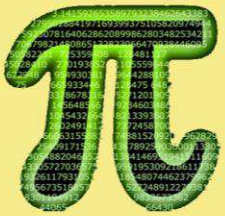
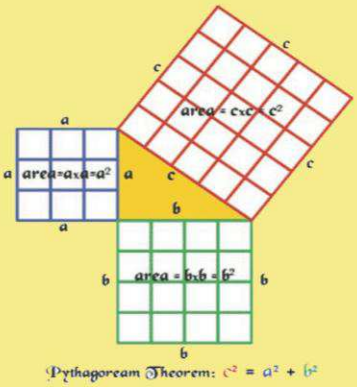
ಜ್ಞಾನ–ಶೀಲ–ಏಕತೆ

ಗಣಿತ ಗ್ಲೊಕೋಸ್

2019–20 ಎಸ್ ಎಸ್ ಎಲ್ ಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ



YES,I Can do



ಶ್ರೀ ಸುರೇಶ.ಸಿ.ಮನಹಳ್ಳಿ

ಬಿ.ಎಲ್.ಡಿ.ಇ ಸಂಸ್ಥೆಯ

ಎಸ್.ಡಿ.ಎಸ್.ಜಿ. ಪ ಪೂ ಕಾಲೇಜ(ಮಾ.ವಿ) ಸಾವಳಗಿ

ತಾ॥ ಜಮಖಂಡಿ ಜಿ॥ ಬಾಗಲಕೋಟ

ಫೋನ್ ನಂ : 9008208739

ಕ್ರ. ಸಂ	ವಿಷಯಾಧರಿತ	ಘಟಕ	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಅಂಕಗಳ ವಿತರಣೆ	ಅಂಕಗಳು	ಒಟ್ಟು
01	ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ	08.ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+1 +2	04	04
02	ಬೀಜಗಣಿತ	01.ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ) +1+4	06	26
		02.ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	03	2+3+4	09	
		09.ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+1+3	05	
		10.ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು	03	1+2+3	06	
03	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ	11.ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	04	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+1+1+3	06	09
		12.ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	01	3	03	
04	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	07.ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	02	2+3	05	05
05	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ & ಸಂಭವನೀಯತೆ	13.ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	02	3+3	06	09
		14.ಸಂಭವನೀಯತೆ	02	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+2	03	
06	ರೇಖಾಗಣಿತ	02.ತ್ರಿಭುಜಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ) +2+5 *(4)	08	17
		04.ವೃತ್ತಗಳು	02	1+3	04	
		06.ರಚನೆಗಳು	02	2+3	05	
07	ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ	05.ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	02	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+2	03	10
		15.ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+2+4 *(5)	07	
			38		80	80

ಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರೌಢ ಶಿಕ್ಷಣ ಪರೀಕ್ಷಾ ಮಂಡಳಿಯು ಕಠಿಣತೆಗೆ ನೀಡಿದ ಆದ್ಯತೆ :

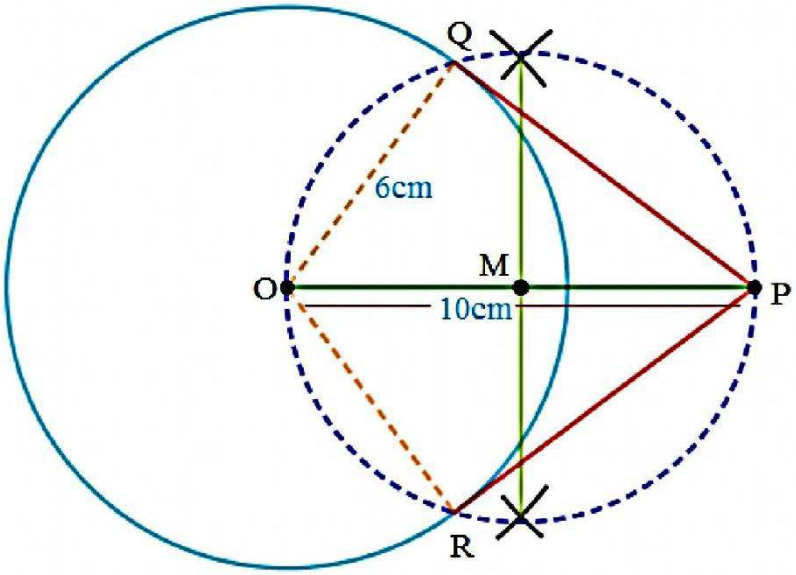
ಸುಲಭ – 24 ಅಂಕಗಳು (30%) **ಸಾಮಾನ್ಯ – 40 ಅಂಕಗಳು (50%)** ಕಠಿಣ – 16 ಅಂಕಗಳು (20%)

ಇದರ ಅರ್ಥ **64 ಅಂಕಗಳನ್ನು** ಸ್ವಲ್ಪ ಅಭ್ಯಾಸಿಸಿದರೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಪಡೆಯಬಹುದು. Yes,I Can do it.

: ಚಿತ್ರಗಳು (12ಅಂಕಗಳು) :

1) ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.(2ಅಂಕಗಳು)

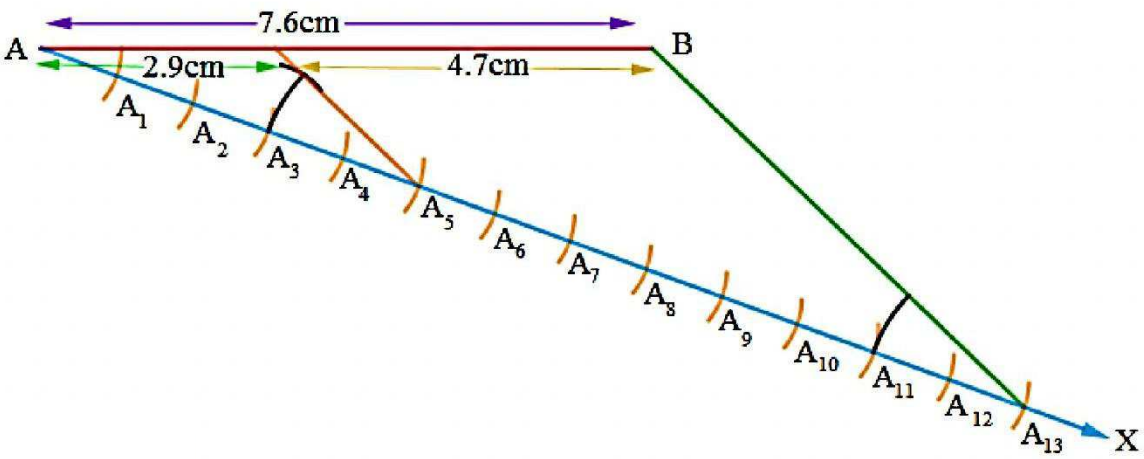
6cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10cm ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



PQ = PR = 8cm

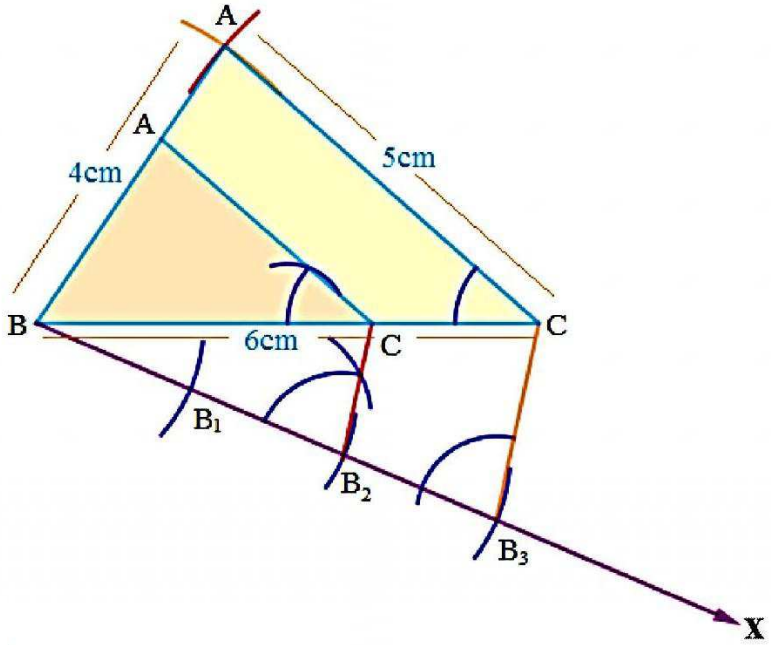
2) ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು. (2ಅಂಕಗಳು)

