1 = 38$ ಮತ್ತು $a_{16} = 73$ ಆದರೆ $a_{31} = ?$

$$\text{AP ಯಲ್ಲಿ } d = \frac{a_p - a_q}{p - q}$$

$$d = \frac{a_{16} - a_1}{16 - 1}$$

$$d = \frac{73 - 38}{15} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3}$$

$$a_{31} = a_1 + 30d$$

$$a_{31} = 38 + 30\left(\frac{7}{3}\right)$$

$$a_{31} = 38 + 70$$

$$a_{31} = 108$$

32) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 3ನೇ ಪದ 12 ಮತ್ತು 50ನೇ ಪದ 106 ಆದರೆ, ಶ್ರೇಣಿಯ 29ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 3ನೇ ಪದ 4 ಮತ್ತು 9ನೇ ಪದ -8 ಆದರೆ, ಶ್ರೇಣಿಯ 5ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

34) 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮೊದಲ 40 ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : 6, 12, 18, 240 (ಏಕೆಂದರೆ 40ನೇ ಪದವು $40 \times 6 = 240$ ಆಗುತ್ತದೆ.)

$$S_n = 6 + 12 + 18 + \dots + 240$$

$$S_n = 6(1 + 2 + 3 + \dots + 40)$$

$$S_n = 6 \left[\frac{40 \times (40 + 1)}{2} \right] \quad (\because \text{ಮೊದಲ } n \text{ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ } S_n = \frac{n(n+1)}{2})$$

$$S_n = 6 \times 20 \times 41$$

$$S_n = 120 \times 41$$

$$S_n = 4920$$

\therefore 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮೊದಲ 40 ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 4920 ಆಗಿದೆ.

ಪರಿಹಾರ ವಿಧಾನ

ಪರಿಹಾರ : 6, 12, 18, (40 ಪದಗಳ ವರೆಗೆ)

$$a = 6, \quad S_{40} = ?$$

$$d = a_2 - a_1 = 12 - 6 = 6$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{40} = \frac{40}{2} [2(6) + (40-1)(6)]$$

$$S_{20} = 20[12 + 39(6)]$$

$$S_{20} = 20[12 + 234]$$

$$S_{20} = 20 \times 246 \quad S_{20} = 4920$$

\therefore 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮೊದಲ 40 ಧನಮಣಳಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 4920 ಆಗಿದೆ.

35) ಮೊದಲ 15, 8ರ ಅಪವಶ್ಯಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) 100 ಮತ್ತು 200ರ ನಡುವಿನ 7ರ ಅಪವಶ್ಯಕಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } S_n = 105 + 112 + 119 + \dots + 196$$

$$S_n = 7(15 + 16 + 17 + \dots + 28)$$

$$S_n = 7 \left[\frac{28 \times (28+1)}{2} - \frac{14 \times (14+1)}{2} \right] (\because \text{ಮೊದಲ } n \text{ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ } S_n = \frac{n(n+1)}{2})$$

$$S_n = 7[14 \times 29 - 7 \times 15]$$

$$S_n = 7[406 - 105]$$

$$S_n = 7 \times 301$$

$$S_n = 2107$$

\therefore 100 ಮತ್ತು 200ರ ನಡುವಿನ 7ರ ಅಪವಶ್ಯಕಗಳ ಮೊತ್ತ 2107

ಪಯಾರ್ಕಿಂಗ್ ವಿಧಾನ

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } 105 + 112 + 119 + \dots + 196$$

$$a = 105, \quad l = a_n = 196, \quad S_n = ?$$

$$d = a_2 - a_1 = 112 - 105 = 7$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$196 = 105 + (n-1)7$$

$$196 - 105 = 7n - 7$$

$$91 + 7 = 7n$$

$$98 = 7n$$

$$n = 14$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} [105 + 196]$$

$$S_{14} = 7 [301]$$

$$S_{14} = 2107 \quad \therefore 100 \text{ ಮತ್ತು } 200\text{ರ ನಡುವಿನ } 7\text{ರ ಅವವತ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ } 2107$$

37) 0 ಇಂದ 50 ರ ನಡುವಿನ ಬೆಸ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38) 3, 7, 11, 15, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 10ನೇ ಪದದಿಂದ 20ನೇ ಪದಗಳವರೆಗೆ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

39) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 10ನೇ ಪದದ 10ರಷ್ಟು, 15ನೇ ಪದದ 15ರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ, ಶ್ರೇಣಿಯ 25ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ } 10 \times a_{10} = 15 \times a_{15}$$

$$10[a + (10 - 1)d] = 15[a + (15 - 1)d] \quad [\because a_n = a + (n - 1)d]$$

$$10(a + 9d) = 15(a + 14d)$$

$$10a + 90d = 15a + 210d$$

$$10a - 15a = 210d - 90d$$

$$-5a = 120d$$

$$a = -\frac{120}{5}d$$

$$a = -24d \quad \text{----->(1)}$$

$$a_{25} = a + (25 - 1)d$$

$$a_{25} = a + 24d$$

$$a_{25} = -24d + 24d \quad (\text{ಸ. 1 ರಿಂದ})$$

$$a_{25} = 0$$

40) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 8ನೇ ಪದವು 0 ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಶ್ರೇಣಿಯ 38ನೇ ಪದವು 18ನೇ ಪದದ ಮೂರರಷ್ಟರಷ್ಟದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ } a_8 = 0$$

$$a_{18} = a_8 + 10d \quad (\because a_p = a_q + (p - q)d)$$

$$a_{18} = 0 + 10d$$

$$a_{18} = 10d \quad \text{----->(1)}$$

$$a_{38} = a_{18} + 20d \quad (\because a_p = a_q + (p - q)d)$$

$$a_{38} = 10d + 20d \quad (\text{ಸ. 1 ರಿಂದ})$$

$$a_{38} = 30d$$

$$a_{38} = 3 \times 10d$$

$$a_{38} = 3 \times a_{18} \quad (\text{ಸ. 1 ರಿಂದ})$$

∴ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

41) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = (3n^2 - 4n)$ ಆದರೆ ಶ್ರೇಣಿಯ 25ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ } S_n = (3n^2 - 4n) \text{ ಮತ್ತು } a_{25} = ?$$

$$S_{25} = (3 \times 25^2 - 4 \times 25)$$

$$S_{25} = (1875 - 100)$$

$$S_{25} = 1775 \longrightarrow (1)$$

$$S_{24} = (3 \times 24^2 - 4 \times 24)$$

$$S_{24} = (1728 - 96)$$

$$S_{24} = 1632 \longrightarrow (2)$$

$$S_{25} - S_{24} = a_{25} \quad (\because S_n - S_{n-1} = a_n)$$

$$S_{25} - S_{24} = 1775 - 1632$$

$$\therefore a_{25} = 143$$

4 Marks Questions (LA-2)

42) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 7 ನೇ ಪದವು ಅದರ 2 ನೇ ಪದದ 4 ರಷ್ಟಿಂದ. ಹಾಗೂ ಶ್ರೇಣಿಯ 12 ನೇ ಪದವು 4 ನೇ ಪದದ 3 ರಷ್ಟಿಂತ 2 ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

43) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳಿವೆ. ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಮತ್ತು ಮುದ್ದುಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ 24 ಆದರೆ, ಆ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 4 ನೇ ಮತ್ತು 8 ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಹಾಗೂ 6 ನೇ ಮತ್ತು 10 ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 44 ಆದರೆ, ಆ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 3 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

45) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿರುವ 3 ಧನ ಮೂಳ್ಳಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ 480 ಆದರೆ, ಆ ಮೂಳ್ಳಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

46) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 3 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 24, ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು 224 ಆದರೆ ಆ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

47) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 12 ನೇ ಪದ -13, ಮತ್ತು ಮೊದಲ 4 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಆದರೆ, ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

48) 32 ನ್ನು 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದಾಗ ೯೦ಟಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ ಮತ್ತು ಮುದ್ದು ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯಕ್ಕೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತ 7:15 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

➤ ಗಮನಿಸಿ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 3 ಪದಗಳಿಂದಾಗಿ ಅವು $(a - d), a, (a + d)$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

➤ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 4 ಪದಗಳಿಂದಾಗಿ ಅವು $(a - 3d), (a - d), (a + d), (a + 3d)$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

5 Marks Questions (LA-2)

49) ಮೊದಲ n ಸಮ ಸ್ಥಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು, ಮೊದಲ n ಚೆನ ಸ್ಥಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right) \text{ ರಷ್ಟಿಂತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.}$$

ಪರಿಹಾರ : ಮೊದಲ n ಸಮ ಸ್ಥಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು S_1 ಆಗಿರಲೆ

$$S_1 = 2 + 4 + 6 + \dots \dots \dots n \text{ ಪದಗಳವರೆಗೆ}$$

$$a = 2, \quad d = 4 - 2 = 2, \quad n = n$$

$$S_1 = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_1 = \frac{n}{2} [2 \times 2 + (n - 1)2]$$

$$S_1 = \frac{2n}{2} [2 + n - 1]$$

$$S_1 = n(n + 1) \longrightarrow (1)$$

ಮೊದಲ n ಬೆಸ್ ಸ್ನಾರ್ಫಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು S_2 ಅಗಿರಲಿ

$S_2 = 1 + 3 + 5 + \dots \dots \dots n$ ಪದಗಳವರೆಗೆ

$$a = 1, \quad d = 3 - 1 = 2, \quad n = n$$

$$S_2 = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_2 = \frac{n}{2} [2 \times 1 + (n - 1)2]$$

$$S_2 = \frac{2n}{2} [1 + n - 1]$$

$$S_2 = n^2 \longrightarrow (2)$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{n(n+1)}{n^2} \quad (\because \text{ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2)ಠಿಂದ})$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{(n+1)}{n}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{n}{n} + \frac{1}{n} \right)$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

$$S_1 = \left(1 + \frac{1}{n} \right) S_2$$

\therefore ಸಾಧಿಸಿದೆ.

- 50) 2 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗದ 1000 ದ ಒಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ನಾರ್ಫಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

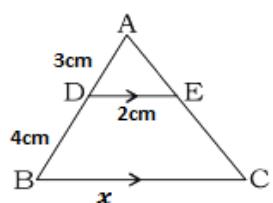
- 51) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶೈಕ್ಷಿಕ್ಯ ಮೊದಲ m ಪದಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೂ ಹಾಗೂ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ $m^2 : n^2$ ಆದರೆ $m^n : n^m$ ಪದ ಮತ್ತು $n^n : m^m$ ಪದಗಳ ಅನುಪಾತ $(2m - 1):(2n - 1)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಘಟಕ - 2 : ತ್ರಿಭುಜಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

- 1) ಪಕ್ಷದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದಾಗ x ಬೆಳೆ

- A) 3.36 cm B) 4.34 cm
C) 7.41 cm D) 4.66 cm



- 2) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಲೆಗಳ ಅನುಪಾತ $5 : 4$ ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು A) 5:4 B) 4:5 C) 10:2 D) 2:10
- 3) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು 3, 4, 6 ಎಕಮಾನಗಳಾಗಿವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು (ಎಕಮಾನಗಳಲ್ಲಿ)
A) 8, 6, 12 B) 9, 12, 18 C) 8, 4, 9 D) 2, 4 $\frac{1}{2}$, 4
- 4) ದಿನದ ಒಂದು ನಿಶ್ಚಿತ ಸಮಯದಲ್ಲಿ 6 ಅಡಿ ಎತ್ತರದ ಒಬ್ಬ ವೃಕ್ಷದಲ್ಲಿ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ 8 ಅಡಿ ಆಗಿದೆ. ಅದೇ

ಸಮಯದಲ್ಲಿ 45 ಅಡಿ ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡದ ಸೆರಳಿನ ಉದ್ದವು (ಅಡಿಗಳಲ್ಲಿ)

- A) 90 B) 60 C) 48 D) 54

- 5) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ಶ್ರೀಭೂಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು $2 : 1$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಆ ಶ್ರೀಭೂಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು
- A) $2 : 1$ B) $4 : 2$ C) $4 : 1$ D) $1 : 4$
- 6) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ಶ್ರೀಭೂಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ $16 : 81$ ಆದರೆ, ಆ ಶ್ರೀಭೂಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು
- A) $2 : 3$ B) $7 : 9$ C) $4 : 9$ D) $81 : 61$
- 7) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಗುಂಪು, ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರೀಭೂಜದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ?
- A) 9, 12, 15 B) 3, 4, 5 C) $2, 1, \sqrt{5}$ D) 5, 7, 9
- 8) ಒಂದು ವರ್ಗದ ಬಾಹು 12cm ಇದೆ. ಅದರ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು
- A) 12 cm B) $12\sqrt{2}\text{ cm}$ C) $\sqrt{12}\text{ cm}$ D) $\sqrt{2}\text{ cm}$
- 9) ಒಂದು ವರ್ಗದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು $\sqrt{50}\text{ m}$ ಇದೆ. ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು
- A) $\sqrt{10}\text{ m}$ B) $5\sqrt{2}\text{ m}$ C) $2\sqrt{5}\text{ m}$ D) 5 m
- 10) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AB = 6\sqrt{3}$, $AC = 12\text{cm}$ ಮತ್ತು $BC = 6\text{cm}$ ಆದರೆ, $\angle B$ ಯು
- A) 120° B) 60° C) 90° D) 45°
- 11) ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ $2a$ ಮಾನಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ಶ್ರೀಭೂಜದ ಎತ್ತರವು
- A) $\sqrt{3}a$ ಮಾನಗಳು B) $\sqrt{3}$ ಮಾನಗಳು C) $3\sqrt{a}$ ಮಾನಗಳು D) $\sqrt{2}a$ ಮಾನಗಳು

1 Mark Questions (VSA)

- 12) ಫೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.
- 13) ಪ್ರೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.
- 14) ಪ್ರೈಥಾಗೋರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.
- 15) ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭೂಜಗಳು ಸಮರೂಪ ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಇರುವ ಎರಡು ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- 16) ಫೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.
- 17) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ಶ್ರೀಭೂಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು $4 : 9$ ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪವಾದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1)D	2)A	3)B	4)B	5)C	6)C	7)D	8)B	9) D	10)C	11) A
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	-------

- 12) ಶ್ರೀಭೂಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಫೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳಿದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ
- 13) ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರೀಭೂಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- 14) ಒಂದು ಶ್ರೀಭೂಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ, ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

- 15) ಬಹುಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಪಾಠದಲ್ಲಿರಬೇಕು.
- 16) ಶ್ರೀಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನಪಾಠದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- 17) 2 : 3

2 Marks Questions (SA)

- 18) ಪಕ್ಷದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದರೆ EC ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$

$$AD = 1.5\text{cm}, \ DB = 3\text{cm} \text{ ಮತ್ತು } AE = 1\text{cm}$$

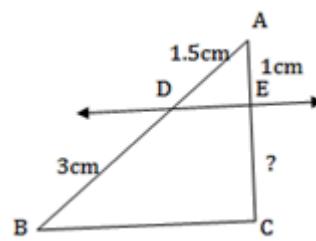
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad (\text{ಫೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ})$$

$$\frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC}$$

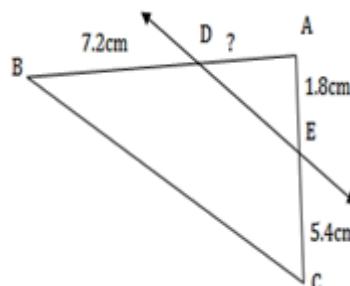
$$\frac{15}{30} = \frac{1}{EC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{EC}$$

$$EC = 2\text{cm}$$

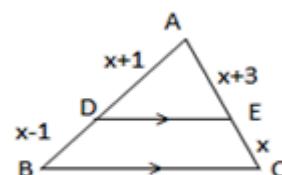


- 19) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದರೆ AD ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



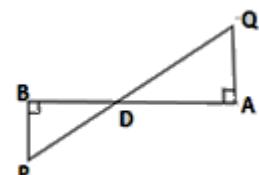
- 20) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$, $AD = x + 1$, $DB = x - 1$,

$AE = x + 3$ ಮತ್ತು $EC = x$ ಆದರೆ x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



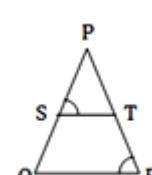
- 21) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AQ \perp AB$, $PB \perp AB$, $AD = 20\text{ cm}$,

$BD = 12\text{ cm}$ ಮತ್ತು $PB = 18\text{ cm}$ ಆದರೆ AQ ಲಾಂಧ್ರೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



- 22) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ ಮತ್ತು $\angle PST = \angle PRQ$ ಆದರೆ ΔPQR

ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಭಾಗ ಶ್ರೀಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



- 23) 6m ಎತ್ತರದ ನೇರವಾದ ಕಂಬವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 4m ಉದ್ದ್ವದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡವು 28m ಉದ್ದ್ವದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 64cm^2 ಮತ್ತು 121cm^2 ಗಳಾಗಿದ್ದು, $EF = 15.4\text{cm}$ ಆದರೆ BC ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$\frac{\text{ವ}(\triangle ABC)}{\text{ವ}(\triangle DEF)} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 \quad (\because \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಪ್ರಮೇಯ})$$

$$\frac{64}{121} = \left(\frac{BC}{15.4}\right)^2$$

$$\left(\frac{8}{11}\right)^2 = \left(\frac{BC}{15.4}\right)^2$$

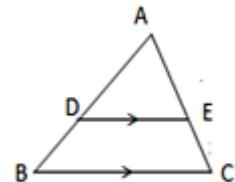
$$\frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4}$$

$$11 \times BC = 15.4 \times 8$$

$$BC = \frac{15.4 \times 8}{11}$$

$$BC = 1.4 \times 8 = 11.2\text{cm}$$

25) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಮತ್ತು $AD : DB = 5:4$ ಆದರೆ, $\triangle ADE$ ಮತ್ತು $\triangle ABC$ ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



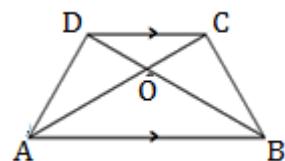
26) $ABCD$ ತ್ರಾಂಜಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ $AB \parallel CD$ ಆಗಿದೆ. AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. $AB = 2 CD$ ಆದರೆ $\triangle AOB$ ಮತ್ತು $\triangle COD$ ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $ABCD$ ತ್ರಾಂಜಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ $AB \parallel DC$

ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸಿವೆ.

$$\Rightarrow AB = 2 CD \quad \frac{AB}{CD} = \frac{2}{1} \quad \dots \rightarrow (1)$$

$\triangle AOB$ ಮತ್ತು $\triangle COD$ ಗಳಲ್ಲಿ



$$\angle A = \angle C \quad [\text{ಪರಿಧಿಯ ಕೋನಗಳು}]$$

$$\angle B = \angle D \quad [\text{ಪರಿಧಿಯ ಕೋನಗಳು}]$$

$\triangle AOB \sim \triangle COD$ [ಕೋ-ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

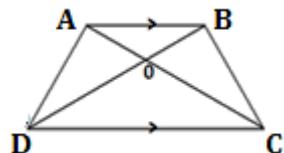
$$\frac{\text{ವ}(\triangle AOB)}{\text{ವ}(\triangle COD)} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 \quad [\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಪ್ರಮೇಯ}]$$

$$\frac{\text{ವ}(\triangle AOB)}{\text{ವ}(\triangle COD)} = \left(\frac{2}{1}\right)^2$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta AOB)}{\text{ವಿ}(\Delta COD)} = \frac{4}{1}$$

- 27) ABCD ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AB \parallel DC$ ಆಗಿದೆ. AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಮಣಗಳು

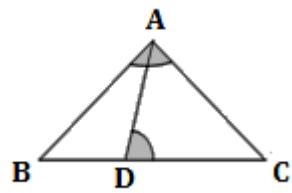
ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$
ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



- 28) $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $\angle ADC = \angle BAC$ ಆಗುವಂತೆ D ಯು

BC ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

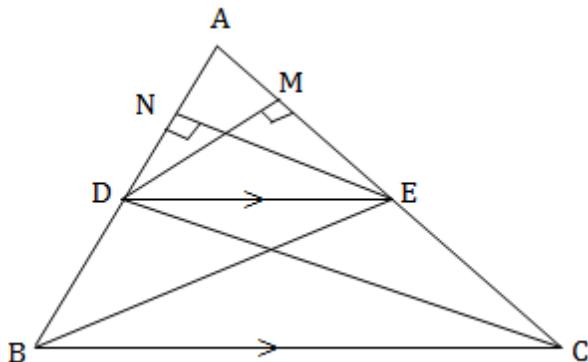
$CA^2 = CB \cdot CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



4 or 5 Marks Questions (LA-2 / LA-3)

- 29) ಭೇಲ್ಮೆ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ) ವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ, ಸಾಧಿಸಿ.

ಶ್ರೀಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರದು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ: $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$.

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ: $DM \perp AC$ ಮತ್ತು $EN \perp AB$ ಎಳೆದಿದೆ.

BE ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} \quad (\because \Delta \text{ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ})$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta BDE)} = \frac{AD}{DB} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta CED)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} \quad (\because \Delta \text{ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ})$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta CED)} = \frac{AE}{EC} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ಆದರೆ ΔBDE ಮತ್ತು ΔCED ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DE ಮತ್ತು $DE \parallel BC$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

$$\therefore \text{ವಿ}(\Delta BDE) = \text{ವಿ}(\Delta CED) \quad \dots\dots\dots(3)$$

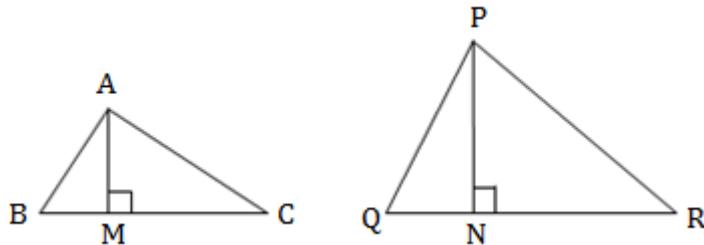
\therefore ಸ(1), ಸ(2) ಮತ್ತು ಸ(3) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

30) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು :

ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$$\text{ಅಂದರೆ } \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

$$\text{ಸಾಧನೀಯ: } \frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ} \right)^2 = \left(\frac{BC}{QR} \right)^2 = \left(\frac{AC}{PR} \right)^2$$

ರಚನೆ: $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $PN \perp QR$ ಎಳೆದಿದೆ.

$$\text{ಸಾಧನೆ: } \frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN} \quad (\because \Delta \text{ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ})$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{BC \times AM}{QR \times PN} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ΔABM ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle B = \angle Q \quad (\because \Delta ABC \sim \Delta PQR)$$

$$\angle M = \angle N = 90^\circ \quad (\because \text{ರಚನೆ})$$

$$\therefore \Delta ABM \sim \Delta PQN \quad (\because \text{ಕೋ. ಕೋ. ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ } \frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{ಆದರೆ } \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \quad \dots\dots\dots(3) \quad (\because \text{ದತ್ತ})$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{AB}{PQ} \times \frac{AB}{PQ} \quad (\because \text{ಸ}(2) \text{ ಮತ್ತು } \text{ಸ}(3) \text{ ನ್ನು } \text{ಸ}(1) \text{ ರಲ್ಲಿ \text{ಆದೇಶಿಸಿದೆ})$$

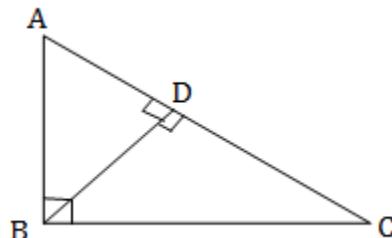
$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ} \right)^2$$

$$\text{ಈಗ } \text{ಸ}.(3) \text{ ರಿಂದ } \frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ} \right)^2 = \left(\frac{BC}{QR} \right)^2 = \left(\frac{AC}{PR} \right)^2$$

\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

- 31) ಷೈಥಾಗೋರಣ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

“ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ”



ದತ್ತ: $\triangle ABC$ ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು $\angle B = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ: $BD \perp AC$ ರಚಿಸಿ

ಸಾಧನೆ: $\triangle ADB$ ಮತ್ತು $\triangle ABC$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle D = \angle B = 90^\circ \quad (\because \text{ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ})$

$\angle A = \angle A \quad (\because \text{ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ})$

$\triangle ADB \sim \triangle ABC \quad (\because \text{ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ})$

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC} \quad (\because \text{ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿವೆ})$

$AC \cdot AD = AB^2 \quad \dots\dots\dots(1)$

ಇದೇ ರೀತಿ $\triangle BDC$ ಮತ್ತು $\triangle ABC$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle D = \angle B = 90^\circ \quad (\because \text{ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ})$

$\angle C = \angle C \quad (\because \text{ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ})$

$\triangle BDC \sim \triangle ABC \quad (\because \text{ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ})$

$$\therefore \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \quad (\because \text{ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿವೆ})$$

$$AC \cdot DC = BC^2 \quad \dots \rightarrow (2)$$

$$AC \cdot AD + AC \cdot DC = AB^2 + BC^2 \quad [\because \text{ನಂ. (1) ಮತ್ತು ನಂ. (2) ನ್ನು ಕೊಡಿದಾಗ}]$$

$$AC(AD + DC) = AB^2 + BC^2$$

$$AC \times AC = AB^2 + BC^2 \quad (\because \text{ಚಿತ್ರದಿಂದ } AD + DC = AC)$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

ಫಾಟಕ - 3 : ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

- 1) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಾದ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಗ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ನಿಬಂಧನೆ
- A) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ B) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
 C) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ D) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
- 2) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ಪರಪ್ಪರ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸಿದರೆ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ನಿಬಂಧನೆ
- A) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ B) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$
 C) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ D) $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
- 3) $x - 2y = 0$ ಮತ್ತು $3x + 4y - 20 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು,
- A) ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. B) ಭೇದಿಸುತ್ತವೆ C) ಒಕ್ಕಾಗುತ್ತವೆ. D) ಭೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ.
- 4) $2x + 3y - 9 = 0$ ಮತ್ತು $4x + 6y - 18 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ,
- A) ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. B) ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.
 C) ಕೇವಲ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ D) ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.
- 5) $x + 3y = 6$ ಮತ್ತು $2x - 3y = 12$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳು
- A) $x = 0, y = 6$ B) $x = 6, y = -6$
 C) $x = 6, y = 0$ D) $x = 0, y = 0$

- 6) $2x + y = 3$ ಮತ್ತು $y = mx + 3$ ಈ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, m ನ ಬೆಲೆಯು
- A) -3 B) -2 C) 2 D) 3
- 7) $x = -y$ ಮತ್ತು $y > 0$ ಆದರೆ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಯು ತಪ್ಪಾಗಿದೆ?
- A) $x^2y > 0$ B) $x + y = 0$ C) $xy < 0$ D) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0$
- 8) $x + 5y = 7$ ಮತ್ತು $4x + 20y = -k$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಪರಸ್ಪರ ಒಕ್ಕಾಗಾಗುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, k ನ ಬೆಲೆಯು
- A) -28 B) 24 C) 28 D) -24
- 9) $x + 2y - 4 = 0$ ಮತ್ತು $2x + 4y - 12 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ
- A) ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. B) ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.
- C) ಕೇವಲ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. D) ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.
- 10) $y = 2x - 2$ ಮತ್ತು $y = 4x - 4$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳ ಟೇಂದನ ಬಿಂದುವು
- A) (1, 0) B) (-1, 0) C) (0, 1) D) (0, -1)

1 Mark Questions (VSA)

- 11) ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- 12) ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ ಬರೆಯಿರಿ.
- 13) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) A	2) C	3) B	4) D	5) C	6) B	7) D			
	8) A	9) A	10) A	11) (0, 0)						
	12) $ax + b = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$ ಮತ್ತು a, b ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)									
	13) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಇಲ್ಲಿ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$, $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$									

2 Marks Questions (SA)

- 14) ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$$x + y = 14$$

$$x - y = 4$$

ಪರಿಹಾರ :

$$x + y = 14 \longrightarrow (1)$$

$$x - y = 4 \longrightarrow (2)$$

$$\begin{array}{rcl} 2x & = & 18 \\ \hline \end{array}$$

[ಸ. (1) ಮತ್ತು ಸ.(2) ನ್ನು ಕೂಡಿದೆ.]

$$x = \frac{18}{2}$$

$\therefore x = 9$ ಮತ್ತು x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$9 + y = 14$$

$$y = 14 - 9$$

$$\therefore y = 5$$

ಪರಿಹಾರಗಳು $x = 9$ ಮತ್ತು $y = 5$

ಜಯಾರ್ಥ ವಿಧಾನ :

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ,

$$x + y - 14 = 0 \quad \text{---->(1)} \quad \therefore a_1 = 1, \quad b_1 = 1, \quad c_1 = -14,$$

$$x - y - 4 = 0 \quad \text{---->(2)} \quad \therefore a_2 = 1, \quad b_2 = -1, \quad c_2 = -4$$

15) ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$$(i) \quad 2x + 3y = 11$$

$$(ii) \quad x - y = 26$$

$$(iii) \quad x + y = 180$$

$$2x - 4y = -24$$

$$x - 3y = 0$$

$$x - y = 18$$

16) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘ್ಯತ್ವಾಸ 26 ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x ಮತ್ತು y ಆಗಿರಲಿ.

$$\text{ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ } x - y = 26 \quad \longrightarrow \quad (1)$$

$$\text{ಮತ್ತು } x = 3y \quad \longrightarrow \quad (2)$$

ಸ.(2)ನ್ನು ಸ(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$3y - y = 26$$

$$2y = 26$$

$$y = \frac{26}{2}$$

$y = 13$ ಮತ್ತು y ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$x = 3(13) = 39 \quad \therefore \text{ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು } 39 \text{ ಮತ್ತು } 13 \text{ ಆಗಿವೆ.}$$

17) ಎರಡು ಪರಿಮಾರಕ ಹೋನಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಹೋನವು ಚಿಕ್ಕ ಹೋನಕ್ಕಿಂತ 18 ದಿಗ್ರಿ ಅಧಿಕವಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18) ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡಪೊಂದರ ತರಬೇತುಗಾತ್ರಾಯಿ 7 ಬ್ಯಾಟುಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ. 3800ಕ್ಕೆ ಹೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗೂ 3 ಬ್ಯಾಟುಗಳು ಮತ್ತು 5 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ. 1750ಕ್ಕೆ ಹೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೆಂಡನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಫೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ $\frac{9}{11}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಅದೇ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಫೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\frac{5}{6}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) ಇದು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಜೀಕ್ಬಾರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಜೀಕ್ಬಾರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಏಳರಷ್ಟಿತ್ತು. ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಲೇಖಿಸಿ.

21) ಇದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಆಗಿತ್ತು. ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22) ಹೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅನಂತ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$2x - 3y = 7,$$

$$(k+1)x + (1-2k)y = (5k-4)$$

ಪರಿಹಾರ:- ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು (ಅದರ್ಥ ರೂಪದಲ್ಲಿ)

$$2x - 3y - 7 = 0 \quad \text{ಇಲ್ಲಿ } a_1 = 2, \quad b_1 = -3, \quad c_1 = -7,$$

$$(k+1)x + (1-2k)y + (4-5k) = 0 \quad \text{ಇಲ್ಲಿ } a_2 = k+1, \quad b_2 = 1-2k, \quad c_2 = 4-5k$$

ಅಪರಿಮಿತ (ಅನಂತ) ಪರಿಹಾರಗಳಿದ್ದರೆ, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$$\frac{2}{k+1} = \frac{-3}{1-2k} = \frac{-7}{4-5k}$$

$$\frac{2}{k+1} = \frac{-3}{1-2k} \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \frac{-3}{1-2k} = \frac{-7}{4-5k}$$

$$2 - 4k = -3k - 3$$

$$-12 + 15k = -7 + 14k$$

$$2 + 3 = 4k - 3k$$

$$15k - 14k = 12 - 7$$

$$k = 5$$

$$k = 5$$

23) ಹೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅನಂತ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$kx + 3y - (k - 3) = 0$$

$$12x + ky - k = 0$$

4 Marks Questions (LA-2)

24) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$$x - 2y = 0$$

$$3x + 4y = 20$$

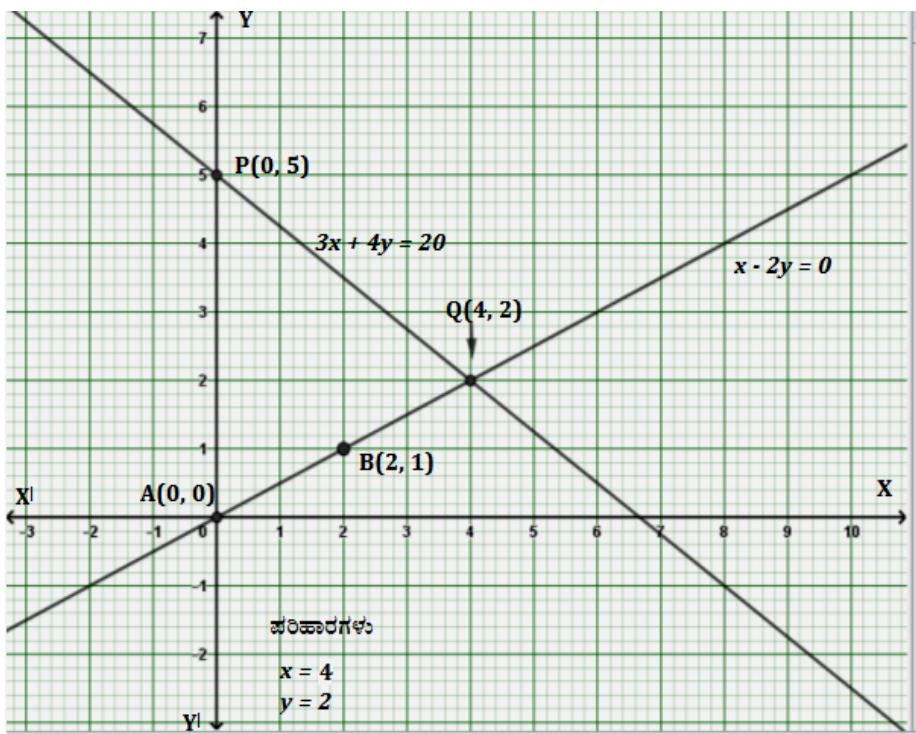
ಪರಿಹಾರ : $x - 2y = 0$

$$3x + 4y = 20$$

x	0	2	4
$y = \frac{x}{2}$	0	1	2

x	0	4	-4
$y = \frac{20 - 3x}{4}$	5	2	8

ಸ್ಕ್ರೋ : X ಅಕ್ಷ : 1cm = 1ಮಾನ ಮತ್ತು Y ಅಕ್ಷ : 1cm = 1ಮಾನ



25) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $2x - y = 2$

$$4x - y = 4$$

(iv) $2x + y - 6 = 0$

$$2x - y - 2 = 0$$

(vii) $2x + y = -7$

$$x - y = 1$$

(x) $3x + 2y = 0$

$$2x - y = 7$$

(ii) $x + 3y = 6$

$$2x - 3y = 12$$

(v) $x = y - 6$

$$y = 2 - x$$

(viii) $x - 2y = 2$

$$2x - y = -2$$

(xi) $2x + 3y = -2$

$$3x - y = 8$$

(iii) $x + y = 5$

$$2x - y = 4$$

(vi) $x + 2y = 0$

$$2x + y + 6 = 0$$

(ix) $x - 2y = 0$

$$x + 2y = -8$$

(xii) $x - y = 4$

$$2x + y = 5$$

5 Marks Questions (LA-3)

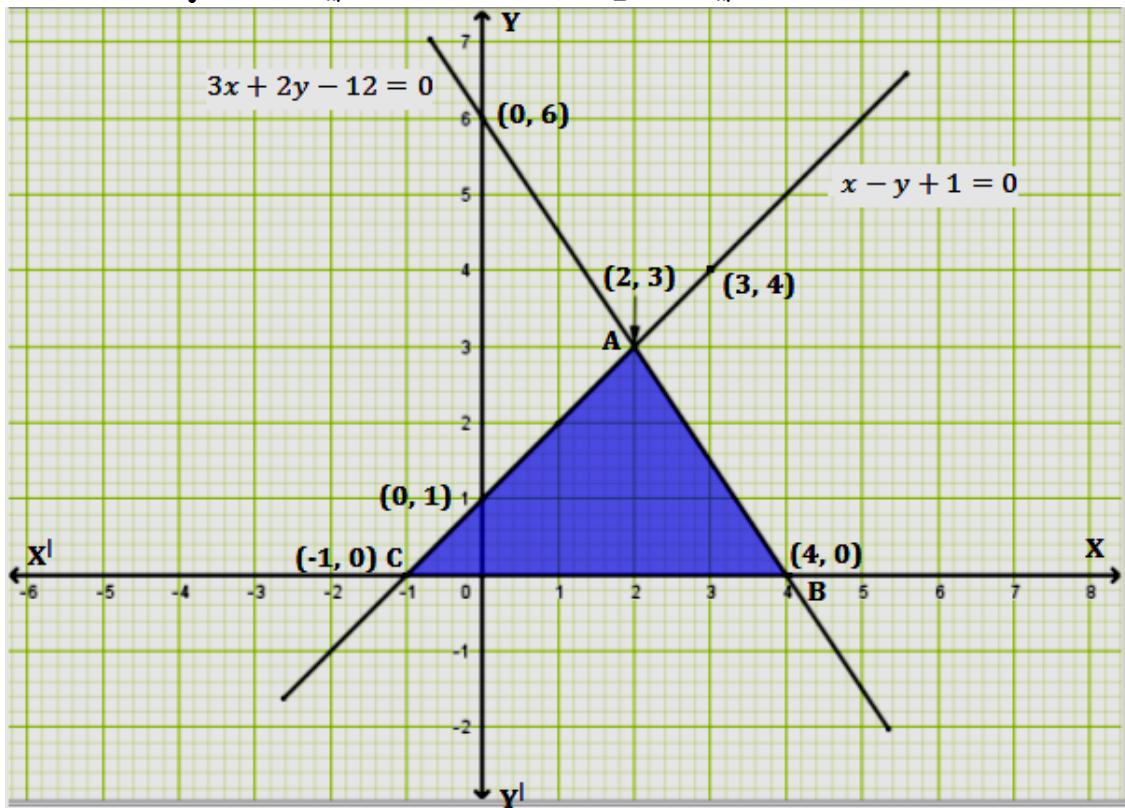
26) $x - y + 1 = 0$ ಮತ್ತು $3x + 2y - 12 = 0$ ಸಮೀಕರಣಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು $x -$ ಅಕ್ಷದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಹಾಗೂ ಈ ತ್ರಿಕೋನಿಯ ವಲಯವನ್ನು ಫಾಯೆಗೊಳಿಂಬಿ.

ಪರಿಹಾರ : $x - y + 1 = 0 \quad 3x + 2y - 12 = 0$

x	0	2	3
$y = x + 1$	1	3	4

x	0	2	4
$y = \frac{12 - 3x}{2}$	6	3	0

ಸ್ಕೋ : X ಅಕ್ಷ : 1cm = 1ಮಾನ ಮತ್ತು Y ಅಕ್ಷ : 1cm = 1ಮಾನ



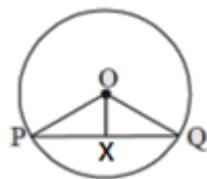
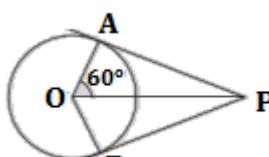
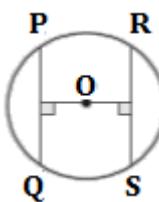
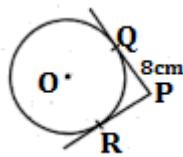
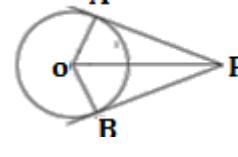
ಫಾಟಕ - 4 : ವೃತ್ತಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

- 1) ವೃತ್ತ ಫೇದಕದ ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದ ಎರಡು ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಇಕ್ಕೆಷಾದಾಗ ದೊರೆಯುವುದೇ

A) ಫೇದಕ B) ಸ್ಪರ್ಶಕ C) ರೇಖಾವಿಂದ D) ವ್ಯಾಸ
- 2) ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

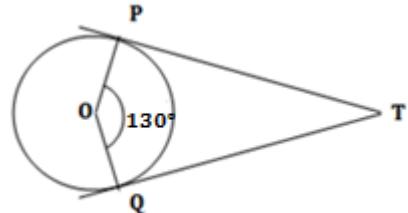
A) 2 B) 1 C) ಅನಂತ D) 3

- 3) ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಫೇದಿಸುವ ರೇಖೆ
- A) ತ್ರಿಜ್ಯ
B) ಸ್ಪರ್ಶಕ
C) ಫೇದಕ
D) ರೇಖಾವಿಂಡ
- 4) ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಸರಳರೇಖೆ
- A) ಸ್ಪರ್ಶಕ
B) ವ್ಯಾಸ
C) ಫೇದಕ
D) ರೇಖಾವಿಂಡ
- 5) ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಗರಿಷ್ಠ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
- A) 1
B) 3
C) 2
D) ಅನಂತ
- 6) ಪಕ್ಷದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ OX ಲಂಬವಾಗಿದೆ.
 $OX = 3\text{ cm}$ ಆದರೆ PQ ಜ್ಯಾನ ಉದ್ದ್ವಷ್ಟು
- A) 5 cm
B) 4 cm
C) 8 cm
D) 10 cm
- 
- 7) ಪಕ್ಷದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೋನ $\angle AOP = 60^\circ$ ಆದರೆ ಕೋನ $\angle APO =$
- A) 120°
B) 90°
C) 60°
D) 30°
- 
- 8) ಪಕ್ಷದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ ಮತ್ತು RS ಗಳು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳು. $PQ = 6\text{cm}$ ಆದರೆ $RS =$
- A) 5 cm
B) 6 cm
C) 8 cm
D) 3 cm
- 
- 9) PQ ಮತ್ತು PR ಎಂಬ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಎಳೆದಿದೆ. $\angle RPQ = 90^\circ$ ಮತ್ತು $PQ = 8\text{cm}$ ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು
- A) 5 cm
B) 6 cm
C) 8 cm
D) 3 cm
- 
- 10) ಪಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'O' ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ PA ಮತ್ತು PB ಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. $\angle APB = 40^\circ$ ಆದರೆ, $\angle AOB$ ಅಳತೆಯು
- A) 90°
B) 50°
C) 140°
D) 150°
- 
- 11) ಪಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ BC ಯು ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. 'A'ನ ಅಳತೆಯು
- A) 90°
B) 50°
C) 180°
D) 160°
- 12) 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 5cm ದೂರದ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ್ವಷ್ಟು
- A) 4 cm
B) 3.5 cm
C) 4.5 cm
D) 5.5 cm
- 13) 'O' ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 25cm ದೂರದ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ್ವಷ್ಟು 24cm ಆದರೆ, ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು

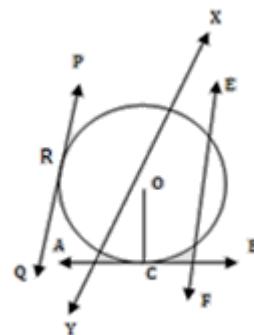
- A) 7 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 24.5 cm

1 Mark Questions (VSA)

- 14) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle POQ = 130^\circ$ ಅಗಿರುವಂತೆ, O ಕೇಂದ್ರವಳ್ಳಿ ವೃತ್ತಕೆ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle PTQ$ ದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?



- 15) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ	1) B	2) B	3) B	4) C	5) C
6) C	7) D	8) B	9) C	10) C	11) A
12) A	13) A	14) $\angle PTQ = 50^\circ$	15) PQ ಮತ್ತು AB		

3 Marks Questions (SA)

- 16) ಪಕ್ಷದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ABCD ಚತುಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ.

$AB + CD = AD + BC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:- ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AP = AS$ ----> (1) (ಪ್ರಮೇಯ)

$BP = BQ$ ----> (2) (ಪ್ರಮೇಯ)

$CQ = CR$ ----> (3) (ಪ್ರಮೇಯ)

$DR = DS$ ----> (4) (ಪ್ರಮೇಯ)

$$\text{LHS} = AB + CD$$

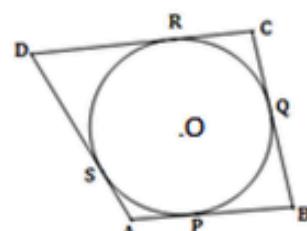
$$= (AP + BP) + (DR + CR) \text{ (ಚಿತ್ರದಿಂದ)}$$

$$= (AS + BQ) + (DS + CQ) \text{ (ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ)}$$

$$= (AS + DS) + (BQ + CQ)$$

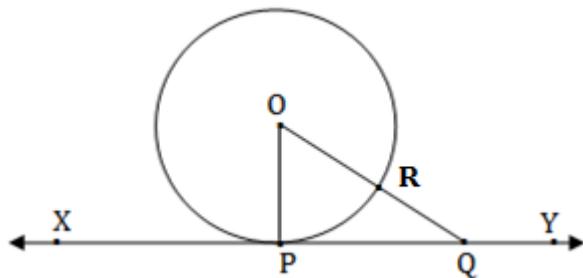
$$= AD + BC$$

$$= \text{RHS}$$



3 Marks Questions (LA-1)

- 17) ಪ್ರಮೇಯ:- “ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.” ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ XY ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

P ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯ OP ಆಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $OP \perp XY$

ರಚನೆ: P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ XY ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು Q ಗುರಿಸಿದೆ.