7.6cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5 : 8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

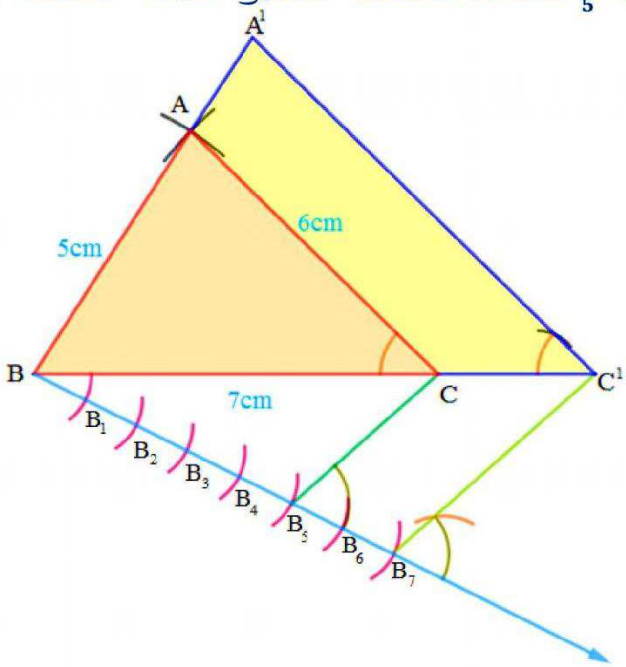


3) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ. (3ಅಂಕಗಳು)

4cm, 5cm ಮತ್ತು **6cm** ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

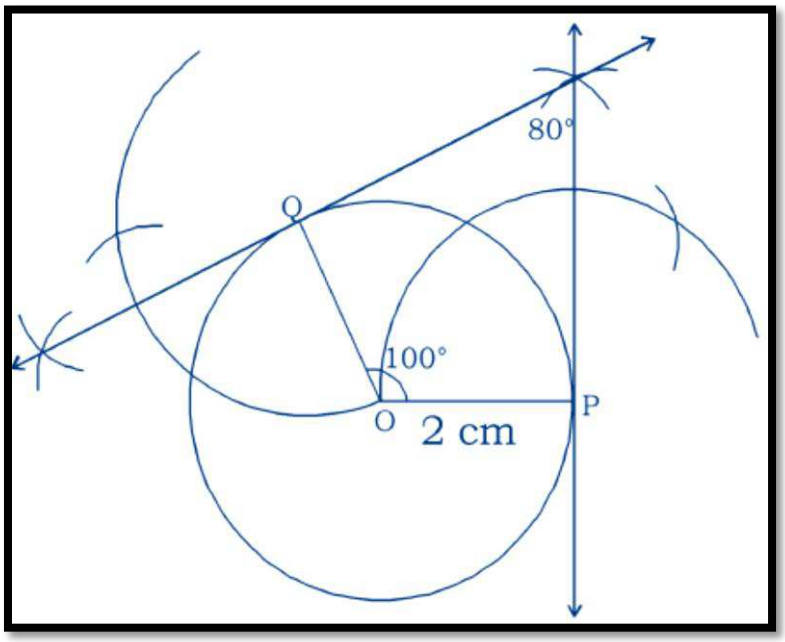


5cm, 6cm ಮತ್ತು **7cm** ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

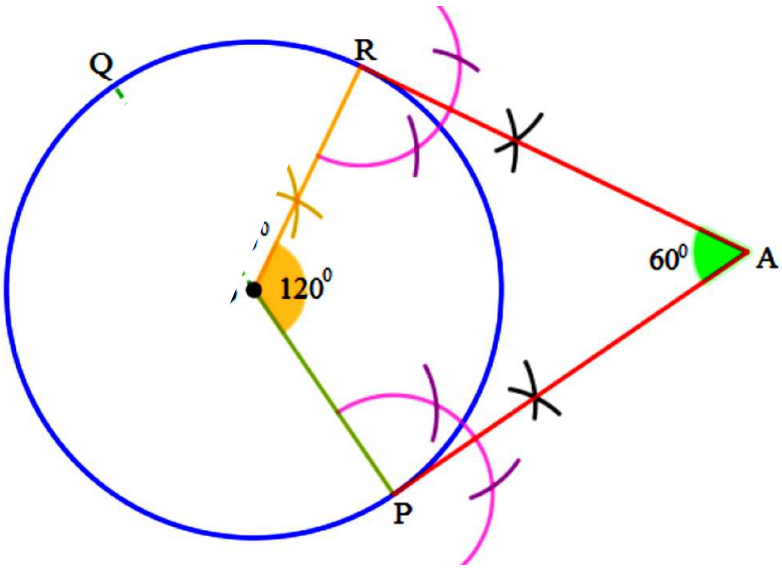


4) ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.(3ಅಂಕಗಳು)

2cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 100^0 ಇರುವಂತೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಕೇಂದ್ರವಲ್ಲದ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



5cm ತಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60^0 ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



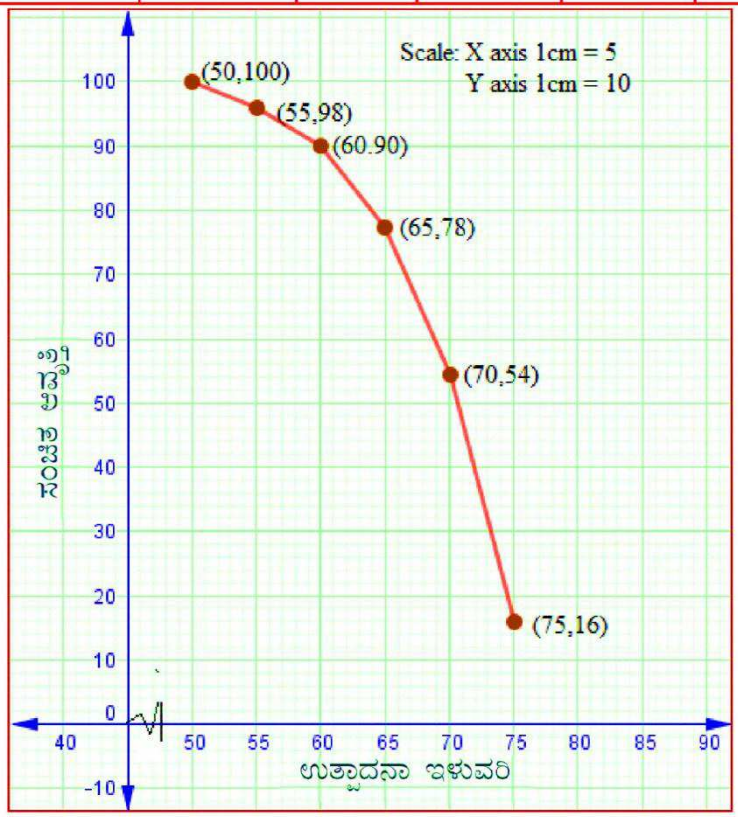
5) ಓಜಿವ್ ರಚನೆ (3ಅಂಕಗಳು) :

ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ನೀಡುತ್ತಿದೆ.

ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ(Kg/ha)	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	8	12	24	38	16

ಈ ವಿತರಣೆಯನ್ನು "ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ	50	55	60	65	70	75
ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ	2	10	22	46	84	100
ಆವೃತ್ತಿ	100	98	90	78	54	16



* ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ – ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು,

ಆವೃತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನಿಂದ ಕೊಡಿಸುವುದು.

* ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ – ವರ್ಗಾಂತರದ ಮೇಲ್ಮಮಿತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು,

ಆವೃತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೊಡಿಸುವುದು.

6) ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸುವುದು. (4ಅಂಕಗಳು) :

$2x + y - 6 = 0$ ಮತ್ತು $4x - 2y - 4 = 0$ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$2x + y - 6 = 0 \Longrightarrow y = 6 - 2x$

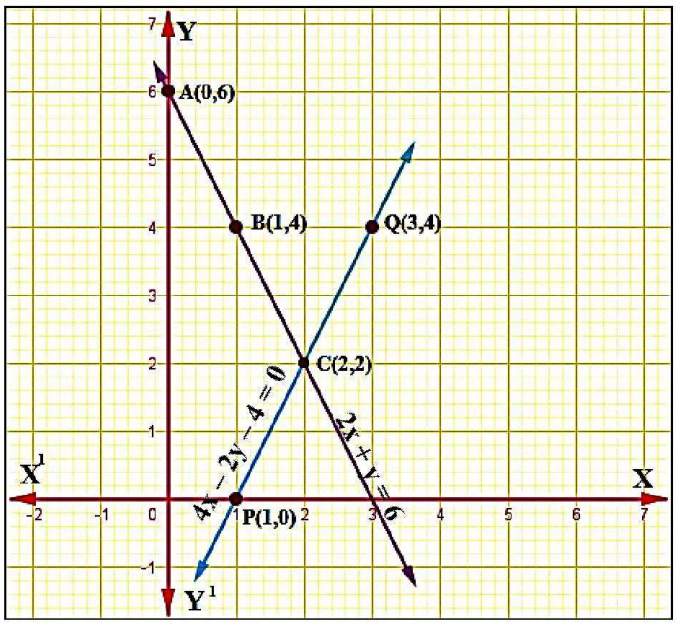
x	0	1	2
$y = 6 - 2x$	6	4	2

$x = 0 \Longrightarrow y = 6 - 2(0) = 6 - 0 = 6$
$x = 1 \Longrightarrow y = 6 - 2(1) = 6 - 2 = 4$
$x = 2 \Longrightarrow y = 6 - 2(2) = 6 - 4 = 2$

$4x - 2y - 4 = 0 \Longrightarrow 2y = 4x - 4 \Longrightarrow y = \frac{4x-4}{2}$

x	1	2	3
$y = \frac{4x-4}{2}$	0	2	4

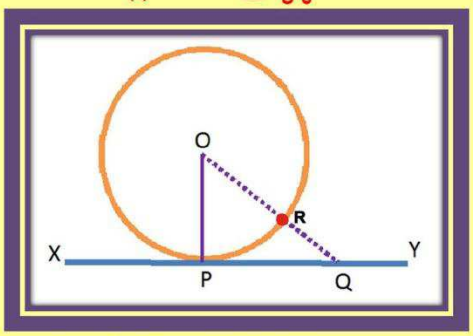
$x = 1 \Longrightarrow y = \frac{4(1)-4}{2} = \frac{4-4}{2} = \frac{0}{2} = 0$
$x = 2 \Longrightarrow y = \frac{4(2)-4}{2} = \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2$
$x = 3 \Longrightarrow y = \frac{4(3)-4}{2} = \frac{12-4}{2} = \frac{8}{2} = 4$



–: ಪ್ರಮೇಯಗಳು (7 ಅಂಕಗಳು) : –

ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (3ಅಂಕಗಳು)

ಪ್ರಮೇಯ: "ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ."



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, P ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು.

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮೇಲೆ Q ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. OQ ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ,

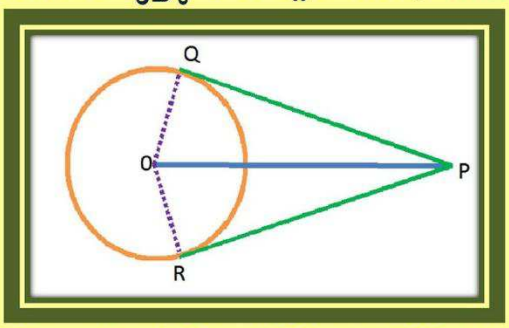
$OP = OR$ (∴ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$OQ = OR+RQ$

$OQ > OR$

$\boxed{OP \perp XY}$ (∴ XY ಸ್ಪರ್ಶಕ್ಕೆ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಿರುವ ರೇಖೆ OP)

ಪ್ರಮೇಯ: "ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು, ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ."



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ P ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳುನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $PQ = PR$

ಸಾಧನೆ : ΔPOQ ಮತ್ತು ΔPOR ಗಳಲ್ಲಿ,

$OQ = OR$ (∴ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (∴ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ)

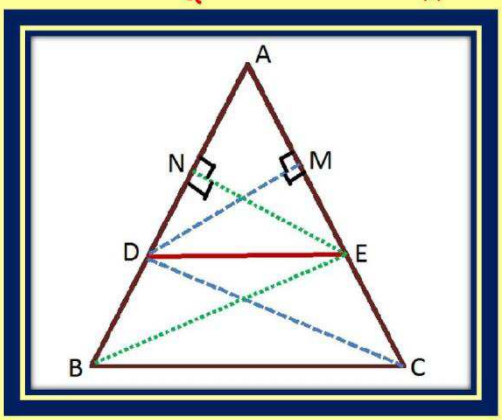
$OP = OP$ (∴ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

$\therefore \Delta POQ \cong \Delta POR$ (ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಪ್ರಮೇಯ)

$\boxed{PQ = PR}$ (∴ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ)

ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಯು
ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ



ದತ್ತ : ΔABC ದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

ರಚನೆ : DC ಮತ್ತು EB ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

$EN \perp AB$ ಮತ್ತು $DM \perp AC$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ : ΔADE ಮತ್ತು ΔBDE ದಲ್ಲಿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2}\, AD \times EN}{\frac{1}{2}\, BD \times EN} \qquad (\because A = 1/2\ b\,h)$$

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AD}{BD} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

ΔADE ಮತ್ತು ΔCDE ದಲ್ಲಿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2}\, AE \times DM}{\frac{1}{2}\, CE \times DM}$$

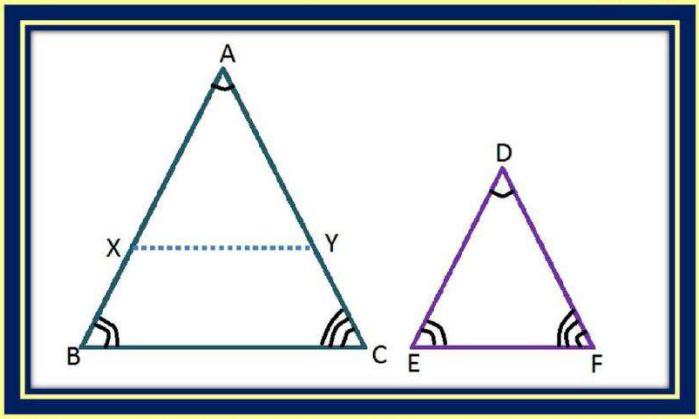
$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AE}{CE} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

(I) ಮತ್ತು (II) ರಿಂದ

$$\boxed{\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}} \qquad (\because \Delta BDE = \Delta CDE)$$

ಪ್ರಮೇಯ (ಕೋನ–ಕೋನ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ)

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

ರಚನೆ : $AX = DE$ ಮತ್ತು $AY = DF$ ಆಗುವಂತೆ X ಮತ್ತು Y ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. XY ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔAXY ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$AX = DE$ (∵ ರಚನೆ)

$\angle XAY = \angle EDF$ (∵ ದತ್ತ)

$AY = DF$ (∵ ರಚನೆ)

$\therefore \Delta AXY \equiv \Delta DEF$ (∵ ಬಾಕೊಬಾ)

$\therefore \angle AXY = \angle EDF$, $\angle AYX = \angle EFD$ (∵ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

$XY = EF$

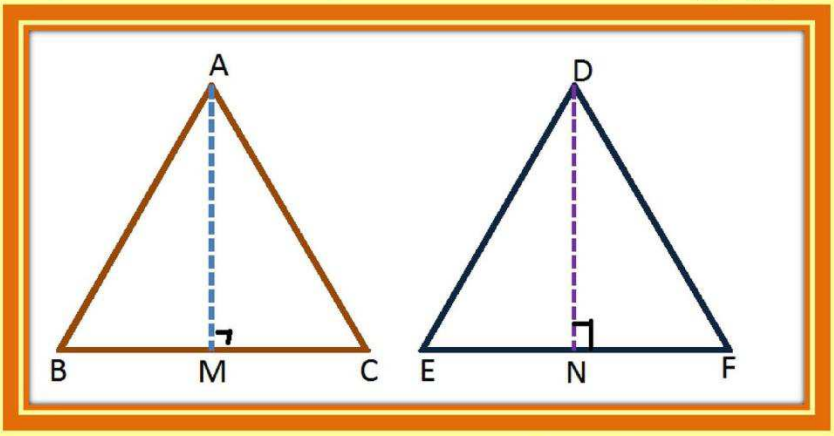
$\therefore XY \parallel BC$ (∵ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.)

$\frac{AB}{AX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CA}{YA}$ (∵ ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$\therefore \boxed{\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}}$

ಪ್ರಮೇಯ (ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು)

"ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು,
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ."