OQ ಸೇರಿಸಿದೆ. OQ ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತವನ್ನು R ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನ: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OQ > OR$ (\because ಚಿತ್ರದಿಂದ)

ಆದರೆ $OP = OR$ (\because ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

ಅಂದರೆ $OQ > \text{ತ್ರಿಜ್ಯ } OP$

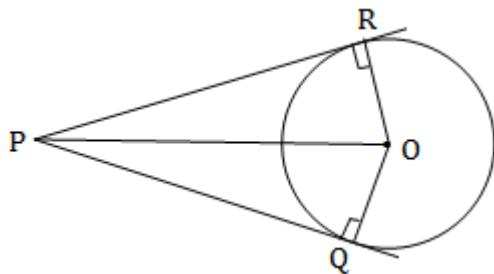
P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ XY ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳಿಗೂ ಇದು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ O ಬಿಂದುವಿನಿಂದ XY ಮೇಲಿನ ಇತರೇ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳಿಗಿರುವ ದೂರಕ್ಕಿಂತ OP ಯು ಕನಿಷ್ಠ ಉದ್ದ್ವಾಗನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$

\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

- 18) ಪ್ರಮೇಯ:- “ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ” ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದಾತ್ತ: O ವೃತ್ತಕ್ಕೆಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು,

PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು P ಯಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ: $PQ = PR$

ರಚನೆ: OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಏಳಿಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ: $\Delta OQP \cong \Delta ORP$ ಗಳಲ್ಲಿ

$$OQ = OR \quad (\because \text{ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮ})$$

$$OP = OP \quad (\because \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು})$$

$$\angle Q = \angle R = 90^\circ \quad (\because \text{ಸ್ಪರ್ಶಕ } \perp \text{ ತ್ರಿಜ್ಯ})$$

$$\Delta OQP \cong \Delta ORP \quad (\text{ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ})$$

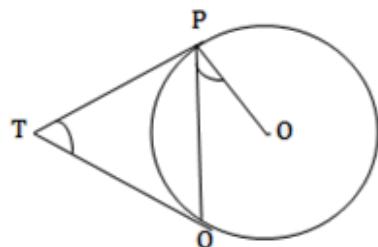
$$PQ = PR \quad (\text{ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು})$$

\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

- 19) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು

T ಯಿಂದ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.

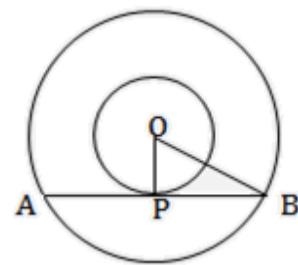
$\angle PTQ = 2\angle OPQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



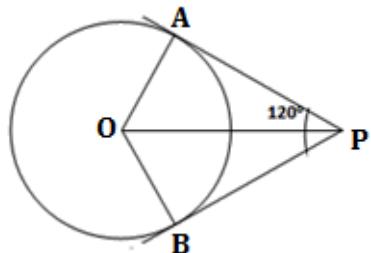
- 20) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಇರುವ ಎರಡು ಏಕಕೆಂದ್ರೀಯ

ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 3cm ಮತ್ತು 5cm ಆಗಿವೆ. ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತವನ್ನು

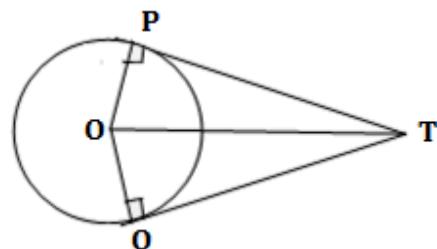
ಸ್ಪರ್ಶಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



- 21) PA ಮತ್ತು PB ಗಳು O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P
ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು. $\angle APB = 120^\circ$
ಹಾಗಾದರೆ $OP = 2AP$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
(ಸುಳಿಹು : ΔOAP ಯಲ್ಲಿ $\cos 60^\circ = \frac{AP}{OP}$)



- 22) ಹೊಟ್ಟಿರುವ ಜಿತ್ತೆದಲ್ಲಿ O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು T ಯಿಂದ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.
 $\angle PTQ + \angle POQ = 180^\circ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

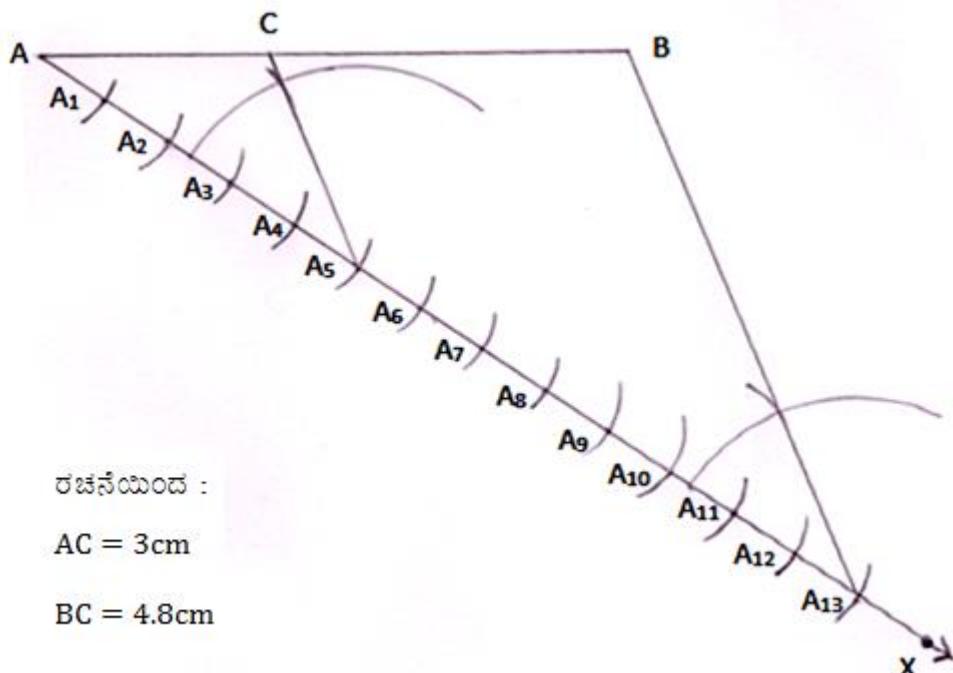


ಘಟಕ - 6 : ರಚನೆಗಳು

1 Marks Questions (SA)

- 1) 7.6cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5:8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.
ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $AB = 7.8\text{cm}$ ಮತ್ತು $AC : BC = 5 : 8$

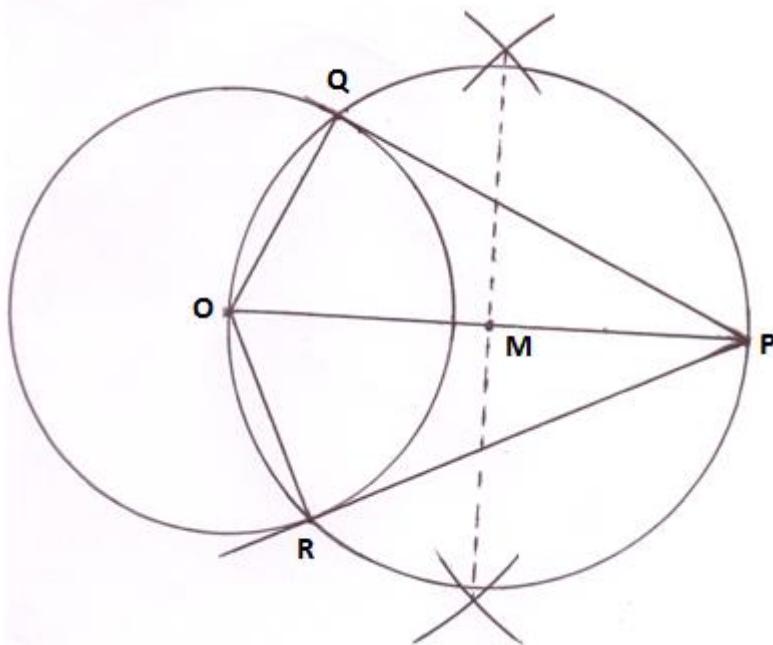


- 2) 8.5cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.
ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

- 3) 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 3\text{ cm}$

$$OP = 7\text{ cm}$$



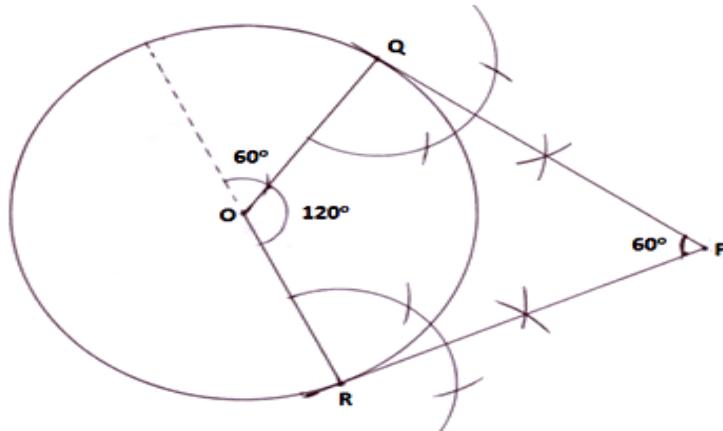
ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು $PQ = PR = 6.3\text{ cm}$

- 4) 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
- 5) 2.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
- 6) 5cm ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
- 7) 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವೃತ್ತದಿಂದ 4cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
- 8) 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಏಳಿಯಿರಿ. ಇದರ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎರಡೂ ಕರೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ. ಅದರ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವು 7cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ P ಮತ್ತು Q ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
- 9) 2cm ಮತ್ತು 4cm ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರಿಯ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

- 10) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
(ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಕೈವಾರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ)

ಪರಿಹಾರ : ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 3\text{cm}$, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $= 60^\circ$

ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$



ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು PQ ಮತ್ತು PR

- 11) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 120° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
12) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
13) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 90° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
14) 5 cm ವ್ಯಾಸದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 120° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
15) 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 45° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ

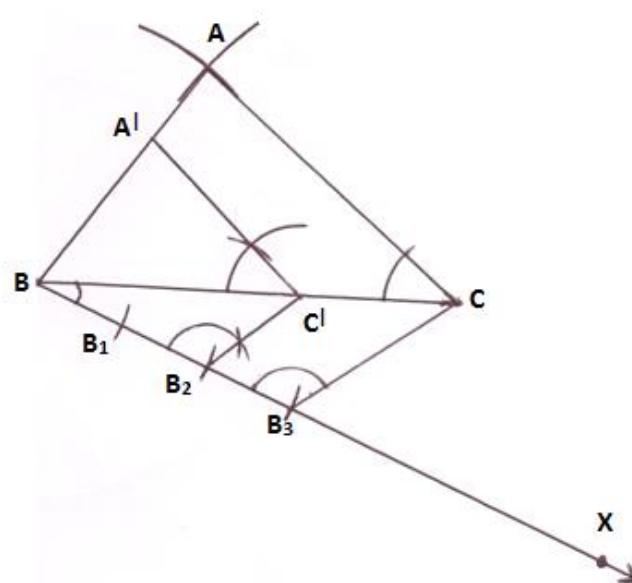
3 / 4 Marks Questions (LA-1)

- 16) $AB = 4\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$ ಮತ್ತು $BC = 6\text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಗೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹ್ಯವು ವೊದಲು ರಚಿಸಿದ ABC

ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹ್ಯಗಳ $\frac{2}{3}$
ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು. $AB = 4\text{ cm}$

$$AC = 5\text{ cm}$$

$$BC = 6\text{ cm}$$



$$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{2}{3}$$

- 17) 6 cm, 7 cm ಮತ್ತು 9 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 18) BC = 6 cm, AB = 5 cm ಮತ್ತು $\angle ABC = 60^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ΔABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{4}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 19) BC = 7 cm, $\angle A = 45^\circ$ ಮತ್ತು $\angle B = 105^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ΔABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 20) ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ್ಯಾ 3 cm ಮತ್ತು 4 cm ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 21) 5 cm, 6 cm ಮತ್ತು 7 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 22) ಪಾದ 8 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4 cm ಇರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಭಾಂತ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಸಮದ್ವಿಭಾಂತ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $1\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಘಟಕ - 7 : ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

1 Mark Questions (MCQ)

- 1) $P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೂಲಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವು
- A) $\sqrt{x^2 + y^2}$ B) $\sqrt{x + y}$ C) $\sqrt{x - y}$ D) $\sqrt{(x^2 + y^2)^2}$
- 2) $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು
- A) $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 - (y_2 + y_1)^2}$ B) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 C) $(x_2 + x_1)^2 - (y_2 + y_1)^2$ D) $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
- 3) (4, 6) ಮತ್ತು (6, 8) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು
- A) $\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು B) 2 ಮಾನಗಳು C) $2\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು D) 4 ಮಾನಗಳು
- 4) (0, 5) ಮತ್ತು (-5, 0) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು
- A) $5\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು B) 5 ಮಾನಗಳು C) $2\sqrt{5}$ ಮಾನಗಳು D) $\sqrt{10}$ ಮಾನಗಳು
- 5) ಮೂಲ ಬಿಂದು ಮತ್ತು (4, -3) ಬಿಂದುವಿನ ನಡುವಿನ ದೂರವು
- A) 1 ಮಾನ B) 5 ಮಾನಗಳು C) 7 ಮಾನಗಳು D) -1 ಮಾನ
- 6) P(-6, 8) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ Q(0, 0) ಬಿಂದುವಿಗೆ ಇರುವ ದೂರವು
- A) 2 ಮಾನಗಳು B) 4 ಮಾನಗಳು C) 10 ಮಾನಗಳು D) 14 ಮಾನಗಳು

- 7) ಬಿಂದು $P(x, y)$ ಯು ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 5 ಮಾನಗಳಪ್ಪು ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಬಿಂದು P ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು
- A) $(-2, 3)$ B) $(1, 2)$ C) $(3, 3)$ D) $(3, 4)$
- 8) ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು
- A) $(1, 1)$ B) $(-1, 0)$ C) $(0, 1)$ D) $(0, 0)$
- 9) $(2, 3)$ ಮತ್ತು $(4, 7)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾವಿಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(3, b)$ ಆದರೆ, b ಬೆಲೆಯು
- A) 2 B) 4 C) 5 D) 10
- 10) $(-6, 5)$ ಮತ್ತು $(-2, 3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾವಿಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(\frac{a}{3}, 4)$ ಆದರೆ, a ಬೆಲೆಯು
- A) -4 B) -12 C) 12 D) -6
- 11) $A(-3, b)$ ಮತ್ತು $B(1, b+4)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾವಿಂಡ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(-1, 1)$ ಆದರೆ, b ಬೆಲೆಯು
- A) 1 B) -1 C) 2 D) 0
- 12) x - ಅಕ್ಷದಿಂದ $A(3, 5)$ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಲಂಬ ದೂರ
- A) 3 ಮಾನಗಳು B) 5 ಮಾನಗಳು C) 6 ಮಾನಗಳು D) 8 ಮಾನಗಳು

1 Mark Questions (VSA)

- 13) $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾವಿಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- 14) $(2, 3)$ ಮತ್ತು $(4, 1)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 15) ಮೂಲ ಬಿಂದು ಮತ್ತು $(12, -5)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 16) $(2, 3)$ ಮತ್ತು $(4, 7)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾವಿಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) A	2) B	3) C	4) A	5) B	6) C	7) D	8) D	9) C
10) B	11) B	12) B	13) $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$	14) $2\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು	15) 13 ಮಾನಗಳು	16) $(3, 5)$			

- 17) ಮೂಲಜಿಂದುವಿನಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- i) $(6, -8)$ ii) $(4, -3)$ iii) $(5, -5)$ iv) $(12, -5)$ v) $(-6, 8)$

2 Marks Questions (SA)

- 18) $(8, 5)$ ಮತ್ತು $(6, 3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾವಿಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : $(x_1, y_1) = (8, 5)$ $(x_2, y_2) = (6, 3)$

$$\text{ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು } (x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$(x, y) = \left(\frac{8+6}{2}, \frac{5+3}{2} \right)$$

$$(x, y) = \left(\frac{14}{2}, \frac{8}{2} \right) \therefore (x, y) = (7, 4)$$

- 19) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- (8, 3) (8, -7)
 - (6, 5) (4, 4)
 - (2, 0) (0, 3)

- (2, 8) (6, 8)
- (4, 6) (6, -3)

- 20) ಸಾಂಕೀರ್ಣಿಕಯನ್ನು ಸಮಶಲದಲ್ಲಿ $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಘೋಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ದತ್ತ ಬಿಂದುಗಳು $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ PR ಮತ್ತು QS ಲಂಬಗಳನ್ನು X - ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಎಳೆದಿದೆ.

$$OR = x_1, OS = x_2$$

$$RS = PT = x_2 - x_1$$

$$RP = ST = y_1, QS = y_2$$

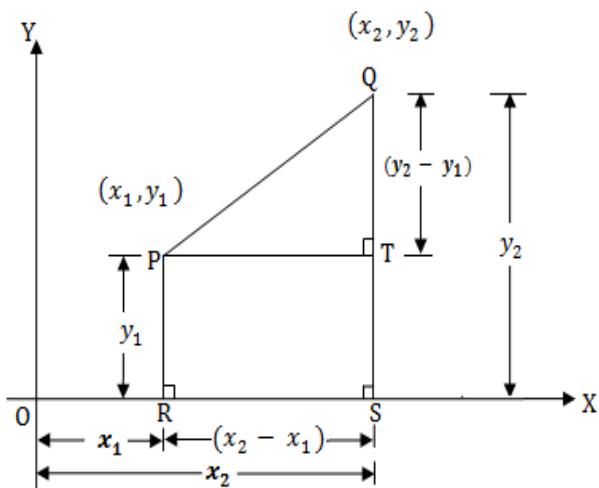
$$TQ = y_2 - y_1$$

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $PT \perp QS$ ಅಗಿದೆ.

$$\Delta PTQ \text{ ದಲ್ಲಿ } PQ^2 = PT^2 + TQ^2$$

(ಃಪ್ರೇರ್ಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$$PQ^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$



$$\therefore PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ ಮಾನಗಳು}$$

- 21) (0, 0) ಮತ್ತು (36, 15) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $(x_1, y_1) = (0, 0)$ $(x_2, y_2) = (36, 15)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(36 - 0)^2 + (15 - 0)^2}$$

$$d = \sqrt{(36)^2 + (15)^2}$$

$$d = \sqrt{1296 + 225}$$

$$d = \sqrt{1521}$$

$$d = 39 \text{ ಮಾನಗಳು}$$

- 22) (-5, -7) ಮತ್ತು (-1, 3) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 23) (a, b) ಮತ್ತು (-a, -b) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಿ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $(6, 4)$ & $(3, 1)$ ii) $(8, 6)$ & $(3, 1)$ iii) $(6, 4)$ & $(3, 1)$

iv) $(1, 7)$ & $(4, 2)$ v) $(-1, -1)$ & $(-4, 4)$

25) $P(2, -3)$ ಮತ್ತು $Q(10, y)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 10 ಮಾನಗಳಾದರೆ y ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) $(7, 6)$ ಮತ್ತು $(-3, 4)$ ಬಿಂದುಗಳು x -ಅಕ್ಷದ ಯಾವ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $(7, 6)$ ಮತ್ತು $(-3, 4)$

x -ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು $(x, 0)$ ದತ್ತ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

$$(x - 7)^2 + (0 - 6)^2 = [(x - (-3))^2 + (0 - 4)^2]$$

$$(x - 7)^2 + 36 = (x + 3)^2 + 16$$

$$x^2 - 14x + 49 + 36 = x^2 + 6x + 9 + 16$$

$$85 - 25 = 20x$$

$$20x = 60 \quad \therefore x = 3$$

x -ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು $(x, 0) = (3, 0)$

27) $(2, -5)$ ಮತ್ತು $(-2, 9)$ ರಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ x -ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) $P(x, y)$ ಬಿಂದುವು $A(6, 2)$ ಮತ್ತು $B(-2, 6)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ $y = 2x$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

29) $A(6, 1)$, $B(8, 2)$, $C(9, 4)$ ಮತ್ತು $D(p, 3)$ ಬಿಂದುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ

ಶೃಂಗಳಾದರೆ p ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅಧಿಕ್ಷಿತವೇ.

AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು $= BD$ ಯ

ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು

$$\therefore M(x, y) = \left(\frac{6+9}{2}, \frac{1+4}{2} \right)$$

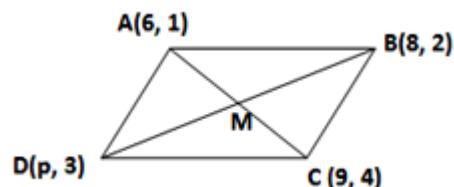
$$= \left(\frac{p+8}{2}, \frac{3+2}{2} \right)$$

$$M(x, y) = \left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2} \right) = \left(\frac{p+8}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

$$\frac{p+8}{2} = \frac{15}{2}$$

$$p+8 = 15$$

$$p = 15 - 8 = 7$$



3 Marks Questions (LA 1)

30) ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವು ಸಮದ್ವಿಭಾಷು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಹೋರಿಸಿ.

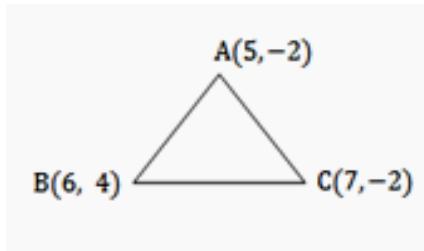
$$A(5, -2) \quad B(6, 4) \quad \text{ಮತ್ತು} \quad C(7, -2)$$

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(6 - 5)^2 + [4 - (-2)]^2}$$

$$AB = \sqrt{(1)^2 + (6)^2}$$

$$AB = \sqrt{1 + 36} = \sqrt{37} \text{ ಮಾನಗಳು}$$



$$BC = \sqrt{(6 - 7)^2 + [4 - (-2)]^2}$$

$$BC = \sqrt{(-1)^2 + (6)^2}$$

$$BC = \sqrt{1 + 36} = \sqrt{37} \text{ ಮಾನಗಳು}$$

$$AC = \sqrt{(7 - 5)^2 + [-2 - (-2)]^2}$$

$$AC = \sqrt{(2)^2 + (-2 + 2)^2}$$

$$AC = \sqrt{4 + 0} = 2 \text{ ಮಾನಗಳು}$$

$$\therefore AB = BC = \sqrt{37} \text{ ಮಾನಗಳು}$$

ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು ಸಮದ್ವಿಭಾಷು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ.

31) (3, 0) (6, 4) (-1, 3) ಬಿಂದುಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

32) (9, 0) (9, 6) (-9, 6) (-9, 0) ಆಯತದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

33) (10, -6)(2, 5)(-1, 3) ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } x_1 = 10, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -1,$$

$$y_1 = -6, \quad y_2 = 5, \quad y_3 = 3$$

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [10(5 - 3) + 2(3 - (-6)) + -1(-6 - 5)]$$

$$= \frac{1}{2} [10(2) + 2(9) + -1(-11)]$$

$$= \frac{1}{2} [20 + 18 + 11]$$

$$= \frac{1}{2} [49]$$

$$= \frac{49}{2} = 24.5 \text{ ಜದರ ಮಾನಗಳು.}$$

34) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- i) (2, -2), (-2, 1), (5, 2) ii) (2, 3), (-1, 0), (2, -4)
 iii) (-5, 7), (-4, -5), (4, 5) iv) (-5, -1), (3, -5), (5, 2)
 v) A(3, 8) B(-4, 2), C(5, -1) vi) A(1, -1), B(-4, 6), C(-3, -5)

35) (-3, 12), (7, 6), (x, 9) ಬಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ x ನ ಚೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } x_1 = -3, \quad x_2 = 7, \quad x_3 = x,$$

$$y_1 = 12, \quad y_2 = 6, \quad y_3 = 9$$

ಬಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ, ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 0

$$\therefore \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$\frac{1}{2} [-3(6 - 9) + 7(9 - 12) + x(12 - 6)] = 0$$

$$\frac{1}{2} [-3(-3) + 7(-3) + x(6)] = 0$$

$$\frac{1}{2} [9 - 21 + 6x] = 0$$

$$\frac{1}{2} [-12 + 6x] = 0$$

$$-12 + 6x = 0$$

$$6x = 12 \quad \therefore x = 2$$

ಪರೀಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನ :

$$\begin{array}{l} \text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc} -3 & 12 & \\ 7 & 6 & \\ x & 9 & \\ -3 & 12 & \end{array} \right| \end{array}$$

$$0 = \frac{1}{2} [\{(-3)6 + 7(9) + x(12)\} - \{12(7) + 6(x) + 9(-3)\}]$$

$$0 = \frac{1}{2} \{[-18 + 63 + 12x\} - \{84 + 6x - 27\}]$$

$$0 = \frac{1}{2} [\{45 + 12x\} - \{57 + 6x\}]$$

$$0 = \frac{1}{2} [45 + 12x - 57 - 6x]$$

$$0 = \frac{1}{2} [6x - 12]$$

$$6x - 12 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

36) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ, p ನ ಬೇಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $(3, 2), (4, p), (5, 3)$ ii) $(-3, 9), (2, p), (4, -5)$

37) $(1, -1), (5, 2)$ ಮತ್ತು $(9, 5)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವೆಂದು ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ.

38) $(-5, 11)$ ಮತ್ತು $(4, -7)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ $7:2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $(x_1, y_1) = (-5, 11), (x_2, y_2) = (4, -7), m_1:m_2 = 7:2$

$$P(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{7(4) + 2(-5)}{7 + 2}, \frac{7(-7) + 2(11)}{7 + 2} \right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{28 - 10}{9}, \frac{-49 + 22}{9} \right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{18}{9}, \frac{-27}{9} \right)$$

$$P(x, y) = (2, -3)$$

39) $(8, 2)$ ಮತ್ತು $(-6, 9)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು $(2, 5)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) $(-3, -1)$ $(-8, 9)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು $(-6, a)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ a ಯ ಬೇಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

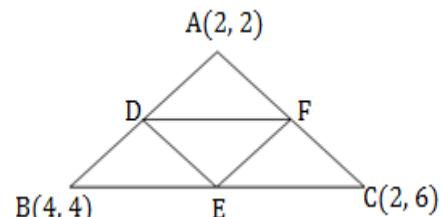
41) ಮೂಲ ಬಿಂದು O ಆಗಿದೆ. $B(-6, 9)$ ಮತ್ತು $C(12, -3)$ ಗಳು ΔABC ಯ ಶೃಂಗಗಳು. P ಯು OB ಯನ್ನು $1:2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದುವು OC ಯನ್ನು $1:2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ, $PQ = \frac{1}{3}BC$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

4 Marks Questions (LA 2)

42) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಒತ್ತುದಲ್ಲಿ D, E, F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, AC

ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ, ತ್ರಿಭುಜ DEF ನ ವಿಶ್ಲೇಷಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :- D, E, F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.



$$D \text{ ಮಧ್ಯ } \text{ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು} = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{4+2}{2} \right) = (3, 3) = (x_1, y_1)$$

$$E \text{ ಮಧ್ಯ } \text{ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು} = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{4+6}{2} \right) = (3, 5) = (x_2, y_2)$$

$$F \text{ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು} = \left(\frac{2+2}{2}, \frac{6+2}{2} \right) = (2, 4) = (x_3, y_3)$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 2$$

$$y_1 = 3, \quad y_2 = 5, \quad y_3 = 4$$

$$\text{ತ್ರಿಭುಜ } DEF \text{ ವಿಷೀಣು} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [3(5 - 4) + 3(4 - 3) + 2(3 - 5)]$$

$$= \frac{1}{2} [3(1) + 3(1) + 2(-2)]$$

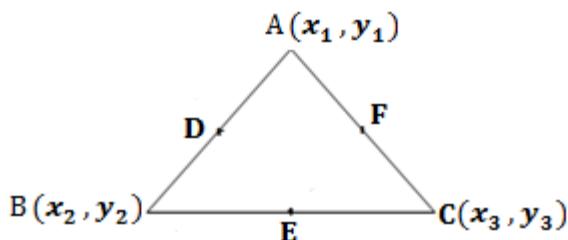
$$= \frac{1}{2} [3 + 3 - 4]$$

$$= \frac{1}{2} [2]$$

= 1 ಜಡರ ಮಾನ.

5 Marks Questions (LA 3)

- 43) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $D(3, 3), E(3, 5), F(2, 4)$ ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ, ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಶೃಂಗಗಳ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ :– D, E, F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

$$D \text{ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು } (3, 3) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$D \text{ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು } \left(\frac{6}{2}, \frac{6}{2} \right) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$x_1 + x_2 = 6 \quad \dots \dots \rightarrow (1) \quad \text{ಮತ್ತು} \quad y_1 + y_2 = 6 \quad \dots \dots \rightarrow (2)$$

$$E \text{ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು } (3, 5) = \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2} \right)$$

$$E \text{ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು } \left(\frac{6}{2}, \frac{10}{2} \right) = \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2} \right)$$

$$x_2 + x_3 = 6 \quad \text{---->(3)} \quad \text{ಮತ್ತು} \quad y_2 + y_3 = 10 \quad \text{---->(4)}$$

$$\text{F ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು } (2, 4) = \left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2} \right)$$

$$\text{F ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು } \left(\frac{4}{2}, \frac{8}{2} \right) = \left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2} \right)$$

$$x_1 + x_3 = 4 \quad \text{---->(5)} \quad \text{ಮತ್ತು} \quad y_1 + y_3 = 8 \quad \text{---->(6)}$$

ಸ. (1), (3), (5) ನ್ನು ಕೊಡಿದಾಗ,

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$\therefore x_1 = 8 - 6 = 2$$

$$\therefore x_2 = 8 - 4 = 4$$

$$\therefore x_3 = 8 - 6 = 2$$

$$\therefore A(x_1, y_1) = A(2, 2).$$

ಸ. (2), (4), (6) ನ್ನು ಕೊಡಿದಾಗ,

$$2y_1 + 2y_2 + 2y_3 = 24$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 12$$

$$\therefore y_1 = 12 - 10 = 2$$

$$\therefore y_2 = 12 - 8 = 4$$

$$\therefore y_3 = 12 - 6 = 6$$

$$B(x_2, y_2) = B(4, 4), \quad C(x_3, y_3) = C(2, 6)$$

ಫಣಕ - 10 : ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ?

A) $x^2 + x^3 = 2$ B) $p(p - 3) = 0$ C) $x^2 = 6 + x^2 - x$ D) $x^2 + \frac{1}{x} = 5$

2) $x^2 + 1 = 101$ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆಯು

A) ± 1 B) ± 10 C) ± 11 D) $\pm \sqrt{10}$

3) $2x^2 - 5x - 1 = 0$ ಈ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯು

A) 33 B) 3 C) 0 D) 35

4) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ

A) $b^2 - ac$ B) $b^2 - 4ac$ C) $\sqrt{b^2 - 4ac}$ D) $b^2 + 4ac$

5) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $\frac{b}{2} = \sqrt{ac}$ ಆದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

A) ಸಮನಾಗಿವೆ B) ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ C) ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಗಳಾಗಿವೆ D) ವ್ಯತ್ಸ್ಥಮಗಳಾಗಿವೆ.

6) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a = c$ ಆದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

A) ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು B) ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು C) ಯಾಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು D) ವ್ಯತ್ಸ್ಥಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

7) $x^2 = 49$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

A) 7 ಮತ್ತು -7 B) 24 ಮತ್ತು 5 C) 8 ಮತ್ತು -8 D) 7 ಮತ್ತು 0

8) $x^2 - 4 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

- A) 2 ಮತ್ತು 0 B) 2 ಮತ್ತು -2 C) 4 ಮತ್ತು 5 D) 1 ಮತ್ತು -1
- 9) $x^2 - 4x = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು
- A) 0 ಮತ್ತು 2 B) -4 ಮತ್ತು 0 C) -2 ಮತ್ತು 0 D) 0 ಮತ್ತು 4

1 Mark Questions (VSA)

- 10) $ax^2 + bx + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ ಆಗಿದ್ದಾಗ, ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
- 11) $143 = t^2 - 1$ ಆದರೆ t ಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.
- 12) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದಶರ್ಥ ರೂಪ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) B	2) B	3) A	4) B	5) A	6) D	7) A	8) B
	9) D	10) $b^2 - 4ac = 0$	11) ± 12	12) $ax^2 + bx + c = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)				

2 Marks Questions (SA)

- 13) $x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
- 14) ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- ಪರಿಹಾರ:- $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$
- $16x^2 - 8x + 1 = 0$ (ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು 8ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ)
- $16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$
- $4x(4x - 1) - 1(4x - 1) = 0$
- $(4x - 1)(4x - 1) = 0$
- $4x - 1 = 0, \quad 4x - 1 = 0$
- $4x = 1, \quad 4x = 1$
- ಮೂಲಗಳು $x = \frac{1}{4}, \quad x = \frac{1}{4}$
- ಮೊದಲ ಪದ = $+16x^2$, ಕಡೆಯ ಪದ = $+1$
- ಅವುಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ = $16x^2 = -4x \times -4x$
- ಮುಧ್ಯದ ಪದ = $-8x = -4x - 4x$
- 15) ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- (i) $16x^2 - 3x - 10 = 0$ (ii) $2x^2 + x - 6 = 0$ (iii) $100x^2 - 20x + 1 = 0$

- 16) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$$a = 4, \quad b = 4\sqrt{3}, \quad c = 3$$

$$\text{ಮೂಲಗಳು } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(4\sqrt{3}) \pm \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4(4)(3)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{16 \times 3 - 48}}{8}$$

$$x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{48 - 48}}{8}$$

$$x = \frac{-4\sqrt{3} \pm 0}{8}$$

$$x = \frac{-4\sqrt{3}}{8} \text{ ಅಥವಾ } x = \frac{-4\sqrt{3}}{8}$$

$$x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \text{ ಅಥವಾ } x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

17) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(i) 2x^2 + x - 4 = 0 \quad (ii) 2x^2 - 7x + 3 = 0 \quad (iii) 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(iv) x^2 + 2x - 15 = 0 \quad (v) x^2 - 11x + 30 = 0 \quad (vi) x^2 - 2x = 8$$

$$(vii) x^2 - 7x + 12 = 0 \quad (viii) x^2 - 4 = 3x \quad (ix) 2x^2 - 2\sqrt{2}x = -1$$

18) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ: } 3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$$

$$a = 3, \quad b = -4\sqrt{3}, \quad c = 4$$

$$\text{ಶೋಧಕ} = b^2 - 4ac$$

$$= (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4)$$

$$= 48 - 48$$

$$= 0$$

$$\therefore b^2 - 4ac = 0$$

\Rightarrow ಸಮೀಕರಣವು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ

19) $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ. ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳಿಷ್ಟರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ: } 3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$$

$$a = 3, \quad b = -2, \quad c = \frac{1}{3}$$

$$\text{ಶೋಧಕ} = b^2 - 4ac$$

$$= (-2)^2 - 4(3) \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= 4 - 4$$

$$= 0$$

$$\therefore b^2 - 4ac = 0$$

\Rightarrow ಸಮೀಕರಣವು ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

$$\text{ಅದ್ದರಿಂದ ಮೂಲಗಳು } \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(3)} \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(3)}$$

$$\text{ಮೂಲಗಳು } \frac{2}{2(3)} \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \frac{2}{2(3)}$$

$$\therefore \text{ಮೂಲಗಳು } \frac{1}{3} \text{ ಮತ್ತು } \frac{1}{3} \text{ ಆಗಿವೆ.}$$

20) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

21) $x^2 - 6x + 3 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

22) k ನ ಯಾವ ಚೆಲೆಗೆ $2x^2 + kx + 3 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ?

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } 2x^2 + kx + 3 = 0$$

$$a = 2, \quad b = k, \quad c = 3$$

$$\text{ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾದರೆ } b^2 - 4ac = 0$$

$$(k)^2 - 4(2)(3) = 0$$

$$k^2 - 24 = 0$$

$$k^2 = 24$$

$$\sqrt{k^2} = \sqrt{4 \times 6} = \pm 2\sqrt{6}$$

23) k ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ $kx(x - 2) + 6 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ?

24) 800m^2 ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ಒಂದು ಅಯತಾಕಾರದ ಮಾರ್ಪಿನ ತೋರಿನ ಉದ್ದವು ಅದರ ಅಗಲದ ಎರಡರಷ್ಟಿಂದರೆ, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- ಮಾರ್ಪಿನ ತೋರಿನ ಅಗಲ = x ಮೀ. ಆಗಿರಲಿ

$$\text{ಮಾರ್ಪಿನ ತೋರಿನ ಉದ್ದ} = 2x \text{ ಮೀ. (ದತ್ತ)}$$

$$\text{ಮಾರ್ಪಿನ ತೋರಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ}$$

$$(x)(2x) = 800$$

$$2x^2 = 800$$

$$x^2 = \frac{800}{2} = 400$$

$$x = \pm\sqrt{400} = \pm 20$$

$$\text{ಮಾರ್ಪಿನ ತೋರಿನ ಅಗಲ} = x = 20 \text{ m}$$

$$\text{ಮಾರ್ಪಿನ ತೋರಿನ ಉದ್ದ} = 2x = 2 \times 20 = 40 \text{ m}$$

25) ಒಂದು ಅಯತದ ಪಾದವು $(x + 5)\text{cm}$ ಮತ್ತು ಅದರ ಎತ್ತರ $(x - 5)\text{cm}$ ಆಗಿದೆ. ಅಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 56cm^2 ಗಳಾದರೆ, ಅಯತದ ಅಯಾಮಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- ಅಯತದ ಪಾದವು $(x + 5)\text{cm}$ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $(x - 5)\text{cm}$ ಆಗಿದೆ.

$$\text{ಅಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 56\text{cm}^2$$

$$(x + 5)(x - 5) = 56 \quad (\because \text{ಅಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ})$$

$$x^2 - 5^2 = 56 \quad \text{ಅಥವಾ} \quad (\text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ})$$

$$x^2 - 25 = 56$$

$$x^2 = 56 + 25$$

$$x^2 = 81$$

$$x^2 = 9^2$$

$$\therefore x = 9$$

$$\text{ಅಯತದ ಪಾದ} = (x + 5) = 9 + 5 = 14\text{cm}$$

$$\text{ಅಯತದ ಎತ್ತರ} = (x - 5) = 9 - 5 = 4\text{cm}$$

3 or 4 Marks Questions (LA-1/LA-2)

26) ಕಾವ್ಯ ಮತ್ತು ಕಾತೀಕ್ಷರ ವಯಸ್ಸು ಕ್ರಮವಾಗಿ 11 ಮತ್ತು 14 ವರ್ಷಗಳು. ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಾಭಿವೃದ್ಧಿ 304 ಆಗಲು ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :- ಕಾವ್ಯ ವಯಸ್ಸು 11 ವರ್ಷ

ಕಾತೀರ್ ವಯಸ್ಸು 14 ವರ್ಷ

x ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಕಾವ್ಯಭಾಗದ ವಯಸ್ಸು $(11 + x)$ ವರ್ಷ

x ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಕಾತೀರ್ ವಯಸ್ಸು $(14 + x)$ ವರ್ಷ

x ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಲಭವು 304 ಆಗಿರಲಿ.

$$\text{ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ } (11 + x)(14 + x) = 304$$

$$11 \times 14 + 11x + 14x + x^2 = 304$$

$$154 + 25x + x^2 - 304 = 0$$

$$x^2 + 25x - 150 = 0$$

$$x^2 + 30x - 5x - 150 = 0$$

$$(x^2 + 30x) - (5x + 150) = 0$$

$$x(x + 30) - 5(x + 30) = 0$$

$$x + 30 = 0 \quad \text{ಅಥವಾ} \quad x - 5 = 0$$

$$\therefore x = -30 \quad \text{ಅಥವಾ} \quad x = 5$$

ಅಂದರೆ 5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಲಭವು 304 ಆಗುತ್ತದೆ.

27) ಒಂದು ಬ್ರೋಡೇ ಪಾಟೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಡು ಮಕ್ಕಳ ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಆ ಪಾಟೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತೀ ಮಗುವೂ, ಅಲ್ಲಿದ್ದ ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಲಾ 2 ಗಫ್ಫ್‌ಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಒಟ್ಟು ಗಫ್ಫ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 264 ಆದರೆ, ಆ ಬ್ರೋಡೇ ಪಾಟೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :— ಆ ಬ್ರೋಡೇ ಪಾಟೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= x$ ಆಗಿರಲಿ.

ಒಂದು ಮಗು ಗಫ್ಫ್ ಕೊಡುವಾಗ, ಗಫ್ಫ್‌ಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= x - 1$

ತಲಾ 2 ರಂತೆ $(x - 1)$ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಒಂದು ಮಗು ಕೊಡುವ ಗಫ್ಫ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 2(x - 1)$

x ಮಕ್ಕಳ ಬಳಿ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ಗಫ್ಫ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= x \times 2 \times (x - 1)$

$$\text{ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ } x \times 2 \times (x - 1) = 264$$

$$2x^2 - 2x - 264 = 0$$

$$x^2 - x - 132 = 0 \quad (\text{ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು } 2\text{ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ})$$

$$x^2 - 12x + 11x - 132 = 0$$

$$(x^2 - 12x) + (11x - 132) = 0$$

$$x(x - 12) + 11(x - 12) = 0$$

$$x - 12 = 0 \quad \text{ಅಥವಾ} \quad x + 11 = 0$$

$$12 \times 11 = 132$$

$$-12 + 11 = -1$$

$\therefore x = 12$ ಅಥವಾ $x = -11$ (ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಯೂಣಾತ್ಕವಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ)

∴ ಬ್ರೋಡೇ ಪಾಟೆಯಲ್ಲಿ 12 ಮಕ್ಕಳು ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದರು

28) ಒಂದು ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೈಸ್ ರೈಲು ಮೈಸೂರು ಮತ್ತು ಬೆಂಗಳೂರಿನ ನಡುವಿನ 132km ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಹ್ಯಾಸೆಂಜರ್ ರೈಲಿಗಂತ 1 ಘಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ (ಮಧ್ಯಂತರ ನಿಲಾಣಗಳಲ್ಲಿ ರೈಲು ನಿಲ್ಲುವ ಸಮಯವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಲ್ಪಡು). ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೈಸ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವವು ಹ್ಯಾಸೆಂಜರ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವಕ್ಕಿಂತ 11 km/h ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ, ಆ ಏರಡೊ ರೈಲುಗಳ ಸರಾಸರಿ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :— ಹ್ಯಾಸೆಂಜರ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವ $= x \text{ km/h}$ ಆಗಿರಲಿ

ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೈಸ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವ $= (x + 11)\text{km/h}$

ಕ್ರಮಿಸುವ ದೂರ $= 132 \text{ km}$

$$\text{ಪ್ರಸೆಂಜರ್ ರೈಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ} = \frac{132}{x} \text{ h}$$

$$\text{ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ರೈಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ} = \frac{132}{x+11} \text{ h}$$

ಇವರಡು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 1 ಫಂಟೆಯಾದಾಗೆ

$$\therefore \frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$$

$$132(x+11) - 132x = x(x+11)$$

$$132x + 1452 - 132x = x^2 + 11x$$

$$x^2 + 11x - 1452 = 0$$

$$x^2 + 44x - 33x - 1452 = 0$$

$$x(x+44) - 33(x+44) = 0$$

$$(x+44)(x-33) = 0$$

$$x+44 = 0, x-33 = 0$$

$$x = -44, x = 33$$

ವೇಗವು ಯಾವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಸೆಂಜರ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವ = 33 km/h

ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವ = (33 + 11) = 44 km/h

- 29) ಒಂದು ಮೋಟಾರು ದೋಣಿಯ ಜವವು ನಿಶ್ಚಯ ನೀರಿನಲ್ಲಿ **18 km/h** ಆಗಿದೆ. ಆ ದೋಣಿಯ ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ **24 km** ದೂರ ಬೆಳೆಯಲು, ಅದು ಪ್ರವಾಹದೊಡನೆ ಮೊದಲಿನ ಸಾಫನಕ್ಕೆ ಹೀಂದಿರುಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 1 ಫಂಟೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರವಾಹದ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- ಪ್ರವಾಹದ ಜವ = x km/h ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ = $(18 - x)$ km/h

ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ = $(18 + x)$ km/h

$$\text{ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣದ ಕಾಲ} = \frac{24}{(18-x)} \text{ h} \quad \text{---->(1)}$$

$$\text{ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣದ ಕಾಲ} = \frac{24}{(18+x)} \text{ h} \quad \text{---->(2)}$$

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ,

$$\frac{24}{(18-x)} - \frac{24}{(18+x)} = 1$$

$$\frac{24(18+x) - 24(18-x)}{(18+x)(18-x)} = 1$$

$$\frac{24 \times 18 + 24x - 24 \times 18 + 24x}{18^2 - x^2} = 1$$

$$\frac{48x}{18^2 - x^2} = 1$$

$$48x = 18^2 - x^2$$

$$x^2 + 48x - 324 = 0$$

$$x^2 + 54x - 6x - 324 = 0$$

$$x(x+54) - 6(x+54) = 0$$

$$(x+54)(x-6) = 0$$

$$44 \times 33 = 1452$$

$$44 - 33 = 11$$

$$x = -54 \text{ ಅಥವಾ } x = 6$$

\therefore ಪ್ರವಾಹದ ಜವ 6 km/h ಆಗಿದೆ.