ದತ್ತ : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}$

ರಚನೆ : $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $DN \perp EF$ ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔAMB ಮತ್ತು ΔDNE ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABM = \angle DEN$ ($\because$ ದತ್ತ)

$\angle AMB = \angle DNE = 90^0$ ($\because$ ರಚನೆ)

$\Delta AMB \sim \Delta DNE$ ($\because$ ಕೋ.ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN} = \frac{MA}{ND}$

$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{1/2\ BC \times MA}{1/2\ EF \times ND}$ ($\because A = 1/2\ b\ h$)

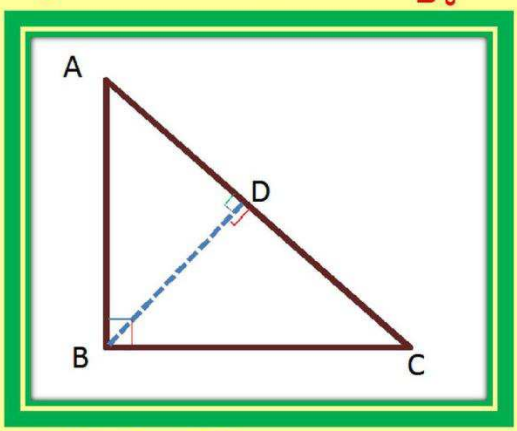
ಈಗ, $\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times MA}{EF \times ND}$

$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times BC}{EF \times EF}$ ($\because \frac{MA}{ND} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$)

$$\boxed{\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}}$$

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ

"ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತದ್ದೆ."



ದತ್ತ : ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90°$

ಸಾಧನೀಯ : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ : $BD \perp AC$

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಮತ್ತು ΔADB ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle ADB = 90°$ [$\because$ ದತ್ತ & ರಚನೆ]

$\angle BAC = \angle BAD$ [$\because$ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ]

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB$ [ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು]

$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB} = \frac{AC}{AB}$ [ಕೋ ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ]

$AB^2 = AC.AD$ .....(1)

ΔABC ಮತ್ತು ΔBDC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle BDC = 90°$ [$\because$ ದತ್ತ & ರಚನೆ]

$\angle BCA = \angle BCD$ [$\because$ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ]

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta BDC$ [ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು]

$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC}$ [ಕೋ ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ]

$BC^2 = AC.DC$ .....(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$AB^2 + BC^2 = (AC.\ AD) + (AC.\ DC)$

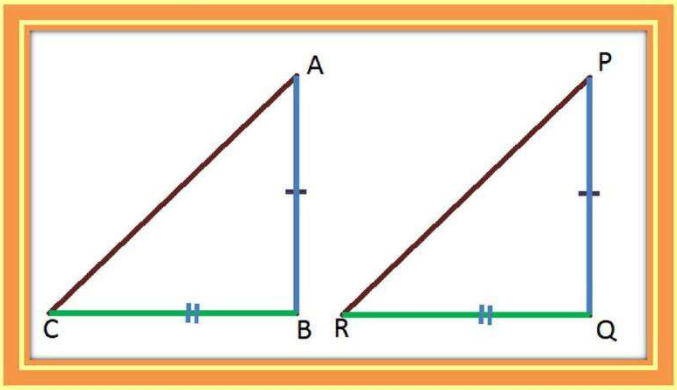
$= AC\ (AD + DC)$

$= AC.\ AC$

$$\boxed{AC^2 = AB^2 + BC^2}$$

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು, ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದರೆ, ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ದಲ್ಲಿ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ಸಾಧನೀಯ : $\angle ABC = 90°$

ರಚನೆ : $\angle Q = 90°$, $AB=QP$ $BC=QR$ ಇರುವಂತೆ ΔPQR ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔPQR ದಲ್ಲಿ,

$PR^2 = QP^2 + QR^2$ [$\because \angle Q = 90°$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ]

$PR^2 = AB^2 + BC^2$ .....(1) [$\because$ ರಚನೆ]

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ .....(2) [$\because$ ದತ್ತ]

$\Rightarrow AC^2 = PR^2$ (1)& (2) ರಿಂದ

$\therefore AC = PR$

ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ

$AC = PR$ [$\because$ ಸಾಧಿಸಿದೆ]

$BC = QR$ [$\because$ ರಚನೆ]

$AB = PQ$ [$\because$ ರಚನೆ]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$ [$\because$ಬಾಬಾಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ]

$\Rightarrow \angle ABC = \angle PQR = 90°$ [$\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ]

$\boxed{\angle ABC = 90°}$

1) 2, 7, 12 ..... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : a = 2, d = 7 – 2 = 5 ಮತ್ತು n = 10

$a_n = a + (n - 1)d$

ಆದ್ದರಿಂದ $a_{10} = 2 + (10 - 1)5 = 2 + (9)5 = 2 + 45 = 47$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದ $a_{10} = 47$

2) ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

12, 15, 18 99

$a = 12, d = 3, a_n = 99$

$a + (n - 1)d = a_n$

$12 + (n - 1)3 = 99$

$12 + 3n - 3 = 99$

$3n + 9 = 99$

$3n = 99 - 9$

$3n = 90$

$n = 30$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಅಂಕೆಗಳ 30 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

3) 21, 18, 15.....ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು –81 ಆಗಿದೆ? & ಯಾವುದೇ ಪದ 0 ಆಗಿದೆಯೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಇಲ್ಲಿ a = 21, d = 18 - 21 = -3 ಮತ್ತು $a_n = -81$ n = ?

an = a + (n - 1)d

-81 = 21 + (n - 1) (-3)

-81 = 24 - 3n

-105 = -3n

n = -105/-3 = 35 n = 35 ∴ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 35ನೇ ಪದ = –81 ಆಗಿದೆ.

$a_n = a + (n - 1)d$

0 = 21 + (n - 1) (-3)

0 = 21 -3 n +3

3n = 24 ∴ n = 8 ∴ 8ನೇ ಪದವು 0 ಆಗಿದೆ

4) ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 32, ಮೊದಲ & ಕೊನೆಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ & ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಅನುಪಾತವು7:15 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ $(a-3d), (a-d), (a+d), (a+3d)$ ಆಗಿರಲಿ

$a-3d + a-d + a+d + a+3d = 32$

$4a = 32$

$a = \frac{32}{4}$

$\boxed{a = 8}$

$\frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{7}{15}$

$\frac{a^2 - 9d^2}{a^2 - d^2} = \frac{7}{15}$

$15a^2 - 135d^2 = 7a^2 - 7d^2$

$15a^2 - 7a^2 = 135d^2 - 7d^2$

$8a^2 = 128d^2$

$d^2 = \frac{8(64)}{128}$

$d = \sqrt{4} = 2.$

∴ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು a=8 d=2

$a-3d, a-d, a+d, a+3d$

2, 6, 10, 14

5) Δ ABC ~Δ DEF, ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 64cm² ಮತ್ತು 121cm² ಗಳಾಗಿದ್ದು EF=15.4cm ಆದರೆ BCಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ :

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 64\ cm^2$

ΔDEF ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 121\ cm^2$

$EF = 15.4\ cm$

$$\frac{\text{ವಿ}(ABC)}{\text{ವಿ}(DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$

$$\frac{64}{121} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\Rightarrow \frac{8^2}{11^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{11} = \frac{BC}{EF}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{8}{11} \times 15.4$$

$$\Rightarrow BC = 8 \times 1.4$$

$$\Rightarrow BC = 11.2\ cm$$

6) 10m ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?

ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರ $CA = 8m$, ಏಣಿಯ ಉದ್ದ $AB = 10m$

∴ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$10^2 = 8^2 + BC^2$

$BC^2 = 100 - 64$

$BC^2 = 36$

$BC = 6m$

ಆದ್ದರಿಂದ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ 6ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

***7)* $x + y = 14$ & $x - y = 4$ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.**

$x + y = 14 \qquad (1)$

$x - y = 4 \qquad (2)$

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow x = 14 - y \qquad (3)$

x ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$14 - y - y = 4$

$14 - 2y = 4$

$-2y = 4 - 14$

$-2y = -10$

$y = \frac{-10}{-2} = 5$ $\quad$ $y = 5$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 14 - y = 14 - 5 \Rightarrow x = 9$

$\therefore x = 9,\ \ y = 5$

8) $2x + 3y = 11$ & $2x - 4y = -24$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ ಮತ್ತು $y = mx + 3$ ರಲ್ಲಿ m ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$2x + 3y = 11 \quad (1)$

$2x - 4y = -24 \quad (2)$

ಸಮೀಕರಣ $(2) \Rightarrow 2x = 4y - 24 \Rightarrow x = 2y - 12$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$2(2y - 12) + 3y = 11$

$4y - 24 + 3y = 11$

$7y = 11 + 24$

$7y = 35$

$y = 5$

$y = 5$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 2x5 - 12 = 10 - 12 = -2$

$\therefore x = -2, \quad y = 5$

$y = mx + 3$

9) $3x + 4y = 10$ ಮತ್ತು $2x - 2y = 2$ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$3x + 4y = 10 \ldots (i) \quad \times 2$

$2x - 2y = 2 \ldots (ii) \quad \times 3$

$6x + 8y = 20$

$(-)6x \ (+) - 6y = (-) 6$

$14y = 14$

$Y = 14/14 = 1 \qquad \therefore Y = 1$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (i) ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿ

$3x + 4y = 10$

$3x + 4(1) = 10$

$3x = 10 - 4$

$3x = 6 \qquad X = 6/3 = 2 \qquad \therefore$ **$x = 2 \quad y = 1$**

10) $2x + y = 6$ ಮತ್ತು $2x - y = 2$ ಆದರೆ x ಮತ್ತು y ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : $2x + y = 6 \ldots\ldots (i)$

$(-)2x \ (+) - y = (-) 2 \ldots\ldots (ii)$

$2y = 4$

$Y = 4/2 = 2 \qquad \therefore \quad Y = 2$ ನ್ನು (i) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿ

$2x + 2 = 6$

$2x = 6 - 2 \qquad X = 4/2 = 2$

$\therefore \ x = 2 \ y = 2$

11) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಗೌರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಗಣೇಶನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರುಪಟ್ಟು ಆಗಿತ್ತು, ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಗೌರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಗಣೇಶನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗದರೆ ಗೌರಿ ಮತ್ತು ಗಣೇಶನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ : ಗೌರಿ ವಯಸ್ಸು = x ಆಗಿರಲಿ ಗಣೇಶನ ವಯಸ್ಸು = y ಆಗಿರಲಿ

5 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ : $x-5 = 3(y-5)$

$x-5 = 3y-15$

$x = 3y-15+5$

$x = 3y-10$ ..... (i)

10 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ : $x+10 = 2(y+10)$

$X+10 = 2y+20$

$X = 2y+20-10$

$X = 2y+10$ ..... (ii)

(i) & (ii) ರಿಂದ

$3y-10 = 2y+10$

$3y-2y = 10+10$

$Y = 20$ ∴ Y = 20 ನ್ನು (i) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿ

$X = 3y-10$

$= 3(20)-10$

$= 60-10$

$= 50$

∴ ಗೌರಿ ವಯಸ್ಸು = x = 50 ವರ್ಷ ಗಣೇಶನ ವಯಸ್ಸು = y = 20 ವರ್ಷ

12) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು $\frac{1}{3}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದಕ್ಕೆ 8ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದು $\frac{1}{4}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದತ್ತ ಭಿನ್ನರಾಶಿ = $\frac{x}{y}$ ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 3x - y = 3$ (1)

$\frac{x}{y+8} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 4x - y = 8$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

4x - y = 8	(2)
3x - y = 3	(1)
x = 5	

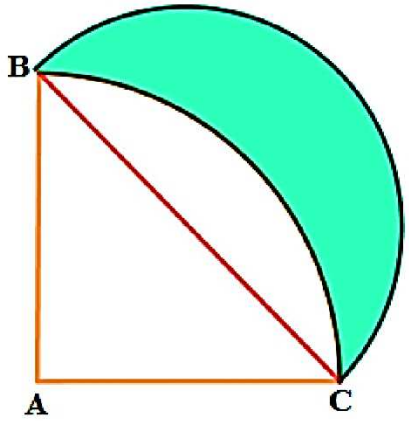
x = 5 ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$15 - y = 3$

$y = 12$

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ = $\frac{5}{12}$

13) ABC ಯು 14cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ABC ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 14 cm

AB = AC = 14 cm

BC ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ

ABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ

$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow BC^2 = 14^2 + 14^2$

$\Rightarrow BC = 14\sqrt{2}$ cm

ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $= \frac{14\sqrt{2}}{2}$cm $= 7\sqrt{2}$ cm

ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= = \frac{1}{2} \times 14 \times 14$ cm^2

$= 7 \times 14 \times 14 =$ **98 cm^2**

ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{4}$ cm^2

$= \frac{\frac{22}{7} \text{x } 14\text{x}14}{4}$ cm^2

= 154 cm^2

ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{2}$

$= \frac{\frac{22}{7} \text{x } 7\sqrt{2} \text{ x } 7\sqrt{2}}{2}$

= 154 cm^2

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= 154 + 98 - 154$ cm^2

= 98 cm^2

14)

ಚಿತ್ರ 5.27 ರಲ್ಲಿ, O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. OD ಯು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. OA = 7 cm ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

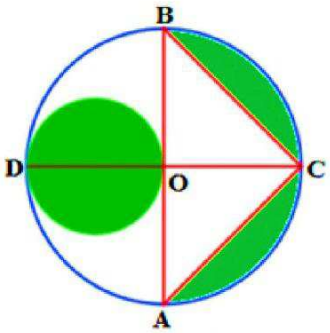


Fig 5.27

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ R = 7 cm

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{7}{2}$ cm

ΔBCA ಯ ಎತ್ತರ= OC = 7 cm

ΔBCAಯ ಪಾದ = AB = 14 cm

ΔBCA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ AB $\times$ OC

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 14 =$ **49 cm^2**

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi R^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 =$ **154 cm^2**

ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{154}{7}$ cm^2 = **77 cm^2**

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{77}{2}$**cm^2**

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ΔBCA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \left(77 - 49 + \frac{77}{2}\right)$ cm^2

$= \left(\frac{154-98+77}{2}\right)$ cm^2

$= \left(\frac{133}{2}\right)$ cm^2

= 66.5 cm^2

15) (2, 3) &(4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $(x_1, y_1) = (2, 3)$, $(x_2, y_2) = (4, 1)$

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2}$

$d = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$

$d = \sqrt{4+4} = \sqrt{2 \times 4}$

$d = 2\sqrt{2}$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

16) A (2,3), B (4, k) & C(6,-3) ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳ ರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$ (∴ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ)

$\frac{1}{2}[2(k - (-3)) + 4(-3 - 3) + 6(3 - k)] = 0$

$\frac{1}{2}[2(k + 3) + 4(-6) + 6(3 - k)] = 0$

$\frac{1}{2}[2k + 6 - 24 + 18 - 6k] = 0$

$\frac{1}{2}(-4k) = 0$

$k = 0$

17) $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳಿಗೆ 1 ರ ಹೊರತು ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಈಗ, $\sqrt{5} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{5}q = p$

ಎರಡೂ ಬದಿ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ,

$(\sqrt{5}q)^2 = p^2$

$\Rightarrow 5q^2 = p^2$ (1)

$\Rightarrow 5, p^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 5$, p ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ $p = 3m$ ಆಗಿರಲಿ,

(1) $\Rightarrow 5q^2 = (5m)^2$

$\Rightarrow q^2 = 5m^2$

$\Rightarrow 5, q^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 5$, q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ 5, p ಮತ್ತು q ಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

18) $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow 3 + 2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p-2q}{2q}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{p-2q}{2q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

19) $p(x) = 6x^2 - 3 - 7x$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$= 6x^2 - 7x - 3$

$= 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3)$

$= (3x + 1)(2x - 3)$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $x = \frac{3}{2}$ ಗಳು $6x^2 - 3 - 7x$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು.

20) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 1/4 ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧ –1 ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $ax^2 + bx + c$ ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿರಲಿ.