- 30) ರವಿಯು ಕೆಲವು ಮುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ರೂ. 60ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡನು. ಅಷ್ಟೇ ಹಣಕ್ಕೆ ಅವನು ಇನ್ನೂ 5 ಮುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕೊಂಡಿದ್ದರೆ ಪ್ರತೀ ಮುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ ರೂ. 1 ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ರವಿಯು ಕೊಂಡು ಕೊಂಡ ಮುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರತೀ ಮುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 31) ಸ್ಥಿರ ಜವದಿಂದ ಒಂದು ರೈಲು ಗಾಡಿಯು 300km ದೂರ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ರೈಲು ಗಾಡಿಯ ಜವ ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 10km ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ಈ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ 1 ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿತ್ತು. ಹಾಗಾದರೆ ರೈಲುಗಾಡಿಯ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 32) ಎರಡು ನಲ್ಲಿಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಒಂದು ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು $9\frac{3}{4}$ ಫಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸುತ್ತವೆ. ಹೆಚ್ಚಿನ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು ಕಡಿಮೆ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಗಿಂತ 10 ಫಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಪ್ರತಿ ನಲ್ಲಿಯೂ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 33) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಘಟ್ಟಾಸವು 180 ಆಗಿದೆ. ಜಿಕ್ಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಂಟರಷ್ಟಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 34) ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಮೂರ್ಕಿಸುವಾಗಿ, ಅಂಕಿತಳಿಗಿಂತ 6 ದಿನಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾಳೆ. ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಶ್ವೇತ ಮತ್ತು ಅಂಕಿತ ಇಬ್ಬರೂ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿ 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುವರು. ಹಾಗಿದ್ದರೆ ಅಂಕಿತ ಒಬ್ಬೋಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

- 35) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರೂ. 24 ಕ್ಕೆ ಮಾರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಷ್ಟೇ ಶೇ. ಲಾಭ ಗಳಿಸುವನು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 36) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರೂ. 18.75 ಕ್ಕೆ ಮಾರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಷ್ಟೇ ಶೇ. ನಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸಿದನು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 37) ಸುತ್ತಳತೆ **80m** ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ **400m²** ಇರುವ ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ದಾನವನದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರಃ:- ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು l ಮತ್ತು b ಆಗಿರಲಿ.

$$\text{ಸುತ್ತಳತೆ} = 2(l + b) = 80$$

$$l + b = \frac{80}{2} = 40$$

$$b = 40 - l$$

$$\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \quad l \times b = 400$$

$$l(40 - l) = 400$$

$$40l - l^2 = 400$$

$$l^2 - 40l + 400 = 0$$

$$l^2 - 20l - 20l + 400 = 0$$

$$l(l - 20) - 20(l - 20) = 0$$

$$(l - 20)(l - 20) = 0$$

$$l = 20 \text{ ಅಥವಾ } l = 20$$

$$\text{ಆಯತದ ಉದ್ದ } l = 20 \text{ m}$$

$$\text{ಆಯತದ ಅಗಲ } b = 40 - l = 40 - 20 = 20 \text{ m}$$

- 38) ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಕರ್ಣವು ಅದರ ಜಿಕ್ಕೆ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ 60 m ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಅದರ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವು ಜಿಕ್ಕೆ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ 30 m ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಹೊಲದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

39) ಒಂದು ಶ್ರೀಭುಜದ ಎತ್ತರವು ಅದರ ಪಾದಕ್ಕಿಂತ 6cm ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಶ್ರೀಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 108cm^2 ಗಳಾದರೆ, ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) $(a - b)x^2 + (b - c)x + (c - a) = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾದರೆ $b + c = 2a$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $(a - b)x^2 + (b - c)x + (c - a) = 0$ ನ್ನು $ax^2 + bx + c = 0$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ

$$a = (a - b), \quad b = (b - c), \quad c = (c - a)$$

ಮೂಲಗಳು ಸಮ ಆದಾಗ, $b^2 - 4ac = 0$

$$(b - c)^2 - 4(a - b)(c - a) = 0$$

$$b^2 + c^2 - 2bc - 4(ca - a^2 - bc + ab) = 0$$

$$b^2 + c^2 - 2bc - 4ca + 4a^2 + 4bc - 4ab = 0$$

$$4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab + 2bc - 4ca = 0$$

$$(-2a)^2 + b^2 + c^2 + 2(-2a)b + 2bc + 2c(-2a) = 0$$

$$(-2a + b + c)^2 = 0$$

$$-2a + b + c = 0$$

$$\therefore b + c = 2a$$

41) $(1 + m^2)x^2 + 2mcx + (c^2 - a^2) = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾದರೆ

$c^2 = a^2(1 + m^2)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $(1 + m^2)x^2 + 2mcx + (c^2 - a^2) = 0$ ನ್ನು $ax^2 + bx + c = 0$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ

$$a = (1 + m^2), \quad b = 2mc, \quad c = (c^2 - a^2)$$

ಮೂಲಗಳು ಸಮ ಆದಾಗ, $b^2 - 4ac = 0$

$$(2mc)^2 - 4(1 + m^2)(c^2 - a^2) = 0$$

$$4m^2c^2 - 4(c^2 - a^2 + m^2c^2 - m^2a^2) = 0$$

$$4m^2c^2 - 4c^2 + 4a^2 - 4m^2c^2 + 4m^2a^2 = 0$$

$$4a^2(1 + m^2) = 4c^2$$

$$a^2(1 + m^2) = c^2$$

$$\therefore c^2 = a^2(1 + m^2)$$

42) $(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + (b^2 - ac) = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾದರೆ $a = 0$

ಅಥವಾ $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + (b^2 - ac) = 0$ ನ್ನು $ax^2 + bx + c = 0$ ಗೆ

ಹೋಲಿಸಿದಾಗ

$$a = (c^2 - ab), \quad b = -2(a^2 - bc), \quad c = (b^2 - ac)$$

ಮೂಲಗಳು ಸಮ ಆದಾಗ, $b^2 - 4ac = 0$

$$\begin{aligned} & (-2(a^2 - bc))^2 - 4(c^2 - ab)(b^2 - ac) = 0 \\ & 4(a^2 - bc)^2 - 4(c^2 - ab)(b^2 - ac) = 0 \\ & (a^2 - bc)^2 - (c^2 - ab)(b^2 - ac) = 0 \\ & a^4 + b^2c^2 - 2a^2bc - b^2c^2 + ac^3 + ab^3 - a^2bc = 0 \\ & a^4 + ab^3 + ac^3 - 3a^2bc = 0 \\ & a(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) = 0 \\ \text{ಅಂದರೆ } & a = 0 \text{ ಅಥವಾ } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 \\ \therefore & a = 0 \text{ ಅಥವಾ } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \end{aligned}$$

ಘಟಕ - 11 : ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಶ್ನಾವನೆ

1 Mark Questions (MCQ)

- 1) $\tan A = \frac{4}{3}$ ಆದರೆ $4 \cot A$ ದ ಬೆಲೆಯು
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 4 D) 3
- 2) $\cos \theta = \frac{12}{13}$ ಆದರೆ $\sec \theta$ ದ ಬೆಲೆಯು
A) $\frac{13}{12}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{5}{13}$ D) $\frac{5}{12}$
- 3) $\sin A = \frac{4}{5}$ ಆದರೆ $\operatorname{cosec} A$ ದ ಬೆಲೆಯು
A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$
- 4) $\sqrt{3} \tan A = 1$ ಆದರೆ $\angle A$ ಬೆಲೆಯು
A) 60° B) 30° C) 45° D) 90°
- 5) $\tan^2 60^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು
A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- 6) $\operatorname{cosec}^2 45^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು
A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- 7) $1 + \tan^2 45^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು
A) 0 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{2}$
- 8) $1 - \tan^2 45^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು
A) 0 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{2}$

- 9) $\frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ}$ ಇದರ ಬೆಲೆಯು
 A) $\sqrt{2}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- 10) $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$ ಇದರ ಬೆಲೆಯು
 A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$
- 11) $\sin 2A = 2\sin A$ ಎಂಬುದು A ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಸತ್ಯವಾಗಿದೆ?
 A) 0° B) 30° C) 45° D) 60°
- 12) $9 \sec^2 A - 9 \tan^2 A$ ಯ ಬೆಲೆಯು
 A) 0 B) 1 C) 8 D) 9
- 13) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ $\cos A$ ಗೆ ಸಮನಾದುದು
 A) $\frac{1}{\operatorname{cosec} A}$ B) $\frac{1}{\sec A}$ C) $\frac{1}{\sin A}$ D) $\frac{1}{\cot A}$
- 14) $(\sin A + \cos A)^2$ ಗೆ ಸಮನಾದುದು
 A) $\sin^2 A + \cos^2 A$ B) $1 - 2 \sin A \cdot \cos A$
 C) $\sin^2 A - \cos^2 A$ D) $1 + 2 \sin A \cdot \cos A$

1 Mark Questions (VSA)

- 15) $\sin x = \frac{3}{5}$ ಆದರೆ $3\operatorname{cosec} x$ ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 16) $\cot \theta = \frac{7}{8}$ ಆದರೆ $\cot^2 \theta$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 17) $2\cos \theta = 1$ ಆದರೆ, ಲಘುಕೋನ θ ಬೆಲೆಯೇನು?
- 18) $\sqrt{3} \cot A = 1$ ಆದರೆ, ಲಘುಕೋನ A ಬೆಲೆಯೇನು?
- 19) $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$ ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 20) $\operatorname{cosec} 31^\circ - \sec 59^\circ$ ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 21) $\sin^2 75^\circ + \cos^2 75^\circ$ ಯ ಬೆಲೆ ಏಷ್ಟು?
- 22) $\frac{\sin \theta}{\cos(90^\circ - \theta)} + \frac{\cos \theta}{\sin(90^\circ - \theta)}$ ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 23) $\tan x = 3\cot x$ ಆದರೆ $\tan^2 x$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) D	2) A	3) B	4) B	5) C	6) A	7) B
8) A	9) C	10) B	11) A	12) D	13) B	14) D	15) 5
16) $\frac{49}{64}$	17) 60°	18) 60°	19) 1	20) 0	21) 1	22) 2	23) 3

2 Marks Questions (SA)

- 24) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$, $AB = 24\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$ ಆದರೆ $\sin A$ ಮತ್ತು $\cos A$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$

$AB = 24\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad (\because \text{ಪ್ರಥಮಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ})$$

$$AC^2 = 576 + 49$$

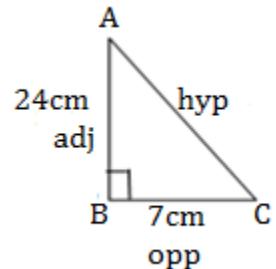
$$AC^2 = 625$$

$$AC = 25^2$$

$$AC = 25\text{cm}$$

$$\sin A = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \frac{7}{25}$$

$$\cos A = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{24}{25}$$



25) $\cot \theta = \frac{7}{8}$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

26) $\sin A = \frac{3}{4}$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

27) $\sec \theta = \frac{13}{12}$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

28) $15 \cot A = 8$ ಆದರೆ, $\sin A$ ಮತ್ತು $\sec A$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

29) $2 \cos \theta = 1$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

30) $2 \sin \theta = \sqrt{3}$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

31) $3 \tan A = \sqrt{3}$ ಆದರೆ $\sin 3A$ ಮತ್ತು $\cos 2A$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

ಪರಿಹಾರ: $3\tan A = \sqrt{3}$

$$\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow A = 30^\circ$$

$$\sin 3A = \sin 3(30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$$

$$\cos 2A = \cos 2(30^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

32) $13 \sin A = 5$ ಮತ್ತು A ಲಘುಕೋನವಾಗಿದೆ. $\frac{5 \sin A - 2 \cos A}{\tan A}$ ಬೆಳೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

33) $A = 60^\circ$, $B = 30^\circ$ ಆದರೆ $\cos(A+B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

34) $A = 60^\circ$, $B = 30^\circ$ ಆದರೆ $\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

35) $B = 15^\circ$ ಆದರೆ $4 \sin 2B \cdot \cos 4B \cdot \sin 6B = 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

36) $2\cos^2\theta - 1 = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

3 Marks Questions (LA-1)

37) $\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = (\cosec\theta - \cot\theta)^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS = $\frac{(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)}$

$$= \frac{(1-\cos\theta)(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)} \quad [\text{ಅಂಶ, ಭೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ } (1-\cos\theta) \text{ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ.}]$$

$$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta} \quad [\because 1 - \cos^2\theta = (1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)]$$

$$= \frac{1^2 + \cos^2\theta - 2(1)(\cos\theta)}{\sin^2\theta} \quad [\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$$

$$= \frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \frac{2\cos\theta}{\sin^2\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \frac{2}{\sin\theta \cdot \sin\theta} \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \quad [\because \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \cot^2\theta]$$

$$= \cosec^2\theta + \cot^2\theta - 2 \cdot \cosec\theta \cdot \cot\theta \quad [\because \frac{1}{\sin^2\theta} = \cosec^2\theta]$$

$$= (\cosec\theta - \cot\theta)^2 \quad = \text{RHS}$$

38) $\sqrt{\sec^2\theta + \cosec^2\theta} = (\tan\theta + \cot\theta)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS = $\sqrt{\sec^2\theta + \cosec^2\theta}$

$$= \sqrt{(1 + \tan^2\theta) + (1 + \cot^2\theta)} \quad [\because 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta, 1 + \cot^2\theta = \cosec^2\theta]$$

$$= \sqrt{\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2}$$

$$= \sqrt{\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2 \tan\theta \cdot \cot\theta} \quad [\because \tan\theta \cdot \cot\theta = 1]$$

$$= \sqrt{(\tan\theta + \cot\theta)^2}$$

$$= (\tan\theta + \cot\theta) = \text{RHS}$$

39) $\frac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} + \frac{\cot^2\theta}{1+\cot^2\theta} = 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS = $\frac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} + \frac{\cot^2\theta}{1+\cot^2\theta}$

$$= \frac{\tan^2\theta}{\sec^2\theta} + \frac{\cot^2\theta}{\cosec^2\theta} \quad [\because 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta, 1 + \cot^2\theta = \cosec^2\theta]$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \frac{1}{\sec^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \cdot \frac{1}{\cosec^2\theta}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \cos^2\theta + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \cdot \sin^2\theta \quad (\because \frac{1}{\sec^2\theta} = \cos^2\theta, \quad \frac{1}{\cosec^2\theta} = \sin^2\theta) \\
 &= \sin^2\theta + \cos^2\theta \\
 &= 1 = \text{RHS}
 \end{aligned}$$

40) $\frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = 1 + 2\tan^2\theta + 2\sec\theta \cdot \tan\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\begin{aligned}
 \text{ಪರಿಹಾರ: LHS} &= \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} \\
 &= \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} \times \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta + \tan\theta} \quad (\text{ಅಂಶ, ಭೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ } \sec\theta + \tan\theta \text{ ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ.}) \\
 &= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)^2}{\sec^2\theta - \tan^2\theta} \\
 &= \frac{\sec^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta \cdot \tan\theta}{1 + \tan^2\theta - \tan^2\theta} \\
 &= 1 + \tan^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta \cdot \tan\theta \quad (\because 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta) \\
 &= 1 + 2\tan^2\theta + 2\sec\theta \cdot \tan\theta = \text{RHS}
 \end{aligned}$$

41) $\cosec^4 A - \cosec^2 A = \cot^4 A + \cot^2 A$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\begin{aligned}
 \text{ಪರಿಹಾರ: LHS} &= \cosec^4 A - \cosec^2 A \\
 &= \cosec^2 A (\cosec^2 A - 1) \\
 &= (1 + \cot^2 A) (1 + \cot^2 A - 1) \quad (\because \cosec^2 A = 1 + \cot^2 A) \\
 &= (1 + \cot^2 A) (\cot^2 A) \\
 &= (\cot^2 A + \cot^4 A) \\
 &= (\cot^4 A + \cot^2 A) = \text{RHS}
 \end{aligned}$$

42) $\pi = 180^\circ$ ಮತ್ತು $A = \frac{\pi}{6}$ ಅದರೆ $\frac{(1+\cos A)(1-\cos A)}{(1-\sin A)(1+\sin A)} = \frac{1}{3}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

43) $\tan(A + B) = \sqrt{3}$ ಮತ್ತು $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ಅಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $0^\circ < (A + B) \leq 90^\circ$;
ಅದರೆ A ಮತ್ತು B ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\cosec\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

45) $(1 + \cot\theta - \cosec\theta)(1 + \tan\theta + \sec\theta) = 2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

4 Marks Questions (LA-2)

46) $\frac{\cos(90^\circ - \theta)}{1 + \cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1 - \sin(90^\circ - \theta)} = 2\cosec\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS = $\frac{\cos(90^\circ - \theta)}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \sin(90^\circ - \theta)}$

$$= \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \quad [\because \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta, \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta]$$

$$= \frac{(1 - \cos \theta)\sin \theta + (1 + \cos \theta)\sin \theta}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{\sin \theta - \cos \theta \sin \theta + \sin \theta + \cos \theta \sin \theta}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{2\sin \theta}{1 - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{2\sin \theta}{\sin^2 \theta} \quad [\because 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta]$$

$$= \frac{2}{\sin \theta}$$

$$= 2\operatorname{cosec} \theta = \text{RHS} \quad [\because \frac{1}{\sin \theta} = \operatorname{cosec} \theta]$$

47) $\frac{\sin(90^\circ - \theta)}{1 + \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \cos(90^\circ - \theta)} = 2\sec \theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

48) $\frac{\cos(90^\circ - \theta)}{1 + \sin(90^\circ - \theta)} + \frac{1 + \sin(90^\circ - \theta)}{\cos(90^\circ - \theta)} = 2\operatorname{cosec} \theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

49) $\sin^6 A + \cos^6 A = 1 - 3\sin^2 A \cos^2 A$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS = $\sin^6 A + \cos^6 A$

$$= (\sin^2 A)^3 + (\cos^2 A)^3 \quad [a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)]$$

$$= (\sin^2 A + \cos^2 A)[(\sin^2 A)^2 + (\cos^2 A)^2 - \sin^2 A \cdot \cos^2 A]$$

$$= (1)[(\sin^2 A)^2 + (\cos^2 A)^2 + 2\sin^2 A \cdot \cos^2 A - 2\sin^2 A \cdot \cos^2 A - \sin^2 A \cdot \cos^2 A]$$

$$= [(\sin^2 A + \cos^2 A)^2 - 3\sin^2 A \cdot \cos^2 A] \quad (\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1)$$

$$= [(1)^2 - 3\sin^2 A \cdot \cos^2 A]$$

$$= 1 - 3\sin^2 A \cdot \cos^2 A = \text{RHS}$$

5 Marks Questions (LA-3)

50) $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ ಆದರೆ $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta \longrightarrow (1)$

$$(\cos \theta + \sin \theta)^2 = (\sqrt{2} \cos \theta)^2 \quad (\because \text{ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗ ಮಾಡಿದೆ})$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2 \cos \theta \cdot \sin \theta = 2 \cos^2 \theta$$

$$2 \cos \theta \cdot \sin \theta = 2 \cos^2 \theta - \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$2 \cos \theta \cdot \sin \theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos \theta \cdot \sin \theta$$

$$(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta) = 2 \cos \theta \cdot \sin \theta$$

$$\sqrt{2} \cos \theta (\cos \theta - \sin \theta) = 2 \cos \theta \cdot \sin \theta \quad (\because \text{s.(1) 010})$$

$$(\cos \theta - \sin \theta) = \frac{2 \cos \theta \cdot \sin \theta}{\sqrt{2} \cos \theta}$$

$$(\cos \theta - \sin \theta) = \frac{2 \sin \theta}{\sqrt{2}}$$

$$(\cos \theta - \sin \theta) = \frac{2 \times \sqrt{2} \sin \theta}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$(\cos \theta - \sin \theta) = \frac{2 \times \sqrt{2} \sin \theta}{2}$$

$$(\cos \theta - \sin \theta) = \sqrt{2} \sin \theta \quad \therefore \text{ಸಾಧಿಸಿದೆ}$$

51) $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\tan \theta}{1 + \cos \theta} = \sec \theta \cosec \theta + \cot \theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

52) $\frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

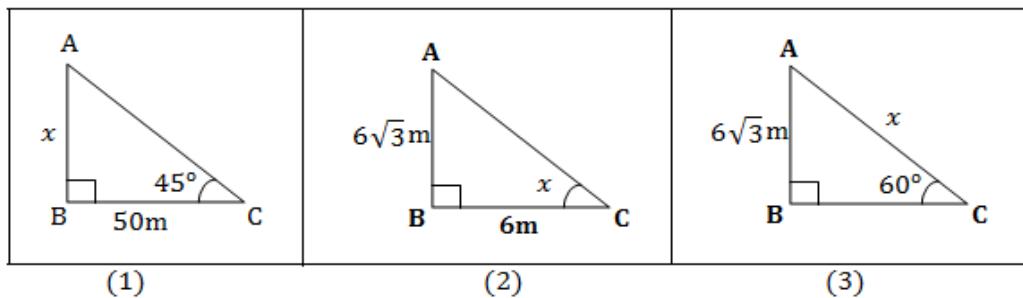
53) $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = 1 + \tan A + \cot A = 1 + \sec A \cosec A$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

54) $\frac{\tan \theta - \cot \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \sec^2 \theta - \cosec^2 \theta = \tan^2 \theta - \cot^2 \theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪಾಟಕ - 12 : ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು

1 Mark Questions (VSA)

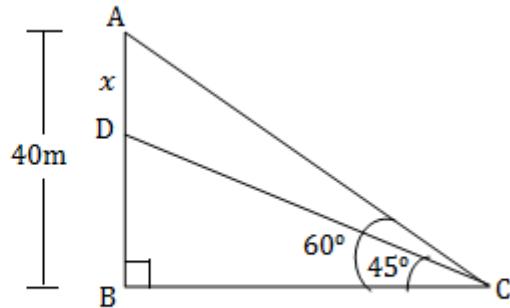
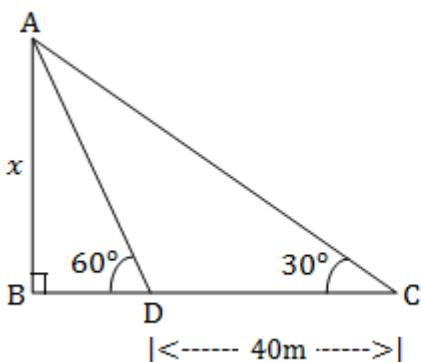
- 1) ಕೆಲವು ರೂಪದ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ x ನ ಬೇಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ	1) 50m	2) 60°	3) 12m
-------	--------	--------	--------

2 / 3 Marks Questions (SA/LA-1)

- 2) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅವುಗೆ ಪದದ ಬೇಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



- 3) ಗೋಡೆಗೆ ಒರೆಯಾಗಿ ಇಟ್ಟಿರುವ ಏಣಿಯೊಂದು 60° ಉನ್ನತ ಕೋನವನ್ನು ಪರ್ಯಾಡಿಸಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದವು ಗೋಡೆಯಿಂದ 9.5 m ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ಏಣಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಇಲ್ಲಿ $AB = \text{ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದ}$ {ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹ್ಯ}

$BC = \text{ಗೋಡೆಯಿಂದ ಏಣಿಯ ಪಾದಕ್ಕಿರುವ ದೂರ}$ {ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹ್ಯ}

$AC = \text{ಏಣಿಯ ಉದ್ದ}$ {ವಿಕಣ}

(ಇಲ್ಲಿ, ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹ್ಯವಿನ ಉದ್ದ ಗೊತ್ತಿದ್ದು ವಿಕಣ ಬಾಹ್ಯವಿನ ಉದ್ದ ಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಎರಡನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಬಹುದಾದ ತೀಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ!)

$$\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{9.5}{AC}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{9.5}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{9.5}{AC}$$

$$AC = 9.5 \times 2 = 19$$

$$\therefore \text{ಏಣಿಯ ಉದ್ದ} = 19 \text{ m}$$

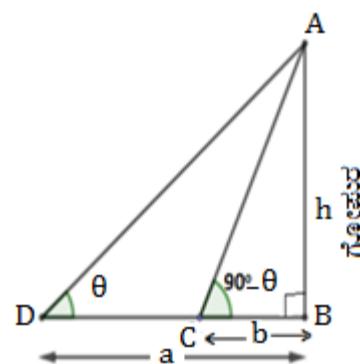
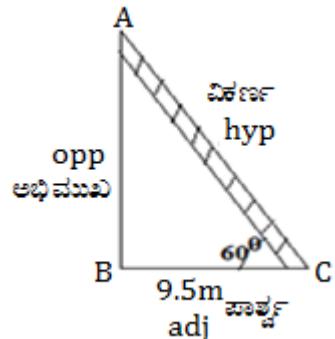
- 4) ಗೋಮರದ ಒಂದೇ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯದಲ್ಲಿ, ಒಂದೇ ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಗೋಮರದ ಬುದ್ದಿನಿಂದ a ಮೀ. ಮತ್ತು b ಮೀ. ($a > b$) ದೂರದಿಂದ ಗೋಮರದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಮೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಗೋಮರದ ಎತ್ತರ

$$h = \sqrt{ab}$$
 ಮೀ. ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಗೋಮರದ ಎತ್ತರ $h = ?$

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ $\angle D = \theta$ ಮತ್ತು

$\angle C = 90^\circ - \theta$ ಆಗಿರಲಿ



$BD = a$ ಮೀ. ಮತ್ತು $BC = b$ ಮೀ.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABD ಯಲ್ಲಿ

$$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{AB}{BD} = \frac{h}{a} \quad \dots \quad (1)$$

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ

$$\cot(90^\circ - \theta) = \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{BC}{AB} = \frac{b}{h}$$

$$\tan \theta = \frac{b}{h} \quad \dots \quad (2) \quad \because \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta]$$

ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2) ರಿಂದ

$$\frac{h}{a} = \frac{b}{h}$$

$$h^2 = ab$$

$$h = \sqrt{ab} \text{ ಮೀ.}$$

- 5) ಒಂದು ಜಮೀನಿನ ಎರಡೂ ಕಡೆ 50 m ಮತ್ತು 40 m ಎತ್ತರವಿರುವ ಎರಡು ಗಳಿಯ ಯಂತ್ರಗಳಿವೆ. ಎರಡೂ ಗಳಿಯಂತ್ರಗಳ ನಡುವೆ ಒಬ್ಬ ವೃತ್ತಿಯ ಅವುಗಳ ತುದಿಯನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಾನೆ. ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 45° ಗೆ ಸಮಾದರೆ, ಗಳಿಯಂತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 6) 50 m ದೂರದಿಂದ ಲಂಬವಾಗಿ ನಿಂತಿರುವ ಒಂದು ಸ್ಥಂಭವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 60° ಆದರೆ, ಆ ಸ್ಥಂಭದ ಎತ್ತರವೇನು?
- 7) ಬಿರುಗಳಿಗೆ ಸಿಕ್ಕಿ ಒಂದು ಮರವು ಮುರಿದು, ಅದರ ತುದಿಯು ಬುಡದಿಂದ 20 m ದೂರದಲ್ಲಿ ನೆಲಕ್ಕೆ ತಾಗಿ 60° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದೆ. ಮುರಿದು ಬೀಳುವ ಮೊನ್ಹೆ ಮರದ ಎತ್ತರವೇನ್ನು?
- 8) 16m ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲಿನಿಂದ, ಒಂದು ಬೆಟ್ಟದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 60° ಆಗಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಬೆಟ್ಟದ ಪಾದವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 30° ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಬೆಟ್ಟದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಫಾಟಕ – 13 : ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

1 Mark Questions (MCQ)

- 1) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆ ಆಗಿಲ್ಲ?
 - A) ರೂಢಿ ಬೆಲೆ
 - B) ವ್ಯಾಪ್ತಿ
 - C) ಮಧ್ಯಾಂಕ
 - D) ಸರಾಸರಿ
- 2) ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಬಂಧವು
 - A) ಮಧ್ಯಾಂಕ = ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ
 - B) ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ – 2 ಸರಾಸರಿ
 - C) 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = 2 ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ
 - D) ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ + 2 ಸರಾಸರಿ
- 3) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ “ಕಡಿಮೆ ಇರುವ” ಓಜೀವ್ ಮತ್ತು “ಅಧಿಕ ಇರುವ” ಓಜೀವ್ ಗಳ ಭೇದನ ಬಿಂದುವಿನ x – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವು, ಆ ದತ್ತಾಂಶಗಳ
 - A) ಸರಾಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
 - B) ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
 - C) ಬಹುಲಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
 - D) ಆವೃತ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- 4) $10 - 25$ ಈ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು
 - A) 35
 - B) 15
 - C) 17.5
 - D) -7.5

- 5) ಕೆಲವು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ 58 ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ 50 ಆದರೆ, ಆ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕವು
 A) 34 B) 43 C) 108 D) 8
- 6) ವರ್ಗೀಕೃತ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿಗೆ ಎಂದ “ಕಡಿಮೆ ಇರುವ” ಒಜೀವ್ ಮತ್ತು “ಅಧಿಕ ಇರುವ” ಒಜೀವ್ ಗಳ ಭೇದನ್ ಬಿಂದು (66.4, 26.5) ಆದರೆ, ಆ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವು
 A) 26.5 B) 39.9 C) 66.4 D) 33.2

1 Mark Questions (VSA)

- 7) 1, 5, 4, 3, 2 ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎಷ್ಟು?
- 8) ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ ರೇಖೆಯ ಮತ್ತೊಂದು ಹೆಸರೇನು?
- 9) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.
- 10) 2, 8, 10, 6, 12, 16 ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ	1) B	2) B	3) B	4) C	5) A
	6) C	7) 3	8) ಒಜೀವ್	9) $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$	10) 9

3 Marks Questions (LA-1)

- 11) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂಶ	10 - 25	25 - 40	40 - 55	55 - 70	70 - 85	85 - 100
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6

ಪರಿಹಾರ :— ನೇರ ವಿಧಾನ

<i>CI</i>	<i>f_i</i>	ಮಧ್ಯಬಿಂದು <i>x_i</i>	<i>f_i x_i</i>
10 - 25	2	17.5	35.0
25 - 40	3	32.5	97.5
40 - 55	7	47.5	332.5
55 - 70	6	62.5	375.0
70 - 85	6	77.5	465.0
85 - 100	6	92.5	555.0
	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i x_i = 1860.0$

$$\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = \frac{1860}{30}$$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 62$

12) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂಶರ	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75	75 - 85
ಅಪ್ಯಂತ	6	11	7	4	4	2	1

13) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂಶರ	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65
ಅಪ್ಯಂತ	6	11	21	23	14	5

ಪರಿಹಾರ : -

CI	f_i
5 - 15	6
15 - 25	11
25 - 35	21 f_0
35 - 45	23 f_1
45 - 55	14 f_2
55 - 65	5
	$n = 80$

$$\text{ಗರಿಷ್ಠ ಅಪ್ಯಂತ} = 23$$

$$\text{ಗರಿಷ್ಠ ಅಪ್ಯಂತ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂಶರ} = 35 - 45$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಕೆಳಮಾತಿ } l = 35$$

$$\text{ವರ್ಗಾಂಶರದ ಗಾತ್ರ } h = 10$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಅಪ್ಯಂತ } f_1 = 23$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಅಪ್ಯಂತ } f_0 = 21$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಅಪ್ಯಂತ } f_2 = 14$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 35 + \left[\frac{23 - 21}{2 \times 23 - 21 - 14} \right] \times 10$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 35 + \left[\frac{2}{46 - 35} \right] \times 10$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 35 + \frac{20}{11}$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 35 + 1.82 \quad \therefore \text{ಬಹುಲಕ} = 36.82$$

14) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
f	7	12	13	14	20	15	11	8

15) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

<i>CI</i>	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55
<i>f</i>	3	8	9	10	3	0	0	2

16) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

<i>CI</i>	1 - 3	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11
<i>f</i>	7	8	2	2	1

17) ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

<i>CI</i>	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100	100 - 120
<i>f</i>	10	35	52	61	38	29

18) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

<i>CI</i>	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100	100 - 120	120 - 140
<i>f</i>	6	8	10	12	6	5	3

ಪರಿಹಾರ:

<i>CI</i>	<i>f</i>	ಸಂಚಿತ ಅವೃತ್ತಿ <i>Cf</i>
0 - 20	6	6
20 - 40	8	14
40 - 60	10	24 <i>cf</i>
60 - 80	12 <i>f</i>	36
80 - 100	6	42
100 - 120	5	47
120 - 140	3	50
<i>n</i> = 50		

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವು } \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ ನೇ ಮೌಲ್ಯ}$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶದ ಹಿಂದಿನ } 60 - 80$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶದ ಕಳೆಮತಿ } l = 60$$

$$\text{ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n = 50$$

$$\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶದ ಹಿಂದಿನ}$$

$$\text{ವರ್ಗಾಂಶದ ಸಂಚಿತ ಅವೃತ್ತಿ } Cf = 24$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶದ ಅವೃತ್ತಿ } f = 12$$

$$\text{ವರ್ಗಾಂಶದ ಗಾತ್ರ } h = 20$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - Cf}{f} \right] \times h$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 60 + \left[\frac{25 - 24}{12} \right] \times 20$$

$$\text{ಮಧ್ಯಂಕ} = 60 + \left[\frac{1}{3} \right] \times 5$$

$$\text{ಮಧ್ಯಂಕ} = 60 + \frac{5}{3}$$

$$\text{ಮಧ್ಯಂಕ} = 60 + 1.67$$

$$\text{ಮಧ್ಯಂಕ} = 61.67$$

19) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	50 - 55	55 - 60	60 - 65	65 - 70	70 - 75	75 - 80
f	2	8	12	24	38	16

20) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75	75 - 85
f	6	11	7	4	4	2	1

21) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	100 - 120	120 - 140	140 - 160	160 - 180	180 - 200
f	12	14	8	6	10

22) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	135 - 140	140 - 145	145 - 150	150 - 155	155 - 160	160 - 165
f	4	7	18	11	6	5

23) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

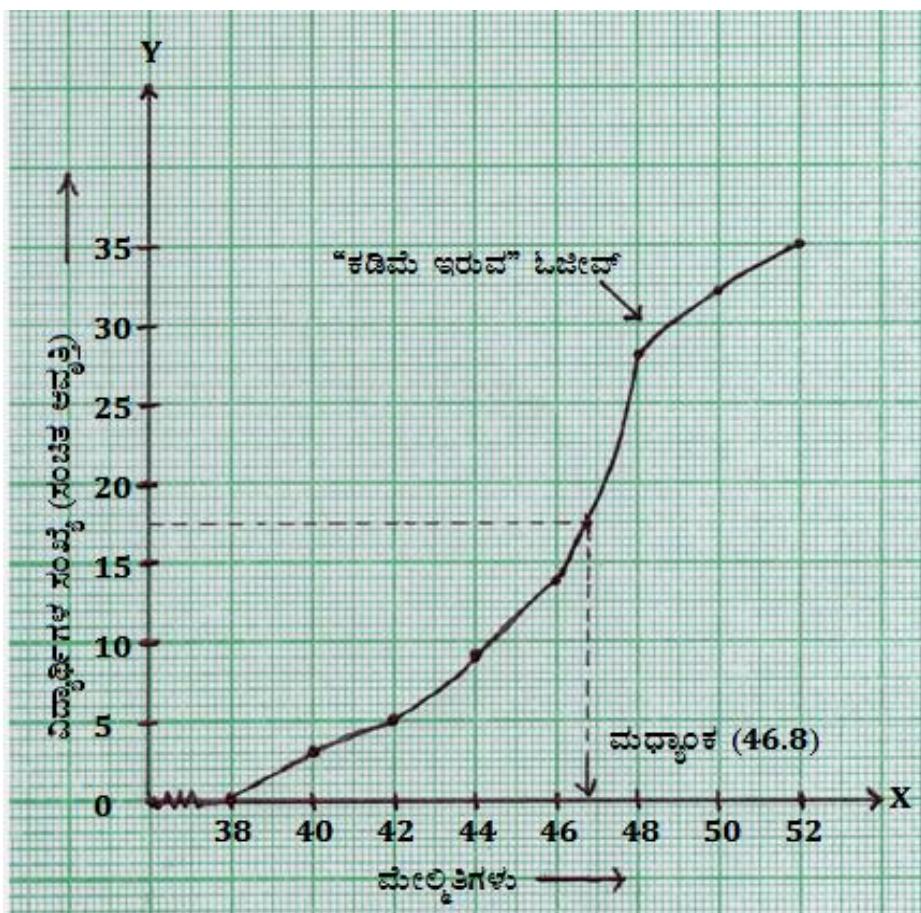
CI	f
5 - 10	2
10 - 15	12
15 - 20	2
20 - 25	4
25 - 30	3
30 - 35	4
35 - 40	3

CI	f
0 - 10	12
10 - 20	16
20 - 30	6
30 - 40	7
40 - 50	9
	$n = 50$

- 24) ಒಂದು ತರಗತಿಯ 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಶೋಕಗಳು ಅವರ ಪ್ರೇರಣೆಯ ತಪಾಸಣೆಯ ಸಂಭಾಷದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ 'ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ' ಓಟೇವ್ ರಚಿಸಿ. ಈ ಶೋಕಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಗುರ್ತಿಸಿ.

ಶೋಕಗಳು (ಕೆ.ಜಿ. ಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3
42 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
44 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9
46 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
48 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	28
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32
52 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35

ಪರಿಹಾರ:-

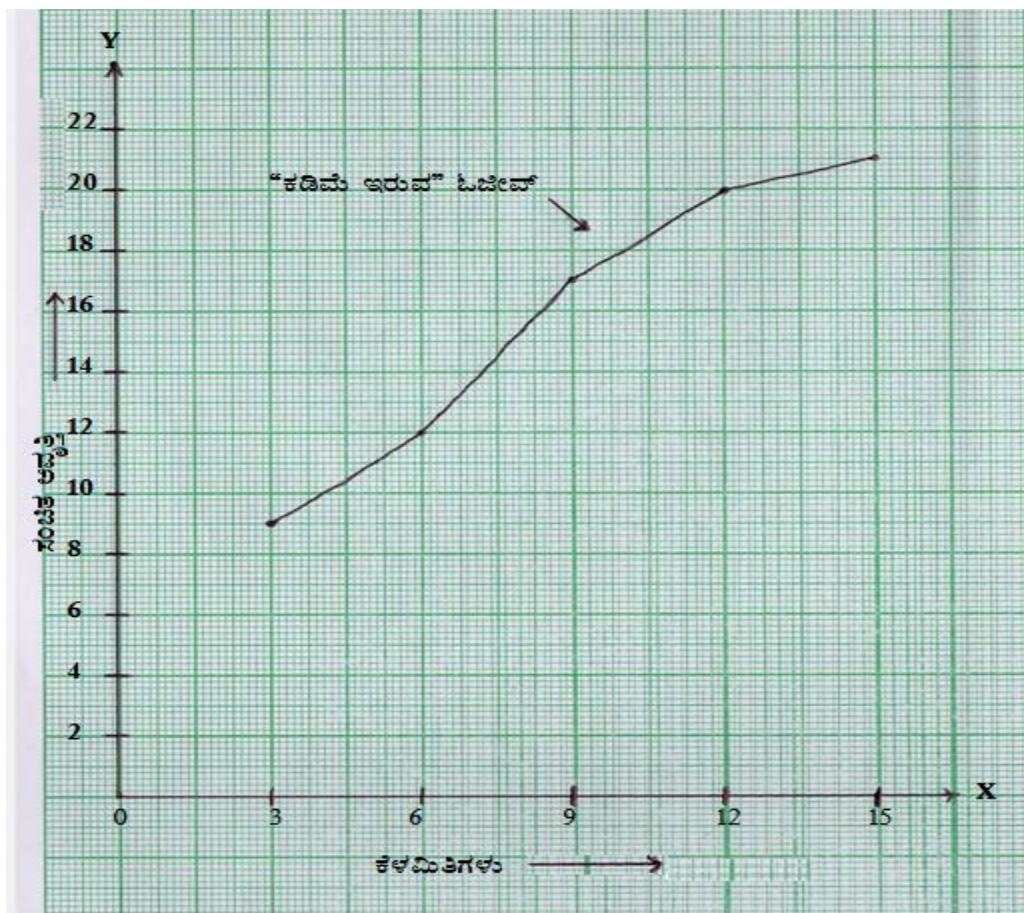


25) ಕೆಳಗಿನ ವಿಶರಣೆಯನ್ನು “ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ” ವಿಶರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಒಜೀವೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 - 3	3 - 6	6 - 9	9 - 12	12 - 15
ಆಪ್ಯೂತಿ	9	3	5	3	1

ಪರಿಹಾರ:-

CI	f	ಸಂಚಿತ ಆಪ್ಯೂತಿ (cf)
3 ಹೆಚ್ಚಿನ ಕಡಿಮೆ	9	9
6 ಹೆಚ್ಚಿನ ಕಡಿಮೆ	3	12
9 ಹೆಚ್ಚಿನ ಕಡಿಮೆ	5	17
12 ಹೆಚ್ಚಿನ ಕಡಿಮೆ	3	20
15 ಹೆಚ್ಚಿನ ಕಡಿಮೆ	1	21



26) ಕೆಳಗಿನ ವಿಶರಣೆಯನ್ನು “ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ” ವಿಶರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಒಜೀವೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

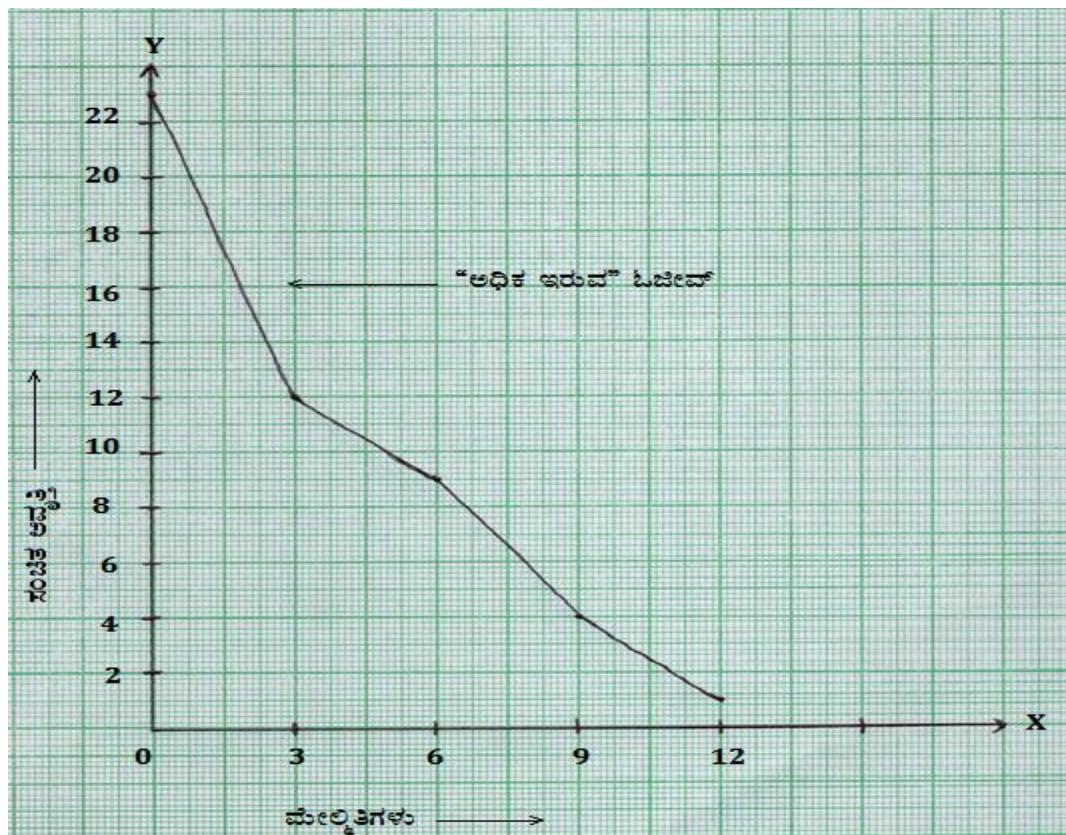
ವರ್ಗಾಂತರ	100- 120	120 - 140	140 - 160	160 - 180	180 - 200
ಆಪ್ಯೂತಿ	12	14	8	6	10

27) ಕೆಳಗಿನ ವಿಶೇಷಣದಲ್ಲಿನ್ನು “ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ” ವಿಶೇಷಣವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಒಜೀವೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂಶರ	0 - 3	3 - 6	6 - 9	9 - 12	12 - 15
ಅಪ್ಯಂತ	9	3	5	3	1

ಪರಿಹಾರ:-

CI	f	ಸಂಚಿತ ಅಪ್ಯಂತ (Cf)
0 ಅಥವಾ 0 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	9	21
3 ಅಥವಾ 3 ಶ್ಯಂತ ಅಧಿಕ	3	12
6 ಅಥವಾ 6 ಶ್ಯಂತ ಅಧಿಕ	5	9
9 ಅಥವಾ 9 ಶ್ಯಂತ ಅಧಿಕ	3	4
12 ಅಥವಾ 12 ಶ್ಯಂತ ಅಧಿಕ	1	1



28) ಕೆಳಗಿನ ವಿಶೇಷಣದಲ್ಲಿನ್ನು “ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ” ವಿಶೇಷಣವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಒಜೀವೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂಶರ	50- 55	55 - 60	60 – 65	65 - 70	70 - 75	75 - 80
ಅಪ್ಯಂತ	2	8	12	24	38	16