$\alpha + \beta = \frac{1}{4} = \frac{-(-1)}{4} = \frac{-b}{a}$

$\alpha\beta = -1 = \frac{-4}{4} = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow a = 4, b = -1$ ಮತ್ತು $c = -4$

$\therefore$ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $4x^2 - x - 4$

21) $x^2 + 7x + 10$ ಎಂಬ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$x^2 + 7x + 10 = 0$

$x^2 + 5x + 2x + 10 = 0$

$x(x + 5) + 2(x + 5) = 0$

$(x + 2)(x + 5) = 0$

$x + 2 = 0 \quad x + 5 = 0$

$x = -2 \quad x = -5$ $\therefore$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು **–2, –5**

22) $2x^2 + 3x + 1$ ನ್ನು $x + 2$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

$x + 2)\ 2x^2 + 3x + 1\ (2x - 1$

$(-)2x^2\ (-)+4x$

$-x + 1$

$-x - 2$

3

ಭಾಗಲಬ್ಧವು $(2x - 1)$ ಮತ್ತು ಶೇಷವು 3

23) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರದ ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ $a = 2, b = -3$ ಮತ್ತು $c = 5$

ಶೋಧಕ $\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - 4(2)(5)$

$= 9 - 40$

$= -31 < 0$ ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವ : ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

24) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$a = 3, \quad b = -5, \quad c = +2$

ಮೂಲಗಳು $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{6}$

$x = \frac{5 \pm 1}{6}$

$x = \frac{6}{6}$ or $x = \frac{4}{6}$

$x = 1$ or $x = \frac{2}{3}$

25) : ಒಂದು ಮೋಟಾರು ದೋಣಿಯ ಜವವು ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ 18km/h ಆಗಿದೆ. ಆ ದೋಣಿಯು ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ 24 km ದೂರ ಚಲಿಸಲು, ಅದು ಪ್ರವಾಹದೊಡನೆ ಮೊದಲಿನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಘಂಟೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರವಾಹದ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ್ರವಾಹದ ಜವ $= x$ km/h

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ ದೋಣಿಯ ವೇಗ $= (18 - x)$km/h

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ದೋಣಿಯ ವೇಗ $= (18 + x)$km/h

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ ಚಲಿಸಲು ದೋಣಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ $= \frac{24}{18-x}$ ಗಂಟೆ

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸಲು ದೋಣಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ $= \frac{24}{18+x}$ ಗಂಟೆ

$\frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1, \ .$

$24(18 + x) - 24(18 - x) = 1(18 - x)(18 + x)$

$432 + 24x - 432 + 24x = 324 - x^2$

$48x = 324 - x^2$

$-x^2 + 324 - 48 = 0 \qquad x(-1)$

$x^2 + 48x - 324 = 0$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$a = 1, \quad b = 48, \quad c = -324$

ಮೂಲಗಳು $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(48) \pm \sqrt{(-48)^2 - 4(1)(-324)}}{2(1)}$

$x = \frac{-48 \pm \sqrt{2304 + 1296}}{2}$

$x = \frac{-48 \pm \sqrt{3600}}{2}$

$x = \frac{-48 \pm 60}{2}$

$x = \frac{-48 + 60}{2}, \qquad x = \frac{-48 - 60}{2}$

$x = \frac{12}{2}, \qquad x = \frac{-108}{2}$

$x = 6, \qquad x = -54$

ಪ್ರವಾಹದ ಜವ $= x = 6\ km/h$

26) tan 2A = cot (A-18^0) ಆದಾಗ A ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ(2A <90^0)

$\tan 2A = \cot(A - 18^0)$

$\Rightarrow \cot(90 - 2A) = \cot(A - 18^0)$

$\Rightarrow 90^0 - 2A = A - 18^0$

$\Rightarrow 3A = 108^0 \quad \Rightarrow A = 36^0$

27) **4tan θ =3** ಆದರೆ [$\frac{4\sin\theta - \cos\theta + 1}{4\sin\theta + \cos\theta - 1}$] ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $4\tan\theta = 3$

$\tan\theta = \frac{3}{4} = \frac{O}{A}$

$H^2 = O^2 + A^2$

$= 3^2 + 4^2$

$= 25$

$H = \sqrt{25}$

$\therefore H = 5$

$\therefore \sin\theta = \frac{O}{H} = \frac{3}{5}$

$\cos\theta = \frac{A}{H} = \frac{4}{5}$

$$\frac{4\sin\theta - \cos\theta + 1}{4\sin\theta + \cos\theta - 1} = \frac{4\left(\frac{3}{5}\right) - \left(\frac{4}{5}\right) + 1}{4\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right) - 1}$$

$$= \frac{\frac{12}{5} - \frac{4}{5} + \frac{1}{1}}{\frac{12}{5} + \frac{4}{5} - \frac{1}{1}}$$

$$= \frac{\frac{12-4+5}{5}}{\frac{12+4-5}{5}} = \frac{17/5}{16-5/5} = \frac{13}{5} \times \frac{5}{11}$$

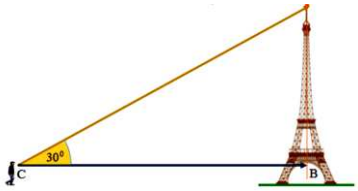
$$= \frac{13}{11}$$

28) ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ **30m** ದೂರದ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30^0 ಆದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ = AB ಆಗಿರಲಿ.

ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರ BC = 30m

ಲಂಬಕೋನ ΔABC ಯಲ್ಲಿ,



$$\tan 30^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{30}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}\text{m}$$

29) **100m** ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ದೀಪ ಸ್ತಂಭದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಅದರ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳ ಅವನತ ಕೋನಗಳು 30^0 ಮತ್ತು 45^0 ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಹಡಗು ಮತ್ತೊಂದು ಹಡಗಿನ ಹಿಂಬದಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ($\sqrt{3} \approx 1.73$ ಎಂದು ಬಳಸಿ)

ಉತ್ತರ : ΔABC $\angle ACB = 45^0$

$$\tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{100}{BC}$$

$$1 = \frac{100}{BC}$$

BC= 100

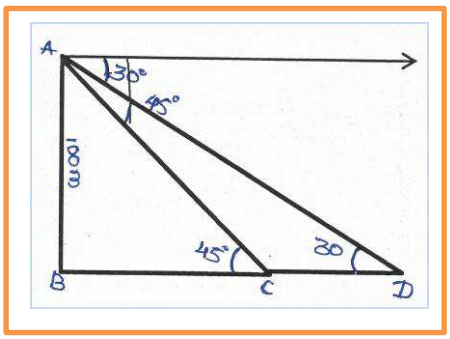
ΔABC $\angle ACB = 30^0$

$$\tan\theta = \frac{AB}{BD}$$

$$\tan 30 = \frac{100}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{BD}$$

BD= $100\sqrt{3}$



ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ = BD - BC= $100\sqrt{3} - 10$ = 100(1.73) – 100 = 173 – 100

=73m

30) **ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದ 25 ಕುಟುಂಬಗಳ ಪ್ರತಿನಿತ್ಯದ ಆಹಾರದ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.**

ದಿನ ನಿತ್ಯದ ವೆಚ್ಚ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ)	100–150	150–200	200–250	250–300	300–350
ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	4	5	12	2	2

ಸೂಕ್ತ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪ್ರತಿನಿತ್ಯದ ಆಹಾರದ ವೆಚ್ಚದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a = 225 , h = 50

ದಿನ ನಿತ್ಯದ ವೆಚ್ಚ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ) x_i	ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ f_i	x_i	$d_i = x_i - 150$	$u_i = \frac{x_i - 75.5}{3}$	$f_i d_i$	$f_i u_i$
100–150	4	125	–100	–2	–400	–8
150–200	5	175	–50	–1	–250	–5
200–250	12	225	0	0	0	0
250–300	2	275	50	1	100	2
300–350	2	325	100	2	200	4
	$\sum f_i$ =25				–350	–7

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನದಿಂದ $\bar{x}$ =a + $\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

= 225 + $\frac{-350}{25}$ = 225 - 14 = 211

ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $\bar{x}$ = a + $\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$ x h

= 225 + $\frac{-7}{25}$ x 50 = 225 - 14 = 211

ಇಲ್ಲಿ ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ ಸೂಕ್ತವಾಗಿದೆ.

31) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	5–15	15–25	25–35	35–45	45–55	55–65
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	21	23	14	5

ರೋಗಿಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯು =23

ಇದು ವರ್ಗಾಂತರ 35 – 45 ರಲ್ಲಿದ್ದು, ಇದು ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರವಾಗಿದೆ.

∴ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ, $l = 35$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ, h = 10

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_1 = 23$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_0 = 21$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_2 = 14$

ಬಹುಲಕ = $l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

ಬಹುಲಕ = $35 + \left[\frac{23 - 21}{2(23) - 21 - 14}\right] \times 10$

ಬಹುಲಕ = $35 + \left[\frac{2}{46 - 35}\right] \times 10$

ಬಹುಲಕ = $35 + \frac{2}{11} \times 10$

ಬಹುಲಕ = 35 + 1.81

∴ ಮೇಲಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕವು 36.81 ಆಗಿದೆ.

32) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ CI	ಆವೃತ್ತಿ f	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ cf
0-20	6	6
20-40	8	14
40-60	10	24
60-80	12	36
80-100	6	42
100-120	5	47
120-140	3	50
	n=50	

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ 60-80 ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿದೆ.

ಕೆಳಮಿತಿ $l = 60$ $cf = 24$ $f = 12$ $h = 20$

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{n/2 - cf}{f}\right] \times h$

$= 60 + \left[\frac{25 - 24}{12}\right] \times 20$

$= \frac{60}{1} + \frac{5}{3}$

$= \frac{180 + 5}{3}$

$= \frac{185}{3} = 61.666....$

33)

ಚೆನ್ನಾಗಿ ಬೆರೆಸಿದ 52 ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳ ಒಂದು ಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡ್‌ನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. (i) ಒಂದು ಕೆಂಪು ರಾಜ (ii) ಒಂದು ಮುಖ (ಗೌರವಾನ್ವಿತ) ಕಾರ್ಡ್(iii) ಒಂದು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಮುಖ (ಗೌರವಾನ್ವಿತ) ಕಾರ್ಡ್ (iv) ಹಾರ್ಟ್‌ನ ಜ್ಯಾಕ್ (v) ಒಂದು ಸ್ಪೇಡ್ (vi) ಡೈಮಂಡ್‌ನ ರಾಣಿ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಟ್ಟು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು = 52

(i) ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ರಾಜರ ಸಂಖ್ಯೆ = 2

ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ರಾಜನನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(ii) ಮುಖ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳ ಸಮಖ್ಯೆ = 12

ಮುಖ ಕಾರ್ಡ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

(iii) ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಮುಖ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳು = 6

ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಮುಖ ಕಾರ್ಡ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

(iv) ಹಾರ್ಟ್ ಜಾಕ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 1

ಹಾರ್ಟ್ ಜಾಕ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{1}{52}$

(v) ಸ್ಪೇಡ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 13

ಸ್ಪೇಡ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

(vi) ಡೈಮಂಡಿನ ರಾಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 1

ಡೈಮಂಡಿನ ರಾಣಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{1}{52}$

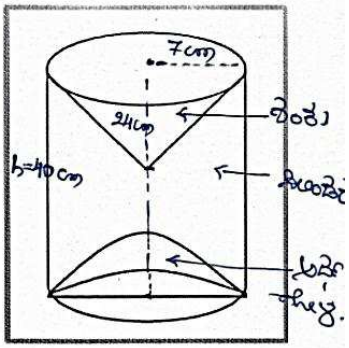
5 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

34) ಮರದಿಂದ ಮಾಡಿದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಒಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ 40cm ಹಾಗೂ ತ್ರಿಜ್ಯ 7cm ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು 24cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಸಿಲಿಂಡರ ಎತ್ತರ $h = 40$ ಸೆಂ.ಮೀ

ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 7$ ಸೆಂ.ಮೀ

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $h = 24$ ಸೆಂ.ಮೀ.



ಬೆಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲ = (ಸಿಲಿಂಡರ ಘನಫಲ) − (ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ)

i) ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ $V = \pi r^2 h = \frac{22}{7}(7)^2(40) = 6160$ ಸೆಂ.ಮೀ^{3}

ii) ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(7)^2(24) = 1232$ ಸೆಂ.ಮೀ^{3}

iii) ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ $V = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(7)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$

$= \frac{2156}{3} = 718.66$ ಸೆಂ.ಮೀ^{3}

∴ ಬೆಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲ $= 6160 - (1232 + 718.66)$

$= 6160 - 1950.66$

$= 4209.34$ ಸೆಂ.ಮೀ^{3}.

35) **60cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 60cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಳುಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 60 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು 180cm ಆದರೆ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ r = 60cm; ಎತ್ತರ h = 180cm

ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ ಎತ್ತರ $h_1 = 120cm$

ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ = $\pi r^2 h$

= $\frac{22}{7}$x 60 x 60 x 180 = 2036571.43cm^3

ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h_1$

= $\frac{22}{7}$ x 20 x 60 x 120 = 452571. 43cm^3

ಅರ್ಧಗೋಲದ ಘನಫಲ = $\frac{2}{3}\pi r^3$

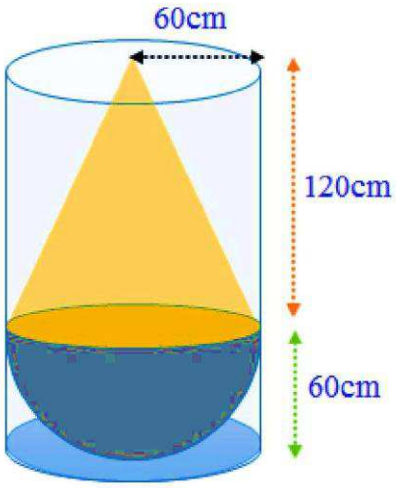
= $\frac{2}{3}$ x $\frac{22}{7}$ x 60 x60 x60 = 4525571.43cm^3

∴ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರು

= 2036571.43 – (452571.43 + 452571.43)

= 2036571.43 – 905142.86

= 1131428.57cm^3 = 1.131m^3



36)

ಒಂದು ಲೋಹದಿಂದ ಮಾಡಿದ ವೃತ್ತಪಾದ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 20 cm ಮತ್ತು ಶೃಂಗ ಕೋನವು 60. ಈ ಶಂಕುವನ್ನು ಅದರ ಎತ್ತರದ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಸಮತಲದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪಡೆದ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕವನ್ನು ತಂತಿಯ ವ್ಯಾಸ $\frac{1}{16}$cm ಇರುವಂತೆ ತಂತಿಯಾಗಿ ಎಳೆದರೆ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Cot 30^0 = $\frac{AO}{BO}$

$\sqrt{3} = \frac{10}{BO} \Rightarrow BO = \frac{10}{\sqrt{3}}$ cm = r_1

Cot 30^0 = $\frac{AD}{CD}$

$\sqrt{3} = \frac{20}{CD} \Rightarrow CD = \frac{20}{\sqrt{3}}$ cm = r_2

ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ = $\frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

= $\frac{1}{3}$x $\frac{22}{7}$x 10 $\left[\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{10}{\sqrt{3}}\text{x}\frac{20}{\sqrt{3}}\right]$

= $\frac{\pi}{3}$x 10 $\left[\frac{100}{3} + \frac{400}{3} + \frac{200}{3}\right]$

= $\frac{\pi}{3}$x 10 $\left[\frac{700}{3}\right]$

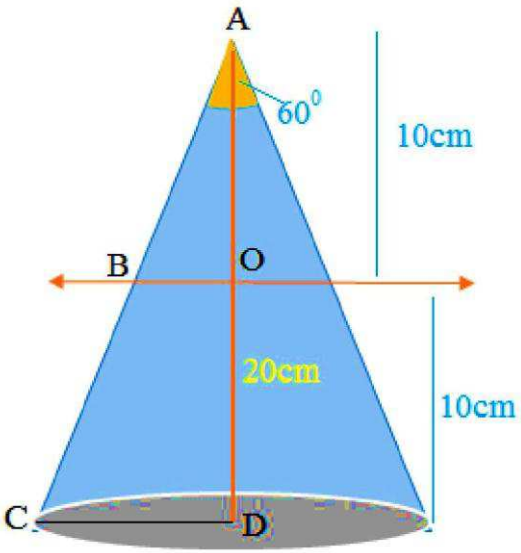
= $\frac{7000\pi}{9}$

ತಂತಿಯ ಘನಫಲ = ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ

$\pi r^2 h = \frac{7000\pi}{9} \Rightarrow \pi\left(\frac{1}{32}\right)^2 h = \frac{7000\pi}{9}$

$\Rightarrow \frac{1}{1024}$h = $\frac{7000}{9} \Rightarrow$ h = $\frac{7000\text{x}1024}{9}$

⇒ h = 796444.44cm = 7964.44m



ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

* **ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ :** ಒಂದು ಶ್ರೇಢಿಯ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ ಅಂತಹ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

* **ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ :** a, a + d, a + 2d, a + 3d .....

* ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = a_2 - a_1$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ nನೇ ಪದವು $a_n = a + (n - 1)d$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ (ಕೊನೆಯಪದ) l ಆಗಿದ್ದರೆ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

* $S_1 = a_1$ $S_2 = a_1 + a_2$ $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$

ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಬೇಕಾದರೆ

i) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು

ii) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು

ಉದಾ: * ಎಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಗಳು ಸಮರೂಪ * ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗಗಳು ಸಮರೂಪ

* ಎಲ್ಲಾ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ) : ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ ವಿಲೋಮ : ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಮರೂಪ ಸಂಕೇತ '~' ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಸಂಕೇತ '≅'

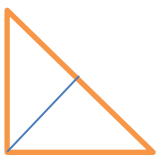
ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು: ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ: ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಶೃಂಗದಿಂದ ವಿಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮರೂಪ ಅಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$AB^2 = AD.AC$ $BC^2 = CD.AC$ $BD^2 = AD.CD$ $AC^2 = AB^2 + BC^2$



ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

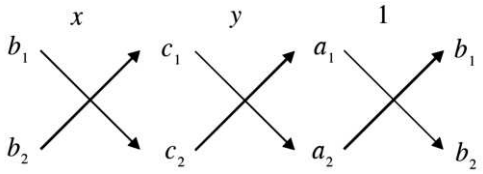
* ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ **$ax + by + c = 0$**
* ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳ ವರ್ತನೆ ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರ

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ & $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ	ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ	ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರವಿದೆ	ಅವಲಂಬಿತ ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
$\frac{a_1}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ

* ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ನಾವು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಚರಾಕ್ಷರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ, ಅದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು **ಆದೇಶಿಸಿ.** ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ವಿಧಾನ **'ಆದೇಶ ವಿಧಾನ'**
* **ಓರೆ – ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ :** $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$



$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

ವೃತ್ತಗಳು

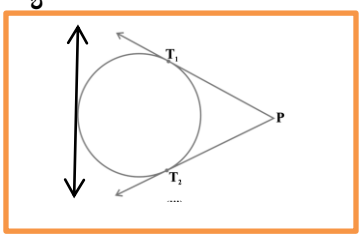
ಸ್ಪರ್ಶಕ : ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕ

ಪ್ರಮೇಯ : ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ:

ಪ್ರಕರಣ 1: ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಕರಣ 2: ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮಾತ್ರ ಎಳೆಯಬಹುದು. AB



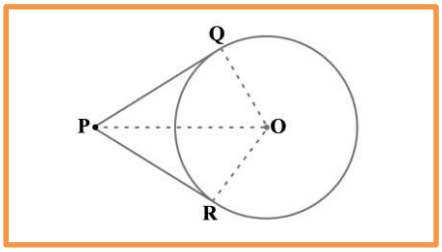
ಪ್ರಕರಣ 3: ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. PT_1 & PT_2

ಪ್ರಮೇಯ : ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

i) PQ=PR ii) ∠POQ=∠POR

iii) ∠QPO=∠RPO iv) ∠PQO=∠PRO=90^0

v) ∠QPR + ∠QOR=180^0



ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

* ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ) = $2\pi r$ * ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತಿರ್ಣವು = πr^2

* ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು **'ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ'** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ

* ಜ್ಯಾ ಹಾಗೂ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ಭಾಗವನ್ನು **'ವೃತ್ತಖಂಡ'** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360}\ \pi r^2$

θ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360}\ 2\pi r$

- $1\text{min} = 6^0$

* ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

♣ y – ಅಕ್ಷದಿಂದ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಅದರ **x – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ** ಅಥವಾ **ಕ್ಷಿತಿಜ ದೂರ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

♣ x – ಅಕ್ಷದಿಂದ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಅದರ **y – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ** ಅಥವಾ **ಲಂಬದೂರ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

♣ **ದೂರಸೂತ್ರ** = $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

♣ P (x, y) ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಮೂಲಬಿಂದು (0, 0) ಯಿಂದ ಇರುವ ದೂರವು OP = $\sqrt{x^2 + y^2}$

♣ **ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ** $P = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} \quad \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$

♣**ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ** $P = \left[\frac{x_2 + x_1}{2} \quad \frac{y_2 + y_1}{2}\right]$

♣ **ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ** = 1/2 × **ಪಾದ** × **ಎತ್ತರ**

♣ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ : ದತ್ತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, $a = bq + r$ ಗೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ $0 \le r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ p ಯು a^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಆಗ p ಯು a ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

$p(x)$ ದಲ್ಲಿನ x ದ ಗರಿಷ್ಠ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು $p(x)$ ದ **ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ)** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ

* ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax^2 + bx + c$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\alpha + \beta = -b/a$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $\alpha\ \beta = c/a$

* $p(x)$ ಮತ್ತು $g(x)$ ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿದ್ದು, $g(x) \neq 0$ ಆದಾಗ

$$\mathbf{p(x) = g(x)\ \ q(x) + r(x)}$$

*α, β ಮತ್ತು γ ಗಳು $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ಎಂಬ ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ,

$\alpha + \beta + \gamma = -b/a$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = c/a$, $\alpha\beta\gamma = -d/a$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

* ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax^2+bx+c=0$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

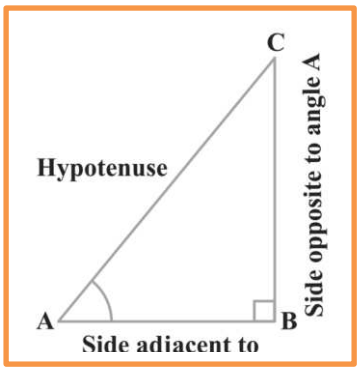
* **ಶೋಧಕ** $\Delta = b^2 - 4ac$

ಶೋಧಕ	ಸ್ವಭಾವ
$\Delta = 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
$\Delta > 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ
$\Delta < 0$	ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು :

SinA	$\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	CosecA	$\frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$
CosA	$\frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	SecA	$\frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$
Tan A	$\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$	CotA	$\frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$



- $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
- $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

1) $\sin(90^0 - \theta) = \cos\theta$
2) $\cos(90^0 - \theta) = \sin\theta$
3) $\tan(90^0 - \theta) = \cot\theta$
4) $\cot(90^0 - \theta) = \tan\theta$
5) $\text{cosec}(90^0 - \theta) = \sec\theta$
6) $\sec(90^0 - \theta) = \text{cosec}\theta$

ತ್ರೀಕೋನಮಿತಿಯ ವಿಲೋಮಗಳು

$\frac{1}{\text{SinA}}$	$\frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$	CosecA
$\frac{1}{\text{CosA}}$	$\frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$	SecA
$\frac{1}{\text{Tan A}}$	$\frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$	CotA
$\frac{1}{\text{CosecA}}$	$\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	SinA
$\frac{1}{\text{SecA}}$	$\frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	SecA
$\frac{1}{\text{CotA}}$	$\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$	CotA

ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
cosec	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
cot	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

1. ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ನೇರ ವಿಧಾನ: $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ: $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ: $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

ಬಹುಲಕ $= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$l =$ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ

$h =$ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಬೌಲರನು ಗರಿಷ್ಠ ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ (ಅಂದರೆ 3) ಪಡೆದ ವಿಕೆಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕವು 2

$f_1 =$ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

$f_0 =$ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ, ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

$f_2 =$ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ, ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ (ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ)

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

ಇಲ್ಲಿ, l = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ.

n = ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

cf = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

f = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

h = ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ

ಸಂಭವನೀಯತೆ

* ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ S = { H,T} n(S)= 2 ($2^1=2$)
* ಎರಡು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ S = { HH,HT,TH,TT} n(S)= 4 ($2^2=4$)
* ಮೂರು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ S = { HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT} n(S)=8($2^3=8$)

* ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ S = { 1,2,3,4,5,6} n(S)= 6 ($6^1=6$)

* ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ

S = { (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)
(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)
(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)}

n(S)=36 ($6^2=36$)

$ ಇಸ್ಪೇಟ್

ಸ್ಪೇಡ್ಸ್	♠	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K
ಹಾರ್ಟ್ಸ್	♥	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K
ಕ್ಲಬ್ಸ್	♣	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K
ಡೈಮಂಡ್	♦	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K

n(S)=52

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(E) = $\frac{\text{ಘಟನೆ ಸಂಭವಿಸಿದ ಯತ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n(E)}{\text{ಯತ್ನಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ } n(S)}$

* **ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ**

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

* **ಖಚಿತ ಘಟನೆ** ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು **1** ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

* **ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ** ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು **0** ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು

ಘನದ ಹೆಸರು	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r(r + h)$	πr^2h
ಶಂಕು	πrl	$\pi r(r + l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2h$
ಶಂಕುಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$\pi(r_1 + r_2)l$	$\pi\{(r_1 + r_2)l+r_1^2 + r_2^2\}$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2 r_2^2 + r_1.r_2)$
ಗೋಳ	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$