4Marks Questions (LA-2)

- 29) ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ “ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ” ವಿಶರಣೆಯನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಈ ವಿಶರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 56.43 ಅಗಿದೆ. ಈ ವಿಶರಣೆಯ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಅದರಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

<i>CI</i>	ಸಂಚಿತ ಅಪ್ಯಂತ (<i>Cf</i>)
20ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8
40ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	15
60ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	29
80ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	38
100ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	53

ಪರಿಹಾರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 56.43

<i>CI</i>	<i>f_i</i>
20ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8
20 - 40	7 <i>f₀</i>
<i>l</i> 40 - 60	14 <i>f₁</i>
60 - 80	9 <i>f₂</i>
80 - 100	15

$$\text{ಬಹುಲಕ} = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 40 + \left[\frac{14 - 7}{2(14) - 7 - 9} \right] \times 20$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 40 + \left[\frac{7}{28 - 16} \right] \times 20$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 40 + \left[\frac{7}{12} \right] \times 20$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 40 + \left[\frac{7}{3} \right] \times 5$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 40 + \frac{35}{3}$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 40 + 11.67$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 51.67$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 3 \text{ ಮಧ್ಯಾಂಕ} - 2 \text{ ಸರಾಸರಿ}$$

$$51.67 = 3 \times 56.43 - 2 \text{ ಸರಾಸರಿ}$$

$$2 \text{ ಸರಾಸರಿ} = 169.29 - 51.67$$

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{117.62}{2} = 58.81$$

$$\text{ಗರಿಷ್ಠ ಅಪ್ಯಂತ} = 14$$

$$\text{ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂಶರ} = 40 - 60$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಕೆಳಮಿತಿ } l = 40$$

$$\text{ವರ್ಗಾಂಶರದ ಗಾತ್ರ } h = 20$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಅಪ್ಯಂತ} f_1 = 14$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಅಪ್ಯಂತ} f_0 = 7$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಹುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಅಪ್ಯಂತ} f_2 = 9$$

30) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ 50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ 25.2 ಆಗಿದೆ. ಅವರು ಆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಣಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ದಾಖಲಿಸಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ p ಮತ್ತು q ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಂಕಗಳು	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	8	p	10	11	q

ಪರಿಹಾರ :— ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 25.2$ ಮತ್ತು $\sum f_i = 50$

CI	f_i	ಮಧ್ಯಬಿಂದು x_i	$f_i x_i$
0 - 10	8	5	40
10 - 20	p	15	$5p$
20 - 30	10	25	250
30 - 40	11	35	385
40 - 50	q	45	$45q$
	$\sum f_i = 50$		$\sum f_i x_i = 675 + 5p + 45q$

$$p + q = 50 - (8 + 10 + 11)$$

$$p + q = 50 - 29$$

$$p + q = 21$$

$$p = 21 - q \quad \text{---->(1)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$25.2 = \frac{675 + 5p + 45q}{50}$$

$$1260.0 = 675 + 5p + 45q$$

$$1260 - 675 = 5(p + 9q)$$

$$\frac{585}{5} = (p + 9q)$$

$$p + 9q = 117$$

$$21 - q + 9q = 117 \quad (\text{s.1 ರಿಂದ})$$

$$8q = 117 - 21$$

$$8q = 96 \quad \therefore q = 12$$

$$p = 21 - 12 \quad (\because \text{ಬೆಲೆಯನ್ನು \text{s.(1)}ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ})$$

$$\therefore p = 9$$

31) ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ವಿಶರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 28.5 ಆಗಿದ್ದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	ಒಟ್ಟು
ಆವೃತ್ತಿ	5	x	20	15	v	5	60

ಪರಿಹಾರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 28.5

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ = 20 - 30

CI	f	cf
0- 10	5	5
10 - 20	x	$5 + x$
20 - 30	20 f	25 + x
30 - 40	15	40 + x
40 - 50	y	40 + $x + y$
50 - 60	5	45 + $x + y$
	$n = 60$	

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಾತಿ $l = 20$

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $n = 60$

$$\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ $cf = 5 + x$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f = 20$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ $h = 10$

ಕೇಂಪ್ಯುಕ್‌ದಿಂದ $45 + x + y = 60$ (\because ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ)

$$x + y = 60 - 45$$

$$x + y = 15 \quad \text{---->(1)}$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

$$28.5 = 20 + \left[\frac{30 - 5 - x}{20} \right] \times 10$$

$$28.5 - 20 = \left[\frac{25 - x}{2} \right]$$

$$8.5 \times 2 = 25 - x$$

$$17 = 25 - x$$

$$x = 25 - 17$$

$$\therefore x = 8$$

$$x + y = 15$$

$$8 + y = 15 \quad (\because x \text{ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು \text{ (1)} \text{ ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ})$$

$$y = 15 - 8$$

$$\therefore y = 7$$

32) ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ವಿಶರಣೆಯ ಬಹುಲಕವು 36 ಅಗಿದ್ದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಂಕಗಳು	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	8	10	x	16	12	6	7

ಪರಿಹಾರ : ಬಹುಲಕ = 36

CI	f_i
0 - 10	8
10 - 20	10
20 - 30	$x \ f_0$
$l \ 30 - 40$	16 f_1
40 - 50	12 f_2
50 - 60	6
60 - 70	7

$$\text{ಬಹುಲಕ} = 36 \text{ (ದತ್ತ)}$$

$$\text{ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂಶರ = } 30 - 40$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಕೆಳಮಾತಿ } l = 30$$

$$\text{ವರ್ಗಾಂಶರದ ಗಾತ್ರ } h = 10$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಆವೃತ್ತಿ } f_1 = 16$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂಶರದ}$$

$$\text{ಆವೃತ್ತಿ } f_0 = x$$

$$\text{ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂಶರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂಶರದ}$$

$$\text{ಆವೃತ್ತಿ } f_2 = 12$$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$$

$$36 = 30 + \left[\frac{16 - x}{2 \times 16 - x - 12} \right] \times 10$$

$$36 - 30 = \left[\frac{16 - x}{20 - x} \right] \times 10$$

$$\frac{6}{10} = \left[\frac{16 - x}{20 - x} \right]$$

$$\frac{3}{5} = \left[\frac{16 - x}{20 - x} \right] \quad \cancel{\times}$$

$$80 - 5x = 60 - 3x$$

$$80 - 60 = 5x - 3x$$

$$20 = 2x$$

$$\therefore x = 10$$

5Marks Questions (LA-3)

- 33) ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ “ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ” ವಿಶರಣೆಯನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಈ ವಿಶರಣೆಯ ಸರಾಸರಿ 69.3 ಆಗಿದೆ. ಈ ವಿಶರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಅದರಿಂದ ವಿಶರಣೆಯ ಒಮ್ಮಲಕವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
50 ಅಥವಾ 50 ಗಂತ ಅಧಿಕ	100
55 ಅಥವಾ 55 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	98
60 ಅಥವಾ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	90
65 ಅಥವಾ 65 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	78
70 ಅಥವಾ 70 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	54
75 ಅಥವಾ 75 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	16

ಪರಿಹಾರ : ಸರಾಸರಿ = 69.3 (ದತ್ತ)

CI	f	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ cf
50- 55	2	2
55 - 60	8	10
60 - 65	12	22
65 - 70	24	46 cf
70 - 75	38 f	84
75 - 80	16	100
	n = 100	

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವು } \frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ ನೇ ಮೌಲ್ಯ}$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ } = 70 - 75$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಣಿ } l = 70$$

$$\text{ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n = 100$$

$$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ
ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ } cf = 46$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ } f = 38$$

$$\text{ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ } h = 5$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 70 + \left[\frac{50 - 46}{38} \right] \times 5$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 70 + \left[\frac{4}{38} \right] \times 5$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 70 + \frac{20}{38}$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 70 + \frac{10}{19}$$

$$\text{ಮಧ್ಯಂಕ} = 70 + 0.5$$

$$\text{ಮಧ್ಯಂಕ} = 70.5$$

$$\text{ಬಹುಂಕ} = 3 \times \text{ಮಧ್ಯಂಕ} - 2 \times \text{ಸರಾಸರಿ}$$

$$\text{ಬಹುಂಕ} = 3 \times 70.5 - 2 \times 69.3$$

$$\text{ಬಹುಂಕ} = 211.5 - 138.6$$

$$\text{ಬಹುಂಕ} = 72.9$$

ಘಟಕ - 15 : ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಫಾನ್‌ಫಲಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

- 1) ಒಂದು ಫಾನವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ, ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ತಂತಿಯನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ?

A) ಉದ್ದ B) ಎತ್ತರ C) ಶ್ರೀಷ್ಟಿ D) ಗಾತ್ರ (ಫಾನ್‌ಫಲ)
- 2) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾಶ್ಚಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

A) $\pi(r_1 + r_2)l$ B) $\pi(r_1 + r_2)h$ C) $\pi(r_1 - r_2)l$ D) $\pi(r_1 - r_2)h$
- 3) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನ ಒಂದು ತುದಿಯನ್ನು ಚೊಪು ಮಾಡಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಫಾನಾಕೃತಿಗಳು ಜೋಡಿಸಲಬ್ಬಿವೆ?

A) ಗೋಳ ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರ್ B) ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕು

C) ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೋಳ D) ಶಂಕು ಮತ್ತು ಗೋಳ
- 4) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ 44 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 10 cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವಕ್ತುಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

A) 440 cm^2 B) 44 cm^2 C) 880 cm^2 D) 88 cm^2
- 5) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 154 cm^2 ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 10 cm ಆದರೆ, ಅದರ ಫಾನ್‌ಫಲವು

A) 1450 cm^3 B) 1540 cm^3 C) 4510 cm^3 D) 154 cm^3
- 6) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ 44 cm ಮತ್ತು ಓರೆ ಎತ್ತರ 10 cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವಕ್ತುಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

A) 440 cm^2 B) 220 cm^2 C) 44.0 cm^2 D) 4400 cm^2
- 7) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 154 cm^2 ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 15 cm ಆದರೆ, ಅದರ ಫಾನ್‌ಫಲವು

A) 770 cm^3 B) 2013 cm^3 C) 2310 cm^3 D) 77 cm^3
- 8) ಒಂದು ಶಂಕು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಸಮನಾದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಸಮ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿವೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಫಾನ್‌ಫಲವು 300 cm^3 ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಫಾನ್‌ಫಲವು

A) 300 cm^3 B) 900 cm^3 C) 600 cm^3 D) 100 cm^3
- 9) ಒಂದು ಶಂಕು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಸಮನಾದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಸಮ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿವೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕುಗಳ ಗಾತ್ರಗಳ ಅನುಪಾತವು

A) $2 : 1$ B) $3 : 1$ C) $1 : 4$ D) $\sqrt{2} : 3$
- 10) ಅರ್ಧ ಫಾನ್ ಗೋಳದ ಮೊಣಿ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿವೆ ಸೂತ್ರವು

A) $2\pi r^2$ B) $3\pi r^2$ C) $2\pi r^2$ D) $3\pi r^2 h$
- 11) ಶ್ರೀಷ್ಟಿ 7cm ಇರುವ ಗೋಳದ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

A) 616 cm^2 B) 61.6 cm^2 C) 313 cm^2 D) 31.3 cm^2

12) ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪೊಳ್ಳೆ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವು

A) $2\pi rh$ B) $2\pi r(h + r)$ C) $2\pi r^2 h$ D) $2\pi r(l + r)$

13) ಶಂಕುವಿನ ಫಾನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವು

A) $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ B) $\frac{3}{2} \pi r^2 h$ C) $\pi r^2 h$ D) $\frac{4}{3} \pi r^2 h$

1 Mark Questions (VSA)

14) ಅರ್ಧ ಗೋಳದ ಫಾನಫಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

15) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ 8 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 3 cm ಆದರೆ, ಅದರ ಓರೆ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ 5cm ಮತ್ತು ಅದರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ವೃತ್ತಾಸ 12cm ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) ಒಂದು ಪೆಕ್ಕೊಂಳೆ ಘಟ್ಟಾಕರ್ಣ ನಿಮಾಜಿನದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಫಾನಾಕ್ಯೂಟಿಗಳು ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟವೇ?

18) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ವಕ್ರಮೇಲ್ಪ್ರಮೇಲ್ಪ್ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

19) ಒಂದು ಚೌಕ ಫಾನದ ಪಾದದ ಲಾದ್ದ 5 cm ಆದರೆ, ಅದರ ಫಾನಫಲ ಎಷ್ಟು?

20) ಒಂದು ಅರ್ಧ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ 7 cm ಆದರೆ, ಅದರ ವಕ್ರ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ	1) D	2) A	3) B	4) A	5) B	6) B	7) A	8) D	9) B
	10) B	11) A	12) B	13) A	14) $\frac{2}{3} \pi r^3$ ಫ.ಮಾನಗಳು	15) 5cm	16) 13cm		
17) 1 ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು 2 ಅರ್ಧಗೋಳ	18) $2\pi rh$ ಚ.ಮಾನಗಳು	19) 125cm^2	20) 308cm^2						

2 Marks Questions (SA)

21) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರವು 4cm ಮತ್ತು ಅದರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ)ಗಳು

18cm ಮತ್ತು 6cm ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾಶ್ಚಯ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $l = 4\text{ cm}$, $2\pi r = 6\text{ cm}$, $2\pi R = 18\text{ cm}$.

$$2\pi r = 6 \quad \text{ಅಂದರೆ } \pi r = \frac{6}{2} = 3$$

$$2\pi R = 18 \quad \text{ಅಂದರೆ } \pi R = \frac{18}{2} = 9$$

$$\therefore \pi r + \pi R = 3 + 9$$

$$\therefore \pi(r + R) = 12 \quad \text{----> (1)}$$

$$\text{ಪಾಶ್ಚಯ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi(r + R)l$$

$$= 12 \times 4 = 48\text{ cm}^2 \quad (\text{ನ.(1) ರಿಂದ } l = 4)$$

22) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರವು 10.5cm ಮತ್ತು ಅದರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 33cm ಮತ್ತು 27cm ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾಶ್ಚಯ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯ ವೃತ್ತಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 28 ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು 7 ಸೆ.ಮೀ ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರ 45 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ, ಪಾತ್ರೆಯ ಫಾನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $h = 45\text{cm}$, $r = 7\text{cm}$, $R = 28\text{ cm}$

$$\text{ಫಾನಫಲ}(V) = \frac{1}{3} \pi h(r^2 + R^2 + R \cdot r)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 (7^2 + (28)^2 + 28 \times 7)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 (49 + 784 + 196)$$

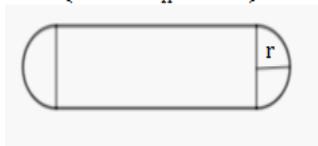
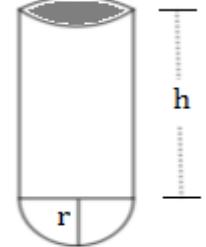
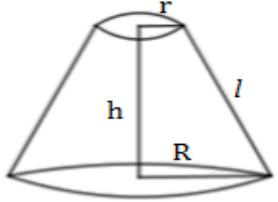
$$= \frac{22}{7} \times 15 \times 1029$$

$$= 48510 \text{ cm}^3$$

24) 14 cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಕುಡಿಯುವ ನೀರಿನ ಗಾಜಿನ ಲೋಟವು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಏರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 cm ಮತ್ತು 2 cm ಆಗಿದೆ.
ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) ಕೆಳಗಿನ ಕೊಣಕದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾದರಿಯಂತೆ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು	ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
	$(2 \times \text{ಅಧರಗೋಳಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \text{ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ})$ $= 2(2\pi r^2) + 2\pi r h$	$(2 \times \text{ಅಧರಗೋಳಗಳ ಘನಫಲ} + \text{ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ})$ $= 2 \left(\frac{2}{3} \pi r^3 \right) + \pi r^2 h$
		
		

ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು	ಮೇಲ್ಪು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ

3/4 Marks Questions (LA-1/ LA-2)

26) ಜೇಡಿ ಮಣಿನಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 24cm ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6cm ಇದೆ. ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಇದನ್ನು ಗೋಳಾಕೃತಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ, ಆ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $h = 24\text{ cm}$, ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 6\text{ cm}$,

ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ R ಆಗಿರಲಿ

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ, ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = ಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\frac{1}{3} \pi (r^2 h) = \frac{1}{3} \pi (4R^3) \quad [\because \text{ಎರಡೂ ಕಡೆ } \frac{1}{3} \pi \text{ ನ್ನು ರದ್ದುಗೊಳಿಸಿ}]$$

$$r^2 h = 4R^3$$

$$6^2 \times 24 = 4R^3$$

$$6^2 \times 6 \times 4 = 4R^3 \quad [\because \text{ಎರಡೂ ಕಡೆ } 4 \text{ ನ್ನು ರದ್ದುಗೊಳಿಸಿ}]$$

$$6^3 = R^3$$

$$R = 6 \text{ cm} \quad \therefore \text{ಗೊಳಿದ ತ್ರಿಭುಂಗ } R = 6 \text{ cm}$$

- 27) 22 ಏ. ಉದ್ದ ಮತ್ತು 20 ಏ. ಅಗಲವಿರುವ ಒಂದು ಸಭಾಂಗಣದ ಮೇಲ್ಮೈವರ್ಣಿಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡ್ಡ ಮಳೆಯ ನೀರನ್ನು 2 ಏ. ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಮತ್ತು 3.5 ಏ. ಎತ್ತರದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಪಾತ್ರೆಗೆ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಬಿಡ್ಡ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಸೆಂ.ಮೀ. ಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಬಿಡ್ಡ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣ $x \text{ cm} = \frac{x}{100} \text{ m}$ ಆಗಿರಲಿ.

ಸಭಾಂಗಣದ ಮೇಲ್ಮೈವರ್ಣಿಯ ಉದ್ದ $l = 22$ ಏ. ಮತ್ತು ಅಗಲ $b = 20$ ಏ. ಮತ್ತು $V = lbh$

$$\therefore \text{ಮೇಲ್ಮೈವರ್ಣಿಯ ಮೇಲೆ ಮಳೆ ನೀರಿನ ಘನಫಲ} = 22 \times 20 \times \frac{x}{100} = \frac{22x}{5} \text{ m}^3 \quad \dots \rightarrow (1)$$

ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ $= \pi r^2 h$ ಇಲ್ಲಿ $d = 2$ ಏ., $r = 1$ ಏ. ಮತ್ತು $h = 3.5$ ಏ.

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ} = \frac{22}{7} \times 1^2 \times 3.5$$

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ} = 11 \text{ m}^3 \quad \dots \rightarrow (2)$$

ಮೇಲ್ಮೈವರ್ಣಿಯ ಮೇಲೆ ಮಳೆ ನೀರಿನ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ

$$\Rightarrow \frac{22x}{5} = 11 \quad (\because \text{ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2) ರಿಂದ})$$

$$x = \frac{11 \times 5}{22}$$

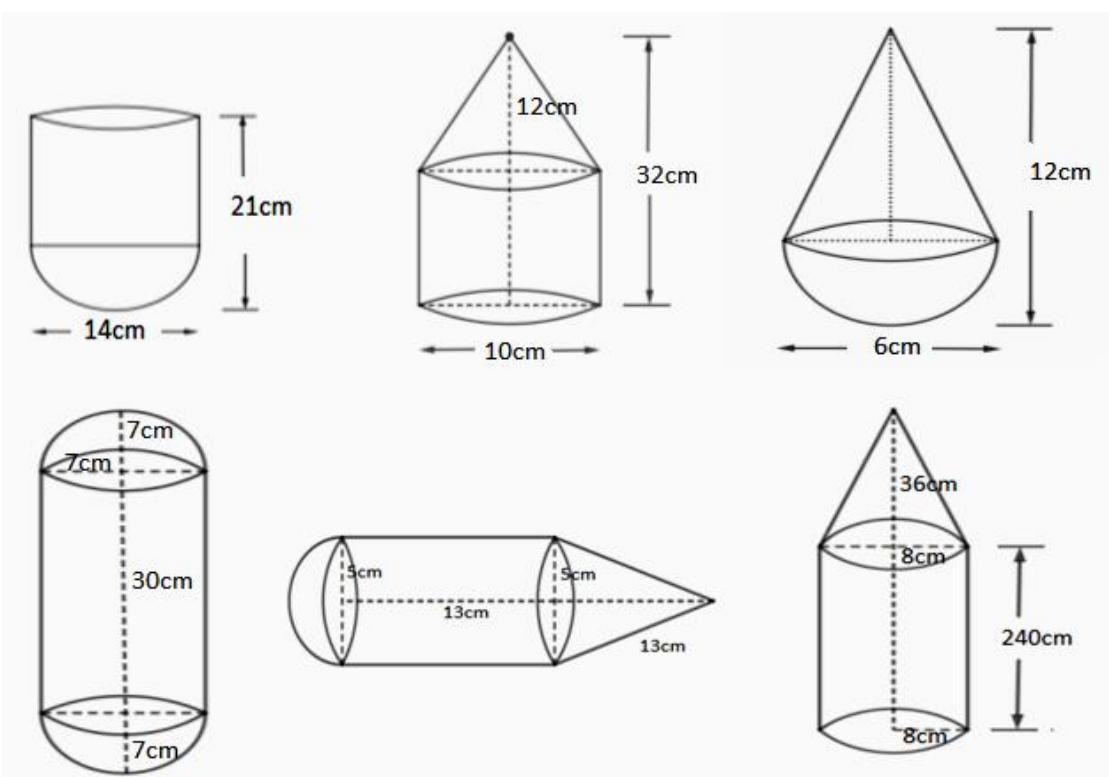
$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = 2.5$$

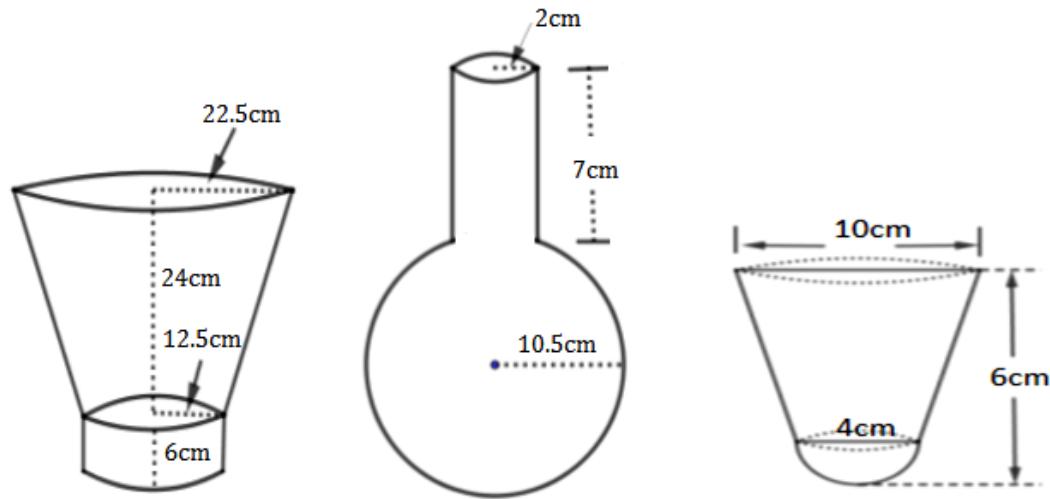
ಬಿಡ್ಡ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣ = 2.5 cm

- 28) 64 cm³ ಘನಫಲವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ವರ್ಗ (ಚೋಕ) ಘನಗಳ ಮುಖಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿ ಮಾಡಿದೆ. ಈ ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 29) ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಚೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಘನಫಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



30) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



5 Marks Questions (LA-3)

31) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಲೋಹದಿಂದ ಮಾಡಿದ ವೃತ್ತಪಾದ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 20 cm ಮತ್ತು ಶ್ರಂಗ ಕೋನವು 60° . ಈ ಶಂಕವನ್ನು ಅದರ ಎತ್ತರದ ಮುಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಸಮತಲದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪಡೆದ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕವನ್ನು ತಂತ್ಯಿಯ ವ್ಯಾಸ $\frac{1}{15}$ cmಇರುವಂತೆ ತಂತ್ಯಿಯಾಗಿ ಎಳೆದರೆ ತಂತ್ಯಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಶ್ರಂಗಕೋನ

$$\angle BAC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle OAB = 30^\circ$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ } OA = 20\text{cm}$$

DE ಯು ಶಂಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದೆ.

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ

$$OP = h_1 = 10\text{cm}$$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ತ್ರಿಭುಗಳು

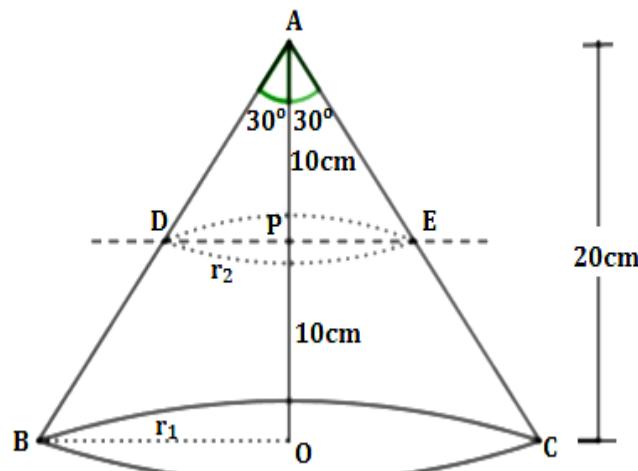
$$DP = r_1 = ?, OB = r_2 = ?$$

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ APD ಯಲ್ಲಿ

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{DP}{AP}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r_2}{10}$$

$$r_2 = \frac{10}{\sqrt{3}} \quad \text{---->(1)}$$



ಉಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ AOB ಯಲ್ಲಿ

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{OB}{OA}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r_1}{20}$$

$$r_1 = \frac{20}{\sqrt{3}} \quad \text{---->(2)}$$

ತಂತ್ಯಿಯ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ.

ತಂತ್ಯಿಯ ಉದ್ದ $l = ?$ (**ಇದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಎತ್ತರ h ಗೆ ಸಮನಾಗಿದೆ)

$$\text{ತಂತ್ಯಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ } r = \frac{1}{2} \times \frac{1}{15} \text{ cm} = \frac{1}{30} \text{ cm } (\because \text{ವ್ಯಾಸದ ಅರ್ಧದಷ್ಟ})$$

ತಂತ್ಯಿಯ ಫಾನಫಲ = ಶಂಕುವಿನ ಬಿನ್ನಕದ ಫಾನಫಲ

$$\pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi h_1 (r_1^2 + r_2^2 + r_1 \cdot r_2)$$

$$\pi \times \left(\frac{1}{30}\right)^2 \times l = \frac{1}{3} \pi \times 10 \left(\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{10}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\frac{1}{900} \times l = \frac{1}{3} \times 10 \left(\frac{400}{3} + \frac{100}{3} + \frac{200}{3} \right)$$

$$\frac{1}{900} \times l = \frac{1}{3} \times 10 \left(\frac{700}{3} \right)$$

$$l = \frac{7000}{9} \times 900 \text{cm}$$

$$l = 7000 \times 100 \text{cm}$$

$$l = 7000 \text{ m}$$

ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಭಾಗಸ್ಕಾಳಿ

- 1) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ p ನೇ ಪದ $\frac{1}{q}$ ಮತ್ತು q ನೇ ಪದ $\frac{1}{p}$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಶ್ರೇಣಿಯ pq ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು $\frac{1}{2}(pq + 1)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ : } p \text{ ನೇ ಪದ } a_p = \frac{1}{q},$$

$$q \text{ ನೇ ಪದ } a_q = \frac{1}{p}$$

$$\text{ಸಾಮಾನ್ಯ ವೃತ್ತಾಸ } d = \frac{a_p - a_q}{p - q}$$

$$d = \frac{\frac{1}{q} - \frac{1}{p}}{p - q}$$

$$d = \frac{\frac{p - q}{pq}}{p - q}$$

$$d = \frac{(p - q)}{pq(p - q)}$$

$$d = \frac{1}{pq} \quad \text{---->(1)}$$

$$a_p = \frac{1}{q}$$

$$a + (p-1)d = \frac{1}{q} \quad [\because a_n = a + (n-1)d]$$

$$a + (p-1)\frac{1}{pq} = \frac{1}{q} \quad [\because \text{s.(1)00}]$$

$$a + \frac{p}{pq} - \frac{1}{pq} = \frac{1}{q}$$

$$a + \frac{1}{q} - \frac{1}{pq} = \frac{1}{q}$$

$$a = \frac{1}{pq} \quad \text{---->(2)} \quad (\because \frac{1}{q} \text{ಎರಡೂ ಕಡೆ ರದ್ದಾಗಿದೆ})$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$n = pq$ ಅದಾಗೆ,

$$S_{pq} = \frac{pq}{2} \left[2 \times \frac{1}{pq} + (pq-1) \frac{1}{pq} \right] \quad (\because \text{s.(1) ಮತ್ತು s.(2)00})$$

$$S_{pq} = \frac{pq}{2} \times \frac{1}{pq} (2 + pq - 1)$$

$$S_{pq} = \frac{1}{2} (pq + 1)$$

\therefore ಸಾಧಿಸಿದೆ.

2) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯ p ನೇ ಪದ q ಮತ್ತು q ನೇ ಪದ p ಅಗಿದ್ದರೆ, ಶೈಫಿಯ $p+q$ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು $\frac{1}{2}(p+q)(p+q-1)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

3) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯ ಮೊದಲನೇ, ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ a, b ಮತ್ತು $2a$ ಅಗಿದ್ದರೆ, ಶೈಫಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು $\frac{3ab}{2(b-a)}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a_1 = a, a_2 = b, a_n = 2a$

ಸಾಮಾನ್ಯ ವೃತ್ತಾಸ $d = a_2 - a_1$

$$d = b - a \quad \text{---->(1)}$$

$$a + (n-1)d = a_n$$

$$(n-1)d = a_n - a$$

$$(n-1) = \frac{2a-a}{d} \quad (\because a_n = 2a)$$

$$n-1 = \frac{a}{d}$$

$$n-1 = \frac{a}{b-a} \quad [\because \text{s.(1)00}] \quad \text{---->(2)}$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{a}{b-a} + 1 \\ n &= \frac{a+b-a}{b-a} \\ n &= \frac{b}{b-a} \end{aligned} \quad \text{---->(3)}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \\ S_n &= \frac{1}{2} \times \frac{b}{b-a} \left[2a + \left(\frac{a}{b-a} \right) (b-a) \right] \quad [\because \text{s.(1), s.(2) ಮತ್ತು s.(3)ಇಂದ}] \\ S_n &= \frac{b}{2(b-a)} (2a + a) \\ S_n &= \frac{b}{2(b-a)} (3a) \\ S_n &= \frac{3ab}{2(b-a)} \end{aligned}$$

\therefore ಸಾಧಿಸಿದೆ.

- 4) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 400 ಮತ್ತು ಮೊದಲ 40 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 1600 ಆದರೆ, ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 5) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 21 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 276 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 6) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 25 ಪದಗಳಿವೆ. ಮುಧ್ಯದ ಪದ 49 ಆದರೆ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 7) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 37 ಪದಗಳಿವೆ, ಅದರ ಮುಧ್ಯದ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 225 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ 3 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 429 ಆದರೆ, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 8) ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ 27° ಆದರೆ, ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 9) ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಆ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 58 ಹಾಗೂ ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 9 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 10) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 6 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 42 ಹಾಗೂ 10ನೇ ಪದ ಮತ್ತು 30ನೇ ಪದಗಳಿಗೆ ಅನುಪಾತ 1:3 ಆದರೆ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ ಮತ್ತು 13ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$11) \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = 2 \sec\theta \quad \text{ಒಂದು ಸಾಧಿಸಿ.}$$

- 12) ನೆಲದ ಮೇಲಿನಿಂದ 4000m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ವಿಮಾನವೊಂದು ಹಾರುವಾಗ, ಅದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನೇರವಾಗಿ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಮಾನದ ಮೇಲೆ ಅದು ಹಾರಿ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಆ ಕ್ಷೇತ್ರಕ್ಕೆ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಆ ಎರಡು ವಿಮಾನಗಳ ಉನ್ನತ ಕೋನಗಳು 60° ಮತ್ತು 45° ಆಗಿದೆ. ಎರಡೂ ವಿಮಾನಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬ ದೂರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 13) ಬೆಟ್ಟದ ಮೇಲೆ ನಿಂತ ಒಬ್ಬ ವೃಕ್ಷಿಯು ತನ್ನ ಕೆಳಗಿರುವ ದಡದ ಕಡೆಗೆ ಏಕರೂಪ ಜವದಲ್ಲಿ ಸಾಗಿ ಬರುತ್ತಿರುವ ದೋಣಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 30° ಆಗಿದೆ. ಆರು ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ, ಅವನತ ಕೋನವು 60° ಆಗುತ್ತದೆ. ದೋಣಿಯು ದಡವನ್ನು ಸೇರಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 14) ಕೊಳದ ಮೇಲಿನ h ಮೀಟರ್‌ಗಳ ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವ ಮೋಡವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು α ಮತ್ತು ಅದರ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವನ್ನು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು β ಆಗಿದೆ. ಮೋಡದ ಎತ್ತರವು ಆಗಿದೆ $\frac{h(\tan \beta + \tan \alpha)}{\tan \beta - \tan \alpha}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
- 15) ಕೊಳದ ಮೇಲಿನ 60 m ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವ ಮೋಡವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30° ಮತ್ತು ಅದರ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವನ್ನು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 60° ಆಗಿದೆ. ಮೋಡದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 16) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಮೇಲೆ ಶಂಕುವನ್ನು ಇರಿಸಿರುವ ರೀತಿ ಒಂದು ಟೆಂಟನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ವೃತ್ತಪಾದಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 20m ಮತ್ತು 6m ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 24m . ಟೆಂಟನ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರ 28m ಆದರೆ, ಬೇಕಾಗುವ ಕ್ಷುನ್ವಾಸ್ ಬಣ್ಣೆಯ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 17) ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ದಿಫೀರ್ ಪ್ರವಾಹದಿಂದ, ಕೆಲವು ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಸ್ವೀಕರಿಸಿದ ಕೆಳಗಿನ ವಿವರಗಳನ್ನು ಪ್ರವಾಹ ಸಂತುಸ್ತಗಳಾಗಿ ನಿರ್ಮಿಸಲು ಸರ್ಕಾರಕ್ಕೆ ಮನವಿ ಸಲ್ಲಿಸಿ, ಇದಕ್ಕಾಗಿ ತಗಲುವ ಲಿಂಗನ 50% ಹಣವನ್ನು ನೀಡುವುದಾಗಿ ತಿಳಿಸಿದರು. ಪ್ರತಿ ಟೆಂಟನ ಕೆಳಭಾಗವು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದ್ದು ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ 4.2m ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4m ಹಾಗೂ ಮೇಲಾಗುವ ಶಂಕುವಿನ ಕ್ರಿಯಲ್ಲಿದ್ದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಆದರೆ ಎತ್ತರ 2.8m ಆಗಿದೆ. ಟೆಂಟಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬಳಸುವ ಕ್ಷುನ್ವಾಸ್ ಬಣ್ಣೆಯು ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ 100 ಆದರೆ, ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಟೆಂಟಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ನೀಡಿದ ಹಣವೆಷ್ಟೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಿಂದ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.
- $(\pi = \frac{22}{7} \text{ ಬಳಿಗೆ})$

ಪರಿಹಾರ: ಟೆಂಟನ ಆಕಾರವು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕುಗಳಿಂದ ಜೋಡಿಸಿದ ಫೋಕ್ಯೂಟಿ ಆಗಿದೆ.
ಸಿಲಿಂಡರ್ನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ
 \therefore ಸಿಲಿಂಡರ್ನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ

$$r = \frac{4.2}{2} = 2.1\text{m}$$

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರ್ ಎತ್ತರ } H = 4\text{m}$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ } h = 2.8\text{m}$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ } l = ?$$

$$l^2 = r^2 + h^2$$

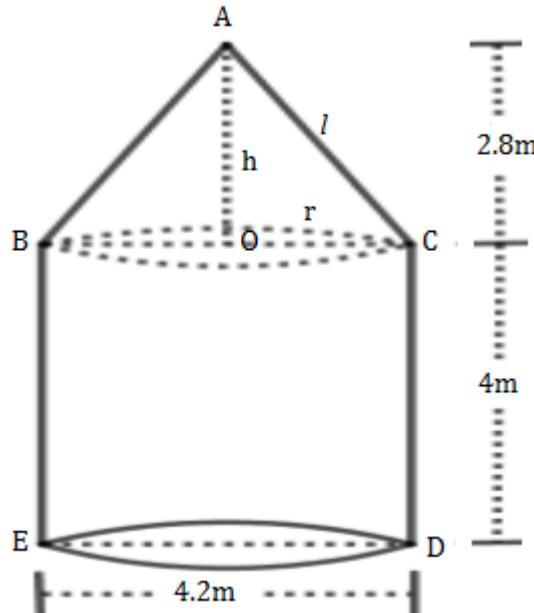
$$l^2 = (2.1)^2 + (2.8)^2$$

$$l^2 = 4.41 + 7.84$$

$$l = \sqrt{12.25}$$

$$l = 3.5\text{m}$$

$$\left[\begin{array}{ccc} \text{ಟೆಂಟನ ಒಟ್ಟು} & = & \text{ಸಿಲಿಂಡರ್ನ ಪಾತ್ರೆ} \\ \text{ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} & & + \text{ಶಂಕುವಿನ ಪಾತ್ರೆ} \\ & & \text{ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \end{array} \right]$$



$$\begin{aligned}
 \text{ಚೆಂಟೊನ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 2\pi rH + \pi rl \\
 &= \pi r(2H + l) \\
 &= \frac{22}{7} \times 2.1(2 \times 4 + 3.5) \\
 &= 22 \times 0.3 \times 11.5
 \end{aligned}$$

$$\text{ಚೆಂಟೊನ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 75.90\text{m}^2$$

$$\text{ಇಂಥಹ } 100 \text{ ಚೆಂಟೊಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 75.90 \times 100 = 7590\text{m}^2$$

1m^2 ಕ್ಷಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟಿಗೆ ರೂ.100 ಆದರೆ,

$$7590\text{m}^2 \text{ ಕ್ಷಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟಿಗೆ ತಗಲುವ ಖಚು} = \text{ರೂ. } 7590 \times 100 = \text{ರೂ. } 7,59,000$$

$$\text{ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ನೀಡಿದ ಹಣ (50\%)} = \text{ರೂ. } 7,59,000 \times \frac{50}{100}$$

$$\text{ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ನೀಡಿದ ಹಣ} = \text{ರೂ. } 3,79,500$$

ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಮೌಲ್ಯ: * ಇದು ಮಾನವೀಯತೆಯ ಪ್ರತೀಕವಾಗಿದೆ.

* ಇದು ಉತ್ತಮ ನಾಗರಿಕ ಸಮಾಜದ ಲಕ್ಷಣವಾಗಿದೆ.

- 18) ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ದಿಫೀರ್ ಪ್ರವಾಹದಿಂದ, ಸಾವಿರಾರು ಜನ ಮನೆ ಕೆಳೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರು. 50ಶಾಲೆಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ 1500 ಚೆಂಟುಗಳಿಗೆ ಸ್ಥಳ ಮತ್ತು ಕ್ಷಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟಿಯನ್ನು ಒದಗಿಸಲು ರಾಜ್ಯ ಸರ್ಕಾರಕ್ಕೆ ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಇಡೀ ಶ್ರೀಮತಿ ಅಂತಹ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು. ಪ್ರತಿ ಚೆಂಟಿನ ಕೆಳಭಾಗವು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದ್ದು ಪಾದದ ಶ್ರೀಮತಿ 2.8m ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 3.5m ಹಾಗೂ ಮೇಲ್ಮೈಯನ್ನು ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿದ್ದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದ ಶ್ರೀಮತಿ 2.8m ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 2.1m ಆಗಿದೆ. ಚೆಂಟುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬಳಸುವ ಕ್ಷಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟೆಯು ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ120 ಆದರೆ, ಪ್ರತಿ ಶಾಲೆಯವರು ಚೆಂಟುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ನೀಡಿದ ಹಣವೇ ಪ್ರಮುಖವಾಗಿದೆ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯಿಂದ ಕಂಡುಕೊಂಡ ಮೌಲ್ಯವೇನು? ($\pi = \frac{22}{7}$ ಬಳಸಿ)

- 19) ಒಂದು ನೇರ ಶಂಕುವು, ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಸಮತಲದಿಂದ ಸಮ ಫಾನ್‌ಫಲವ್ಯಾಳ್ಯ ಎರಡು ಫಾನ್‌ಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಸಮತಲವು ಶಂಕುವಿನ ಆಕ್ಷಾವನ್ನು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ?

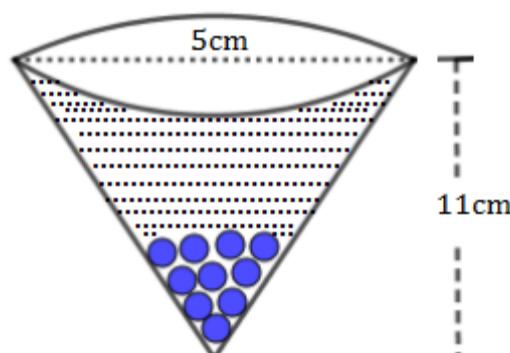
- 20) ಒಂದು ನೇರ ಶಂಕುವು, ಪಾದಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಶ್ರೀಭಾಗಿಸಿದೆ. ಮೇಲಿನಿಂದ ಈ ಮೂರು ಭಾಗಗಳ ಫಾನ್‌ಫಲಗಳ ಅನುಪಾತವು ಎಂದು 1:7:19 ತೋರಿಸಿ.

- 21) ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳು 15cm ಮತ್ತು 20cm ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರೀಭುಜವನ್ನು ಅದರ ವಿಕಣದ ಮೇಲೆ ತಿರುಗಿಸಿದೆ. ಉಂಟಾದ ದ್ವಿಶಂಕುವಿನ ಫಾನ್‌ಫಲ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

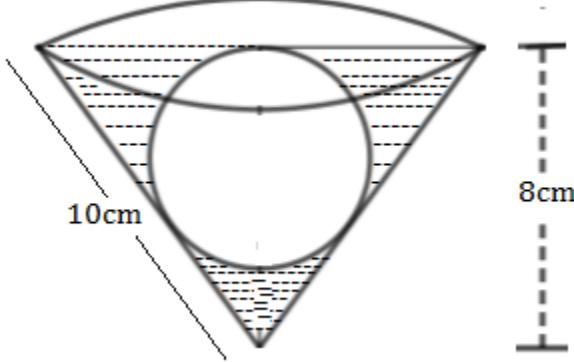
- 22) ಪಕ್ಕದ ಜಿತ್ತೆದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಎತ್ತರ 11cm ಇರುವ

ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಪಾತ್ರೆಯ ಮೇಲ್ಮೈಗಳ ವ್ಯಾಸ 5cm ಆಗಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲಾಗಿದೆ.

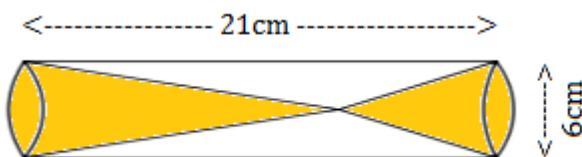
$\frac{1}{4}$ cm ಶ್ರೀಮತಿಯ ಸೀಸದ ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಈ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದಾಗ, ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿದ್ದ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ನೀರು ಹೊರ ಚೆಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದ ಸೀಸದ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



- 23) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಎತ್ತರ 8 cm ಇರುವ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಪಾತ್ರೆಯ ಬೆಳೆ ಎತ್ತರವು 10cm ಆಗಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಮೊಣಿವಾಗಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪಾತ್ರೆಯ ಮೇಲಾಗಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಧಿಕಾರಿ ಅಥವಾ ಒಂದು ಕಣಿಂಜದ ಗೋಳವನ್ನು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಮುಳುಗಿಸಿದಾಗ ಗೋಳದ ಮೇಲಾಗುವ ನೀರನ ಮೇಲ್ಮೈಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪಾತ್ರೆಯಿಂದ ಹೊರ ಚೆಲ್ಲಿದ ನೀರನ ಪ್ರಮಾಣ ಮತ್ತು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ನೀರನ ಪ್ರಮಾಣವು $3:5$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



- 24) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಏರಡು ಫನ್ ಶಂಕುಗಳನ್ನು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಕೊಳಬೆಯಲ್ಲಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಶಂಕುಗಳ ಗಾತ್ರಗಳ ಅನುಪಾತ $2:1$ ಆದರೆ, ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ಫನ್‌ಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



- 25) 6.5m ಉದ್ದದ ಒಂದು ಏಣಿಯನ್ನು ಗೋಡೆಗೆ ಒರಗಿಸಿದಾಗ ಅದರ ತುದಿಯು ನೆಲದಿಂದ 6m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯ ಕಟ್ಟೆಯನ್ನು ಮುಟ್ಟಿತ್ತದೆ. ಏಣಿಯ ಪಾದವು 3.5m ನಷ್ಟ ಗೋಡೆಯಿಂದ ದೂರ ಜಾರಿದಾಗ, ಏಣಿಯ ತುದಿಯು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯನ್ನು ಮುಟ್ಟಿತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.